

”

מחקר ועיון בחינוך מתמטי

גיליון 12

אב תשפ"ו - אוגוסט 2026

”

עורכים:

פרופ' יניב ביטון	שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; מטח – המרכז לטכנולוגיה חינוכית, תל אביב-יפו.
פרופ' רותי סגל	שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; אורנים – המכללה האקדמית לחינוך והוראה, קריית טבעון.

חברי ועדת המערכת (בסדר אלפביתי):

פרופ' מארק אפלבוואם	מכללת קיי – המכללה האקדמית לחינוך, באר שבע.
פרופ' דוד בן-חיים	מינהלת מל"מ – הטכניון, חיפה; שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.
פרופ' הגר גל	דוד ילין – המכללה האקדמית לחינוך, ירושלים.
ד"ר בועז זילברמן	המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות.
פרופ' אילנה לבנברג	האקדמית גורדון, חיפה.
פרופ' טלי נחליאלי	המרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט, תל אביב-יפו.
פרופ' רותי סגל	שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; אורנים – המכללה האקדמית לחינוך והוראה, קריית טבעון.
ד"ר אלכס פרידלנדר	מכון ויצמן למדע, רחובות.
פרופ' אמאל שריף-רסלאן	המכללה האקדמית הערבית לחינוך בישראל, חיפה.
פרופ' עטרה שריקי	אורנים – המכללה האקדמית לחינוך והוראה, קריית טבעון.
פרופ' דינה תירוש	אוניברסיטת תל אביב.

שמות הכותבים:

מיכל איילון	המחלקה לחינוך מתמטי, אוניברסיטת חיפה.
יוסי אלרן	מכון דוידסון לחינוך מדעי, מכון ויצמן למדע, רחובות.
יניב ביטון	החוג למתמטיקה, שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; מטח – המרכז לטכנולוגיה חינוכית, תל אביב-יפו.
רותי ברגר ברבן ז"ל	החוג למתמטיקה, שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.
אורית ברזזה	החוג לחינוך והחוג למתמטיקה, המרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט, קמפוס לוינסקי, תל אביב.
רז הראל	החוג למתמטיקה, המכללה האקדמית לחינוך ע"ש דוד ילין, ירושלים.
בועז זילברמן	המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות.
סיגל כהן טולדנו	התוכנית לתואר ראשון בחינוך לבית הספר העל-יסודי, המרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט, קמפוס לוינסקי, תל אביב.
נצה מובשוביץ-הדר	הפקולטה לחינוך במדע וטכנולוגיה, הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל, חיפה.
נדב מרקו	החוג למתמטיקה, המכללה האקדמית לחינוך ע"ש דוד ילין, ירושלים.
גלית נגרי חדיף	החוג למתמטיקה, שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; החוג למתמטיקה, המרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט, קמפוס לוינסקי, תל אביב.
רותי סגל	החוג למתמטיקה, שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; החוג לחינוך מתמטי והתוכנית לתואר שני בהוראת מתמטיקה ומדעים בבית הספר היסודי, אורנים – המכללה האקדמית לחינוך והוראה, קריית טבעון.
רעות פרשה	החוג למתמטיקה, אורות ישראל – מכללה אקדמית לחינוך, אלקנה.
ענת קלמר	התוכנית לתואר שני באוריינות וחדשנות בחינוך, המכללה האקדמית גליל מערבי, עכו.
נלי קלר	החוג להוראת מתמטיקה, שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה; הפקולטה להוראה ומכינה קדם אקדמית, הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל, חיפה.
גיל שורץ	המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות.
קרני שיר	החוג להוראת מתמטיקה, שאנן – המכללה האקדמית הדתית לחינוך, קריית שמואל, חיפה.

עריכת לשון: יפעת פישר, האקדמית שאנן
עימוד והבאה לדפוס: תאיר שכטמן, האקדמית שאנן
תמונות ואיורים: Shutterstock

הוצאת שאנן – האקדמית הדתית לחינוך
ISSN 2311-5483

כתובת המערכת:

רח' הים התיכון 7, ת"ד 906 קריית שמואל, חיפה 2610901
פקס: 04-8780000 טלפון: 04-8714445

Email: laor@shaanan.org

כתובת אינטרנט של כתב העת: http://shaanan.ac.il/?page_id=4244

קול קורא והנחיות להגשת מאמרים לכתב העת "מחקר ועיון בחינוך מתמטי"

קול קורא

אנו מזמינים את כל העוסקים בהכשרת מורים ובהתפתחות מקצועית של מורים ואת כל העוסקים במחקר בחינוך מתמטי, לשלוח מאמרים מחקריים בתחום החינוך המתמטי, או מאמרים העוסקים בדרכי הוראה ובתובנות שעולות מהכשרת מורים למתמטיקה ובהתפתחות מקצועית של מורים בחינוך היסודי והעל-יסודי בכל הרמות האקדמיות. במערכת של כתב העת מכהנים נציגים מהמוסדות השונים להכשרת מורים למתמטיקה בארץ, והוא נחשב כתב עת שפיט. כתב העת הוא יוזמה מבורכת של נשיא שאנן - המכללה האקדמית הדתית לחינוך, פרופ' אבי לוי, והוא יוצא בחסות המכללה ובמימונה.

הוא יוצא לאור בקביעות מאז שנת 2014.

הנחיות למחברים

כתבי היד של מאמרים הנשלחים לשיפוט לכתב העת "מחקר ועיון בחינוך מתמטי" צריכים להיכתב בשפה העברית ולהכיל לכל היותר 25 עמודים. ב-25 עמודים אלו יכללו כל התקצירים, הטבלאות, האיורים ורשימת המקורות. אם המאמר כולל טבלאות או איורים, יש לשבץ אותם בטקסט במקום שבו הם אמורים להופיע במאמר.

יש להגיש את המאמר בגופן David גודל 12, רווח כפול, יישור דו-צדדי, ולשלוח את המאמר כמסמך word בדואר אלקטרוני לכתובת hinuchmatemati@shaanan.ac.il.

יש לצרף למאמר תקציר בעברית בהיקף של 100-200 מילים, ורשימה של 3-5 מילות מפתח.

המאמרים נשלחים אנונימית לשיפוט מקצועי, לכן במאמר יהיה עמוד שער ובו שם המחבר, כתובתו, מספר טלפון ודוא"ל. כמו כן יש לציין בעמוד השער את תוארו ושיוכו האקדמי, המקצועי או אחר של המחבר.

כדי לשמור על אנונימיות הכותבים בתהליך ההערכה והשיפוט, אין לציין את שמות הכותבים בגוף המאמר ולהימנע מכל אזכור או רמז באשר לזהות הכותבים.

כתבי היד של מאמרים המוערכים כרלוונטיים לאופיו של כתב העת, מועברים לשיפוטם של קוראים המתמחים בנושא המאמר ועוברים תהליך שיפוט על פי שיטת "העיוורון הכפול": זהות המחברים אינה ידועה לקוראים, וזו של הקוראים אינה ידועה למחברים.

המחברים מתבקשים להקפיד על הדפסת מקורות המידע שבסוף המאמר לפי הכללים שנקבעו בידי ארגון APA. מאמרים שיתקבלו לפרסום יעברו עריכה מדעית ולשונית. לאחר העריכה הגרסה הסופית תישלח למחברים לאישור ותוחזר בהקדם.

אין לשלוח מאמר אם הוא כבר התפרסם או עומד להתפרסם במקום אחר, או שהוא מצוי בתהליך שיפוט בכתב עת אחר.

יש להתעדכן באתר כתב העת טרם שליחת מאמרים.

תוכן העניינים

דבר העורכים

יניב ביטון ורותי סגל

7

אפיון שיחות מתמטיות של פרחי הוראה עם מודלי שפה גדולים (LLMs) באמצעות עדשת הוראה רספונסיבית: הדוגמה של חילוץ מטעות

רז הראל, נדב מרקו, רעות פרשה וגיל שורץ

9

אפיון השיח בין מורי מתמטיקה לבניה מלאכותית יוצרת בעת עיצוב משימות חקר גאומטריות המשלבות טכנולוגיות דינמיות ותרומתו לידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK) של המורים

רותי סגל וענת קלמר

21

שילוב צ'טבוט בהדרכה פדגוגית בעת הכשרת מורים למתמטיקה לבית הספר העל-יסודי

סיגל כהן טולדנו ואורית ברוזה

38

בין פתרון מוכן לחשיבה עצמאית: שימוש מודרך בבניה מלאכותית (AI) בפתרון בעיות בהנדסת המרחב בקרב סטודנטיות להוראת מתמטיקה

נלי קלר וגלית נגרי חדיף

59

שיקולים מנחים בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה בתיכון בדחיית הצעות בניה מלאכותית יוצרת בדו-שיח של חיבור בעיות והאוטונומיה הפדגוגית המתפתחת

רותי סגל ויניב ביטון

76

**הוראה מבוססת נתונים במתמטיקה בקרב מורים המלמדים עם
סביבת למידה מותאמת אישית**

רותי ברגר ברבן ז"ל, מיכל איילון ויניב ביטון

87

**על מתמטיקה, בינה מלאכותית ועתיד החינוך המתמטי
ריאיון עם פרופ' ליאור ברי-סורוקר**

יניב ביטון

107

מדור חדשות מתמטיות

נצה מובשוביץ-הדר ובועז זילברמן

110

איך מחשב לומד?

יוסי אלרן

117

המלצה על הספר

**AI and the future of education: Teaching in the age of large
language models מאת פריטן שאה**

קרני שיר

127

תקצירים באנגלית

130

דבר העורכים

יניב ביטון ורותי סגל

כניסתה של הבינה המלאכותית היוצרת משנה את פניו של כמעט כל תחום דעת. ואולם מלבד השינויים הטכנולוגיים שהיא מחוללת, היא מציבה לפני קהילת המחקר והחינוך שאלות יסוד הנוגעות למהות ההוראה, הלמידה והידע עצמו. בחינוך המתמטי שאלות אלו מקבלות משנה תוקף, שכן הן נוגעות בלב העשייה: מהי חשיבה מתמטית, כיצד היא מתפתחת ומהו מקומו של המורה כאשר הידע זמין, נגיש ומופק בלחיצת כפתור.

לראשונה ניצבת לפנינו טכנולוגיה המסוגלת לא רק לחשב חישובים או להפיק פתרונות, אלא גם לנהל דיאלוג, להסביר רעיונות, להציע דרכי פעולה, לנסח בעיות ואף להשתתף בתהליכי חשיבה שבעבר נחשבו ייחודיים לאדם.

דווקא משום כך השאלה העיקרית של גיליון זה אינה כיצד משלבים בינה מלאכותית בהוראת המתמטיקה. השאלה העומדת במרכזו היא עמוקה יותר: כיצד משתנה תפקידו של החינוך המתמטי כאשר הבינה המלאכותית הופכת לשותפה בתהליכי הוראה, למידה, פתרון בעיות ופיתוח ידע. האם מטרות ההוראה נשארות כשהיו, או שמא נדרשת חשיבה מחודשת על מהותה של למידה מתמטית משמעותית, על תפקידו של המורה, על אחריותו המקצועית ועל הכשירויות שנבקש לטפח בקרב תלמידים, סטודנטים ומורים לעתיד.

גיליון מיוחד זה מבקש להצטרף לשיח המחקרי המתפתח בעולם ולהאיר את הסוגיות האלה מנקודות מבט מגוונות. אף שכל אחד מן המאמרים עוסק בהיבט אחר של המפגש בין בינה מלאכותית לחינוך מתמטי, כולם נשזרים לכדי שיחה מחקרית אחת, המבקשת להבין לא רק מה יכולה הבינה המלאכותית לעשות, אלא בעיקר מה עלינו, כחוקרים, כמורי מורים וכמורים למתמטיקה, להמשיך לעשות בעולם שבו הידע נגיש יותר מאי פעם.

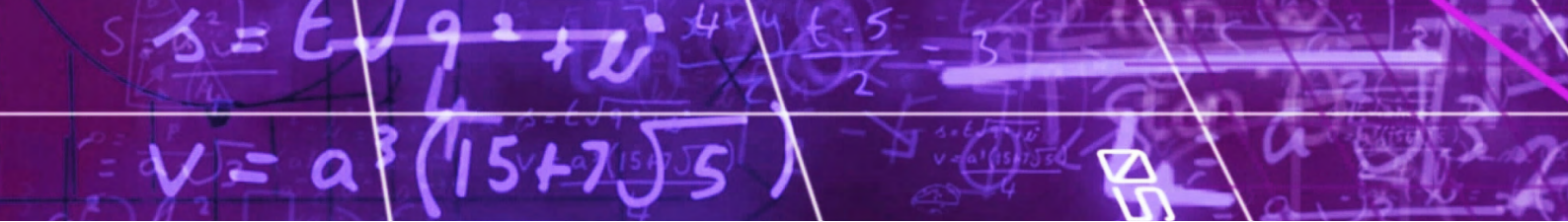
חלקו הראשון של הגיליון מוקדש להתבוננות בדיאלוג המתפתח בין בני אדם לבין מערכות בינה מלאכותית. רז הראל, נדב מרקו, רעות פרשה וגיל שורץ בוחנים כיצד פרחי הוראה מנהלים שיח מתמטי עם מודלי שפה גדולים בעת חילוץ המודל מטעויות, ומציעים מסגרת חדשנית לניתוח הוראה רספונסיבית באינטראקציות עם בינה מלאכותית. רותי סגל וענת קלמר מתמקדות בדיאלוג שבין מורים לקלוד (Claude) בעת עיצוב משימות גאומטריות, ומראות כיצד השיח עם המודל עשוי לתרום להתפתחות הידע הטכנולוגי, הפדגוגי והתוכני של המורה. סיגל כהן טולדנו ואורית ברוזה מרחיבות את הדיון באמצעות בחינת צ'טבוט ייעודי בהדרכה הפדגוגית של פרחי הוראה, ועומדות על הפוטנציאל של מרחב דיאלוגי המשלב בינה מלאכותית והדרכה אנושית בתכנון שיעורי מתמטיקה.

מן הדיאלוג עם הבינה המלאכותית עובר הגיליון לעיסוק בשיקול הדעת המקצועי של המורה והלומד. נלי קלר וגלית נגרי חדיף בוחנות כיצד שימוש מונחה בבינה מלאכותית עשוי לתמוך בחשיבה עצמאית ובהעמקה מושגית בפתרון בעיות בהנדסת המרחב, ואילו רותי סגל ויניב ביטון מפנים את המבט דווקא לפעמים שבהן סטודנטים בוחרים לדחות את המלצות הבינה המלאכותית. ממצאיהם מלמדים כי דווקא רגעי ההתנגדות, ההסתייגות והבחירה שלא לאמץ את המלצת המודל הם ביטוי מובהק להתפתחותה של אוטונומיה פדגוגית ולישקול דעת מקצועי – כשירויות ההולכות ונעשות מרכזיות בעידן הבינה המלאכותית.

לצד סוגיות אלו, הגיליון מזכיר לנו כי החדשנות הטכנולוגית אינה עומדת לבדה. הוראה איכותית נשענת גם על יכולתם של מורים לפרש נתונים, לקבל החלטות מושכלות ולבנות תהליכי למידה מותאמים. ברוח זו, רותי ברגר ברבן ז"ל, מיכל איילון ויניב ביטון בוחנים את תהליכי קבלת ההחלטות של מורי מתמטיקה המשתמשים בסביבת למידה אדפטיבית, ומציינים מסלולים מגוונים של הוראה מבוססת נתונים. מאמר זה מרחיב את הדיון בבינה מלאכותית וממקם אותו בתוך מגמה רחבה יותר של קבלת החלטות מושכלת הנשענת על מידע, פרשנות ושיקול דעת מקצועי.

גם המדורים הקבועים בחלק השני של הגיליון משתלבים בטבעיות בשיח שהגיליון מבקש לעורר. בריאיון עם פרופ' ליאור בריסורוקר אנו פוגשים קול מחקרי המציע התבוננות מפוכחת בעתיד החינוך המתמטי. בריסורוקר מדגיש כי תרומתה הגדולה ביותר של הבינה המלאכותית אינה בפתרון בעיות, אלא בהזדמנות שהיא מעניקה לנו להגדיר מחדש את מטרותיה של הוראת המתמטיקה. לדבריו, תפקידה של המתמטיקה הוא לא להקנות אוסף של פרוצדורות, אלא לטפח דרך חשיבה, סקרנות ויכולת לשאול שאלות מהותיות – כשירויות ששום מערכת טכנולוגית אינה יכולה להחליף אותן.

מדור החדשות המתמטיות מציג תמונה רחבה של השפעת הבינה המלאכותית גם על המחקר המתמטי עצמו. נצה מובשוביץ-הדר ובוועז זילברמן מתארים את התמורות המתחוללות בעולם המתמטיקה לאחר כניסת הבינה המלאכותית למחקר, החל מהצלחתה בפתרון בעיות אולימפיות ועד לשיתופי פעולה חדשים בין מתמטיקאים למודלים מתקדמים. מתוך כך הם מזכירים כי השאלות העולות בגיליון אינן מוגבלות לכיתה, אלא משקפות שינוי רחב הרבה יותר בתרבות המחקר המתמטי.



מאמרו של יוסי אלרן מציע מבט עדכני על עקרונות הלמידה של מחשבים, מתוך הדגשת הפוטנציאל הדידקטי של הנושא לקידום אוריינות חישובית וטיפול חשיבה מתמטית בעידן הבינה המלאכותית.

את הגיליון חותם מדור המלצה על ספר, שבו קרני שיר סוקרת את ספרו של פריטן שאה (Priten Shah) העוסק בעתיד החינוך בעידן מודלי השפה הגדולים. סקירה זו מרחיבה את נקודת המבט מן המחקרים המוצגים בגיליון אל השיח הבין-לאומי הרחב, וממחישה כיצד הסוגיות העולות מן המחקרים ומהעשייה בישראל משתלבות בדיון עולמי על עתיד ההוראה, הלמידה וההערכה.

גיליון זה אינו מבקש להציע תשובות חד-משמעיות לשאלות שמעוררת הבינה המלאכותית, אלא להפך הוא מבקש לעודד דיון מחקרי ופדגוגי הנשען על ראיות, על חשיבה ביקורתית ועל פתיחות אינטלקטואלית. אנו מקווים כי המאמרים, המדורים והריאיון יעוררו מחשבה, יציפו שאלות חדשות ויתרמו להמשך עיצובו של החינוך המתמטי בעידן שבו הטכנולוגיה משתנה במהירות, אך חשיבותם של הסקרנות, שיקול הדעת והחשיבה המתמטית נשארת בעינה – ואולי אף נעשית חיונית מאי פעם.

כבעבר, גם בגיליון זה אנו מבקשים לחזק את הזיקה של מחקר אקדמי איכותי לעשייה החינוכית בשדה, ולהמשיך לטפח במה מקצועית המקדמת שיח מחקרי, פדגוגי וקהילתי בקרב חוקרי החינוך המתמטי, מורי המורים והמורים למתמטיקה.

ברצוננו להודות לנשיא מכללת שאנן, פרופ' אבי לוי, על תמיכתו המקצועית והמתמשכת בהוצאתו לאור של כתב העת ועל מחויבותו לקידום המחקר והעשייה בחינוך המתמטי.

תודתנו נתונה גם לצוות הגרפיקה של האקדמית שאנן, גב' תאיר גז-שכטמן וגב' צליל פרנקו, על עבודתן המקצועית, המסורה והמדויקת, התורמת לאיכותו ולחזותו של כל גיליון.

תודה מיוחדת לעורכת הלשון, גב' יפעת פישר, אשר במקצועיות, בקפדנות וברגישות לשונית מלווה את המאמרים משלב העריכה ועד לנוסחם הסופי. תרומתה הרבה מאפשרת להציג את עבודות המחקר בבהירות, בדיוק וברמה אקדמית גבוהה.

אנו מבקשים להביע את הערכתנו העמוקה גם לסוקרי המאמרים והמדורים, שהקדישו מזמנם ומניסיונם לטובת תהליך השיפוט המדעי, ולמחברות ולמחברי המאמרים והמדורים, שבמחקריהם, ברעיונותיהם ובנכונותם לשתף את הקהילה המחקרית הם המעניקים לכתב העת את תוכנו ואת ערכו.

אנו מקווים כי גיליון מיוחד זה יתרום להעמקת השיח המחקרי והמקצועי סביב מקומה של הבינה המלאכותית בחינוך המתמטי, יעורר שאלות חדשות, יעודד חשיבה ביקורתית וישמש מקור להשראה בעבור חוקרים, מורי מורים, מורים וסטודנטים כאחד.

נתראה בגיליון הבא.

שלכם,

יניב ביטון

עורך ראשי

רותי סגל

עורכת אורחת

אפיון שיחות מתמטיות של פרחי הוראה עם מודלי שפה גדולים (LLMs) באמצעות עדשת הוראה רספונסיבית: הדוגמה של חילוץ מטעות

ד"ר רז הראל

בעל תואר שלישי בחינוך מתמטי מאוניברסיטת תל אביב ובוגר לימודי בתר־דוקטורט באוניברסיטת חיפה. מכהן כראש החוג למתמטיקה, מרצה ומדריך פדגוגי במכללה האקדמית לחינוך ע"ש דוד ילון.



ד"ר נדב מרקו

בעל תואר שלישי בחינוך מתמטי מהאוניברסיטה העברית בירושלים. מרצה ומדריך פדגוגי במכללה האקדמית לחינוך דוד ילון, ועוסק בהכשרת מורים למתמטיקה ובהוראת קורסים במתמטיקה ובחינוך מתמטי. חוקר בתר־דוקטורט בבית הספר לחינוך ע"ש סימור פוקס באוניברסיטה העברית בירושלים, במרכז לחקר למידת מורים והתפתחותם.



ד"ר רעות פרשה

בעלת תואר שלישי בחינוך מתמטי ממכון ויצמן למדע. ראש החוג למתמטיקה ומרצה במכללה האקדמית לחינוך אורות ישראל, ועוסקת בהכשרת מורים למתמטיקה ובהוראת קורסים במתמטיקה ובחינוך מתמטי. יועצת אקדמית, מנחת קהילות מורים וחברה בקבוצות המחקר של פט"ל למתמטיקה, העוסק בעיצוב משימות מקדמות הבנה, ושל פרויקט מס"ר העוסק בעיצוב סימולציות הוראה מבוססות AI במכון ויצמן למדע.



ד"ר גיל שורץ

מרצה בכירה במחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע, בקבוצת המתמטיקה, וראש מעבדת Simulating Mathematically Responsive Teaching. היא מקדמת מחקר ופיתוח של סימולציות דיגיטליות מבוססות אוטארים ובינה מלאכותית ומנהלת את פרויקט מס"ר (מעצבים סימולציות רספונסיביות).



אפיון שיחות מתמטיות של פרחי הוראה עם מודלי שפה גדולים (LLMs) באמצעות עדשת הוראה רספונסיבית: הדוגמה של חילוף מטעות

רז הראל, נדב מרקו, רעות פרשה וגיל שורץ

תקציר

האימוץ המהיר של מודלי שפה גדולים (LLMs) במרחבים חינוכיים יוצר מציאות חדשה שבה מורים ופרחי הוראה מנהלים דרישה מתמטי ופדגוגי עם מודלים שפתיים אלו, הזמינים לכל משתמש. על אף הפוטנציאל הפדגוגי שנקשר לכלים אלו, טרם התגבשה הבנה מחקרית שיטתית על יכולתם לתמוך בפיתוח של פרקטיקות ליבה של הוראת מתמטיקה ועקרונות העיצוב הנדרשים לפיתוח זה. במחקר הזה נתמקד באינטראקציות בין פרחי הוראה למתמטיקה ובין מודלי שפה גדולים (LLM) באחת הפרקטיקות המאתגרות בהוראה: חילוף תלמידים מטעויות. באינטראקציה לימודית עם תלמידים, ועל פי העקרונות של הוראה רספונסיבית מתמטית (MRT – Mathematically Responsive Teaching), פרקטיקה זו דורשת מהמורה לא רק לזהות טעויות ולדון בהן במפורש אלא גם לראות בנקודת המבט המתמטית של התלמיד משאב לחילוף מהטעות. במחקר זה אנו מבקשים לבדוק כיצד פרחי הוראה מחלצים מודלי שפה מטעויות בעת פעילות בקורס שבה התבקשו לאתגר מודלים עם בעיה מתמטית, ולאחר מכן לחלץ אותם מהטעות, כלומר להדריך מודל שפה גדול כיצד להגיע לתשובה הנכונה. לשם כך ניתחנו 20 שיחות בין פרחי הוראה למודלי שפה בעזרת כלי ניתוח שיח, ובמאמר זה אנו מתארים את המאפיינים הרספונסיביים בשיחות אלו. לניתוח האינטראקציות נעזרנו במסגרת תאורטית לשונית, SFL (Systemic Functional Linguistics) שאפשרה לנו להגדיר רספונסיביות מתמטית מבחינה אופרטיבית. מהממצאים עולה שיש הבדל ניכר במידת הרספונסיביות בין פרחי ההוראה, ורספונסיביות יכולה להתפתח בדינמיות בתוך שיחה אחת. תרומת המחקר היא כפולה: 1. מתודולוגית-תאורטית – פיתוח הכלי SFL-MRT שישמש לניתוח רספונסיביות מתמטית באינטראקציות עם מערכות בינה מלאכותית (AI); 2. פדגוגית – הראייה שדרישה עם מודלי שפה גדולים בתנאים עיצוביים מסוימים עשוי לשמש פלטפורמה פורייה לפיתוח הוראה רספונסיבית.

מילות מפתח: מודלי שפה גדולים (LLMs); הוראה רספונסיבית מתמטית; חילוף מטעויות; הכשרת מורים; SFL; בינה מלאכותית.

מבוא

התפתחויות אחרונות במודלי שפה גדולים (LLMs) מאפשרות דיאלוג בין משתמשים אנושיים למערכות בינה מלאכותית (AI) במגוון רחב של תחומים, בהם הוראת מתמטיקה (Taani & Alabidi, 2024). בעוד מודלי שפה מסוגלים לייצר שיח מתמטי שוטף, תשובותיהם מכילות לעיתים חוסר דיוק ושגיאות מתמטיות המוצגות בביטחון הציעו לבחון טעויות מתמטיות אלו לא כמגבלות של הכלי אלא כבעלות פוטנציאל פדגוגי לתרגול של פעילויות מתמטיות מקוריות חשובות, כגון העלאת בעיות ("problem posing"; Silver, 1997), הבנת הוכחות מתמטיות ("proof comprehension"; Mejía-Ramos et al., 2012; Stylianides & Stylianides, 2024), תיקוף הוכחות ("proof validation"; Selden & Selden, 2003) ותרגול חשיבה ביקורתית (Cassinadri, 2024). במחקר הנוכחי אנו מבקשים לבחון יישום של פוטנציאל פדגוגי זה בתחום של הכשרת מורים. הנחת המחקר היא שמודלי שפה גדולים מדמים תקשורת אנושית ברמה המאפשרת לפרחי הוראה לא רק לזהות טעויות מתמטיות שנעשו, אלא גם להפעיל מיומנויות ליבה פדגוגיות בזמן שהם מסייעים בתיקון הטעויות.

חילוף תלמידים מטעות מתמטית בדרך פורה ומקדמת הוא אחת הפרקטיקות המאתגרות בהוראה שדורשת מהמורה לזהות את הטעות, להבין את ההיסק המתמטי שהוביל אליה ואת ההיגיון שבו, ולראות בהם משאב ללמידה. כל זאת מתוך ניגוד לנטייה להתעלם או לבטל את הטעות ולהציג דרך פתרון חלופית במקומה (Borasi, 1994). מחקרים בתחום החינוך המתמטי רואים בחילוף מטעות פרקטיקה פדגוגית מורכבת ורצויה: ברודי (Brodie, 2014) רואה בטעות מתמטית תשובה של הלומד אשר משקפת את דרך החשיבה הנוכחית שלו ואת ההיגיון הפנימי שמאחוריה. על פי הבחנה זו, חילוף מטעות מצריך מהמורה לעבור שלושה שלבים: זיהוי הטעות, פרשנותה – כלומר הבנת ההיגיון שהוביל אליה – ועיסוק פעיל בה כך שתשמש משאב לפיתוח החשיבה המתמטית. לפי בריי (Bray, 2011), מורים הנוטים לעסוק בטעויות ולא לתקן אותן



ישירות מצליחים לעורר שיח מתמטי עמוק יותר בכיתה. ממצאים אלו תואמים את העמדה שלפיה חילוף מטעות אינו שם נרדף לתיקון הטעות, אלא משמש פרקטיקה המצריכה העמקה בחשיבה שהובילה לטעות, מציאת ההיגיון העומד בבסיסה ובנייה על היגיון זה.

העיסוק בחילוף מטעויות הוא נושא עיקרי במחקר החינוכי העוסק בהוראה רספונסיבית מתמטית (MRT – Mathematically Responsive Teaching) (Bishop et al., 2022; Robertson et al., 2016; Schwartz, 2025). גישה זו מדגישה את היחס של המורים ותגובותיהם כלפי הרעיונות של תלמידיהם, נקודות המבט שלהם וחוויותיהם בעת אינטראקציה מתמטית. בספרות של הוראה רספונסיבית, תגובה פרודוקטיבית לשגיאות כוללת העמקה בחשיבה המתמטית שהובילה לטעות, מתוך תפיסה של הטעות כמשאב ללמידה (Robertson et al., 2016). במחקר זה, העדשה התאורטית הנ"ל תשמש אותנו לבחינת דו־שיח בין פרחי הוראה למודלים שפתיים גדולים.

שיחות מתמטיות בין מורים למודלי שפה הן תופעה חדשה יחסית המתפתחת במהירות. אחד הכיוונים הבולטים בתחום זה הוא תחום המחקר המתפתח של סימולציות הוראה מבוססות בינה מלאכותית, שבהן בוטים המתוכנתים לְדַמּוּת תלמידים מציגים טעויות נפוצות ומאפשרים למורים ולפרחי הוראה לתרגל פרקטיקות הוראה מגוונות, בהן חילוף חשיבה מתמטית (Schwartz & Czaczkes, 2026; Zhuang & Zhang, 2025).

ואכן, השימוש במודלי שפה גדולים לתמיכה בחילוף מטעות זוכה לבחינה מחקרית עדכנית. ואנג ואחרים (Wang et al., 2024) פיתחו מסגרת שבה מודלי שפה מסייעים למורים-מדריכים בתהליך של אבחון סוג הטעות, בחירת אסטרטגיה וניסוח תגובה. ממצאיהם עולה כי מודלים אלו מסוגלים לשפר את איכות ההתמודדות של התלמידים עם טעויות. לין ואחרים (Lin et al., 2025) הדגישו כיצד ניתוח טעויות של מודלי שפה גדולים שעושים תלמידים בבית ספר יסודי תורם לפיתוח חשיבה מטא-קוגניטיבית ומעמיק את ההבנה המושגית שלהם. מחקרים אלו מלמדים על פוטנציאל פדגוגי של מודלי שפה גדולים בלמידה מטעויות, אך הם מתמקדים בתהליכי אבחון ותיקון של טעויות, ולא בחילוף רספונסיבי הנשען על חשיבת הלומדים, שהוא מוקד המחקר הנוכחי.

מחקר זה מבקש לתרום לתחום המתפתח באמצעות בחינת הדרכים שבהן פרחי הוראה בוחנים ומגיבים על השגיאות המתמטיות של מודל השפה באמצעות עדשת הוראה רספונסיבית למתמטיקה. ניתוח זה הוא צעד ראשון לעבר הבנה מחקרית רחבה יותר, השואפת לתמוך בפיתוח רספונסיביות בקרב פרחי הוראה המתמטיקה בעזרת התערבויות מגוונות. בפרט אנו שואלים: אילו מאפיינים של הוראה רספונסיבית למתמטיקה באים לידי ביטוי בשיחות של פרחי הוראה עם מודלי שפה גדולים בעת ניסיונות לחלץ את המודל מטעות מתמטית?

סקירת ספרות

הוראה רספונסיבית למתמטיקה

הוראה רספונסיבית היא גישת הוראה המעמידה במרכז את חשיבת התלמידים ואת השימוש ברעיונותיהם בתהליך ההוראה (Jacobs et al., 2010; Robertson et al., 2016). בחינוך מתמטי, הוראה רספונסיבית כוללת זיהוי של המהות המתמטית ברעיונות הלומדים, פרשנות שלהם ושילובם בתהליכי הוראה (Bishop et al., 2022). במחקר זה אנו מבקשים להרחיב את ההמשגה של הוראה רספונסיבית למתמטיקה מעבר למהלכי הוראה רספונסיביים המוכרים בספרות (e.g., Jacobs & Empson, 2016; Lee et al., 2020): על פי בובר (Buber, 1958), הוראה בשיח בין המורה לתלמיד מפגש המושתת על פתיחות, נוכחות והקפה של המורה את התלמיד, אנו רואים בהוראה רספונסיבית למתמטיקה הוראה שמדגישה את אחריות המורה לזהות את נקודת המבט המתמטית של הלומד בעת האינטראקציה, ולראות בה בסיס לדיון המתמטי ביניהם (Robertson et al., 2016; Schwartz, 2025).

אחת הפרקטיקות של הוראה רספונסיבית, חילוף תלמידים מטעויות מתמטיות בדרך שנשענת על ההיגיון שלהם, היא פרקטיקה הכרחית ומאתגרת במיוחד: היא דורשת מהמורה לאמץ את נקודת המבט של התלמיד, להבין את דרכי המחשבה שלו שהובילו לטעות, ולזהות רכיבים נכונים או הגיוניים בדבריו כדי לבנות עליהם. התעלמות מרעיונות תלמידים או התמקדות בהסבר של התשובה הנכונה בלבד, עלולות למנוע מתלמידים לפתח הבנה מושגית שמחוברת לידע הקודם שלהם. לפיכך חילוף מטעות משמש קרקע פורייה לבחינת רספונסיביות מתמטית בהוראה. במחקר הזה אנו מרחיבים גישה זו ומיישמים אותה בשיח עם מודל השפה. אנו גורסים כי זיהוי המרכיבים ההגיוניים בטעות מתמטית של מודל שפה, והצורך לגשר בינם ובין המושג המתמטי הנכון, מחייבים את המורה לפתח סקרנות כלפי נקודת המבט של האחר, בדומה לאינטראקציה של מורה עם תלמיד אמיתי ששוגה בשיעור. מתוך כך, השיחה עם מודל שפה גדול הופכת לזירה שבה אפשר לאפיין ולבחון את התממשותה של רספונסיביות מתמטית, גם אם בין מורה למודל שפה.

כדי לזהות מופעים של רספונסיביות מתמטית באינטראקציות בין מורים למודלי שפה גדולים, אנו נשענים על כלי ניתוח שיח המסתמכים על SFL (Systemic Functional Linguistics; Halliday & Matthiessen, 2004). זוהי תאוריה בלשנית המקובלת בתחומי מחקר רבים, ובייחוד בחינוך, המאפשרת לנתח כיצד משמעות נבנית באמצעות שפה. לפי SFL, השפה נחשבת לא רק אמצעי להעברת מידע, אלא משאב לניהול יחסים בין משתתפים ולארגון הידע המובע בשיח, ולפיכך אפשר לנתח כל אמירה בשיח בשלושה ממדים: 1. במה האמירה עוסקת – איזה רעיון או התנסות בעולם היא מבטאת (הממד הרעיוני, ideational); 2. איך היא עוסקת ברעיון – אילו מערכות יחסים היא מבנה (הממד הבין-אישי, interpersonal); 3. איך האמירה משתלבת במארג שיח – איך המסר מתארגן בתוך השיחה (הממד הטקסטואלי, textual). הבחירה במסגרת תאורטית זו ככלי לניתוח מוצדקת מכיוון שאנו רואים בהוראה רספונסיביות הוראה שמתבטאת לא רק בכוונות פדגוגיות או בדיונים מסוימים, כמו שמציעים מאמרים רבים בתחום (ראו Jacobs & Empson, 2016), אלא גם בשימוש המפורש של מורים בשפה: בבחירה שלהם האם להעדיף שאלות או אמירות, בוודאות שבה הם מציגים טענות מתמטיות, ובמידה שבה הם מנהלים שיחה שיש בה מבעים רבים הנוגעים במישרין לרעיונות המתמטיים של שותפם לשיחה.

ב-SFL השפה נחשבת מערכת (system) של בחירות (למשל, כאשר דובר רוצה להביע רעיון מסוים, הדובר בוחר בשאלה, הצהרה או פקודה). בחירות אלו תלויות בהקשר התקשורתי, והן אלו שמעצבות את המשמעות המועברת. מבחינה מתודולוגית, אפשר לראות במערכות קטגוריות המארגנות את הרקע התאורטי של המאמר. במאמר הזה אנו מתמקדים בשלוש מערכות: שתיים הקשורות לממד הבין-אישי ואחת קשורה לממד הטקסטואלי. בחרנו במערכות אלו משום שהן מרכזיות בניתוח שיח חינוכי ושימשו בעבר בחקר חינוך מתמטי (למשל, Ebbelind, 2023), ומשום שהן רלוונטיות במיוחד לדיון ברספונסיביות מתמטית. בשל אופי הנתונים, במחקר זה בחרנו שלא לנתח בעזרת הממד הרעיוני, אך הוא בהחלט יהיה חלק מהתחום שאנו מציעים במחקרי המשך. נציג להלן את המערכות המרכזיות שנשתמש בהן לניתוח הנתונים.

מערכת ה־Mood

בממד הבין-אישי, מערכת ה־Mood עוזרת להבחין כיצד מורים ממצבים את עצמם בשיחה: כסמכות בעלת ידע או דווקא כמי שמקדמים שיח וחקירה עם האחר. המערכת מבחינה בין סוגי פניות שדובר עשוי לבחור בהן בשיחה, כגון שאלה פתוחה, שאלה סגורה, קביעה, או הוראה/בקשה, כלומר עוזרת לשקף את התפקיד שהמורה ממלא באינטראקציה – האם הוא מבקש מידע, מוסר מידע, מנחה את בן השיח או שותף לחשיבה משותפת. מתוך כך אפשר לראות אם המורה ממצב את עצמו כסמכות בעלת ידע, כמקדם דיאלוג, או שילוב כלשהו של גישות אלו.

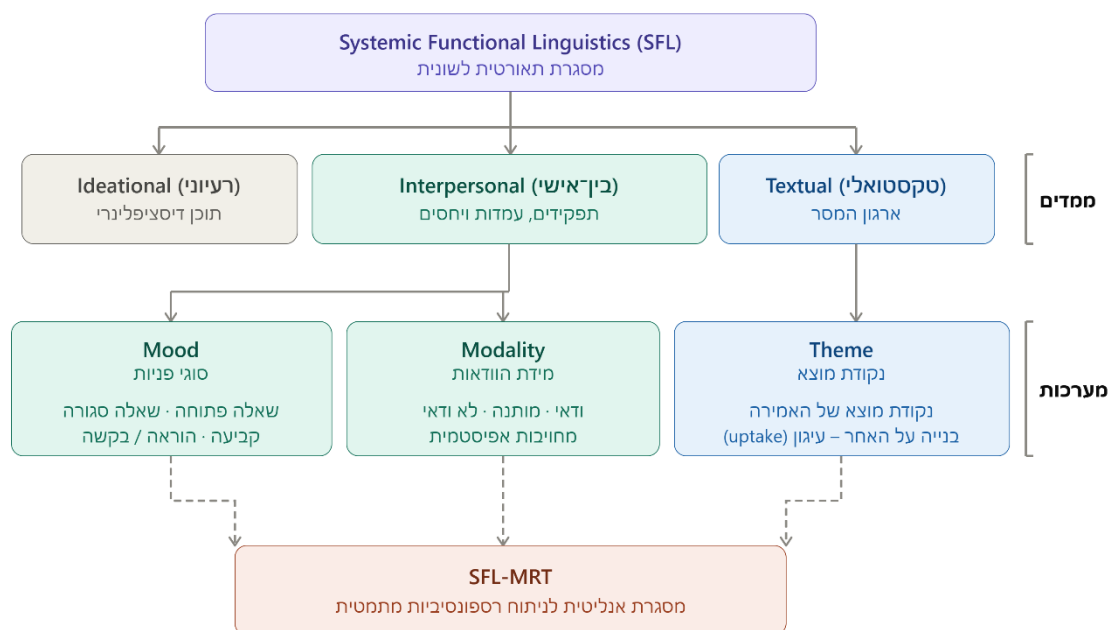
מערכת המודליות (Modality)

גם בממד הבין-אישי, מערכת המודליות מבחינה בין בחירות לשוניות הקשורות למידת הוודאות, המחויבות או הפתיחות של הדובר כלפי הטענה. האופן שבו טענות מתמטיות מוצגות – כעובדה ודאית, כהשערה, כמשפט פתוח לדיון, או כטענה הדורשת נימוק – מלמד עד כמה הדובר משאיר לבן השיח מרחב להשתתף, לשאול ולהציע רעיונות. שילובן של שתי המערכות (Mood ו־Modality) מאפשר להבין כיצד פרחי ההוראה מגיבים כלפי בן שיח בעת טעות וכיצד הם מאזנים בין הצגת ידע מתמטי מדויק ובין עידוד השתתפות פעילה ושיח פתוח.

מערכת התמה (Theme)

בממד הטקסטואלי, מערכת התמה עוסקת בבחירת הדוברים לגבי מוקד המסר שלהם ובאיזה אופן הוא קשור למוקד של המשפט הקודם, שאמר בן השיח. באמצעותה אפשר לבחון כיצד פרחי ההוראה קושרים את דבריהם למה שנאמר קודם בשיח, ובייחוד האם הם מסתמכים על האמירה שהציג מודל השפה: האם הם ממשיכים, מפתחים או מתקנים אותה, או לחלופין מתעלמים ממנה ומציגים מהלך חדש. ניתוח זה מאפשר לבדוק האם ובאיזו מידה מתרחש עיגון (uptake) בחילופי הדברים, כלומר הישענות ישירה על דברי האחר.

שלוש המערכות יחד מאפשרות להתחקות אחר רספונסיביות ולראות בה תהליך דיאלוגי המתפתח במהלך השיחה. מסגרת משולבת זו תיקרא להלן SFL-MRT, מכיוון שבאמצעותה בחרנו מערכות מסוימות של SFL שמאפשרות לשפוך אור על מרכיבי MRT (Mathematically Responsive Teaching). המסגרת משמשת כלי אנליטי לבחינת האופן שבו רספונסיביות מתמטית מתעצבת ומתממשת באינטראקציות דבורות או כתובות. איור 1 מציג תרשים של המסגרת התאורטית שתיארנו עד כה.



איור 1: מסגרת אנליטית לניתוח רספונסיביות מתמטית SFL-MRT

מתודולוגיה

מחקר זה הוא מחקר גישוש איכותני הנתמך בניתוח כמותי. מטרתו לאפיין הוראה רספונסיבית למתמטיקה בקרב פרחי הוראה בעת אינטראקציות עם מודלי שפה גדולים (LLMs), ובייחוד בחילוף מטענות מתמטיות שהציג מודל השפה. בחנו האם וכיצד פרחי הוראה מנהלים דיאלוג מתמטי רספונסיבי עם מודלי השפה כאשר הם מנסים להביא את המודל לידי הכרה בטעותו ולתקן אותה. במחקר השתתפו 20 פרחי הוראה למתמטיקה הלומדים במכללה אקדמית לחינוך במרכז הארץ. בקבוצה נמצאים סטודנטים סדירים בשנת לימודיהם השנייה וסטודנטים בתוכנית להסבת אקדמאים בעלי רקע אקדמי קודם.

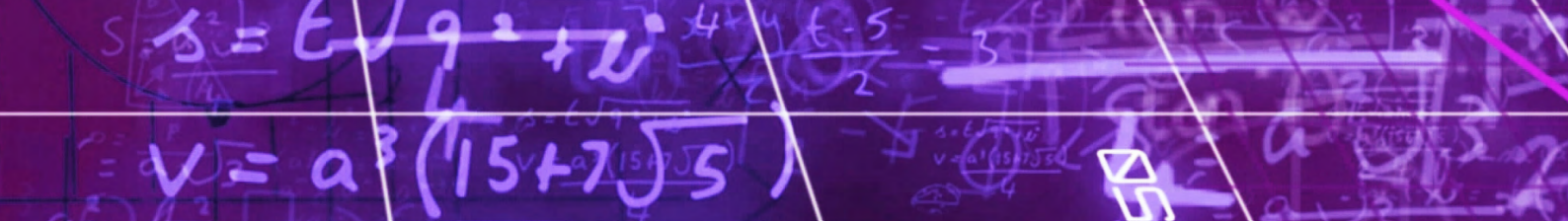
התקבלה הסכמה מדעת מכל המשתתפים ואת המחקר אישרה ועדת האתיקה המוסדית. שמות הסטודנטים מופיעים בעילום שם.

מהלך המחקר

כל משתתף ניהל אינטראקציה מתמטית עם מודל שפה לבחירתו (לדוגמה ChatGPT, Claude, Gemini). המשתתפים יכלו לבחור מודל שפה הזמין להם כדי להבטיח גישה מיידית ללא עלות ובלי צורך בהכשרה מוקדמת. תחילה, מרצה הקורס הדגים שיח רספונסיבי מכוון לטענות עם ChatGPT על פי המודל של מרקו וסטיליאנידס (Marco & Stylianides, 2025): המרצה הציג משימה גאומטרית שגרמה למודל השפתי לטעות, והדגים כיצד הוא עוזר לצ'אט לתקן את עצמו בעזרת רצף שאלות, ולא בעזרת הסבר ישיר. שנית, פרחי ההוראה התבקשו לעשות פעולה דומה, שבה הם מכוונים את מודל השפה לטעות, ולאחר מכן עוזרים לו לתקן את הטעות. לשם כך התבקשו פרחי ההוראה לבצע את השלבים האלה: 1. לזהות בעיה מתמטית מתוכנית הלימודים שעשויה לגרום למודל השפה לטעות; 2. לשוחח עם מודל השפה עד שיצליח להכיר בטעות ולתקנה; 3. (רשות) להציג בעיה דומה אך שונה במקצת כדי לבחון האם מודל השפה "למד" ומסוגל כעת ליישם את הפתרון גם מחוץ להקשר של הבעיה המקורית. הסטודנטים התבקשו להגיש את האינטראקציה במלואה (כולל טקסט ותמונות).

איסוף ניתוח של הממצאים

נאספו 20 שיחות שניהלו 20 פרחי הוראה עם מודלים שפתיים גדולים מגוונים. לצורך ניתוח של מידת הרספונסיביות של פרחי ההוראה, השתמשנו במסגרת SFL-MRT (ראו איור 1). בכל שיחה נותחו המבעים של המורים בלבד, שכן מטרת



המחקר הייתה לבחון את הרספונסיביות של פרחי ההוראה ולא של המודל השפתי. בהתאם לשיטת הניתוח המקובלת במסגרת ה-SFL, כלל המבעים של פרחי ההוראה חולקו לפסוקיות (clauses) – יחידות ניתוח בסיסיות המוגדרות משפטים הכוללים נושא ונשוא. תהליך זה הניב בסך הכול 144 פסוקיות לניתוח.

הנתונים נותחו בשני שלבים. בשלב הראשון נעשה ניתוח ברמת המיקרו, שבו כל פסוקית קודדה בנפרד באמצעות שלוש המערכות שהוזכרו לעיל. בשלב השני נעשה ניתוח ברמת המאקרו, שבו נבחנו הדפוסים והמגמות שעלו מכלל הפסוקיות. סכמת הקידוד פותחה באופן איטרטיבי.

בחלק הקודם הצגנו בפירוט את המסגרת התאורטית שבה בחרנו. כעת נפרט את הקידוד שעשינו בעזרתה (ראו טבלה 1). במערכת ה-Mood השתמשנו בארבעה קודים שמסווגים את דרך הפנייה של המורה למודל שפה גדול: 1. שאלה פתוחה (open interrogative) המזמינה הנמקה או הרחבה; 2. שאלה סגורה (closed interrogative), כלומר שאלה המבקשת מידע מסוים או תשובה מוגדרת; 3. הצהרה (declarative); 4. ציווי/הוראה (imperative), כלומר הוראה או בקשה ישירה לפעולה (למשל, "תחשב את השטח").

במערכת המודליות קידדנו לפי שתי רמות: גבוהה (high epistemic modality) ונמוכה (low/median epistemic modality). השתמשנו בקוד של הרמה הגבוהה כדי לקודד טענות שמוצגות כוודאיות או ככאלה שאינן פתוחות לערעור. לעומת זאת הקוד של הרמה הנמוכה/בינונית יושם בעבור טענות הנחשבות כהשערה, הצעה או ככאלה המזמינות עוד בדיקה, חשיבה מחדש או הנמקה.

בעזרת קידוד משולב של שתי המערכות אפיינו את רמת הפתיחות של כל פסוקית – האם היא פתוחה או סגורה. התחלנו עם הקידוד של מערכת Mood: שאלה פתוחה קודדה תמיד למבע פתוח, ואילו הצהרה וציווי קודדו תמיד למבע סגור. מערכת המודליות שימשה כלי משני כדי להכריע אם פסוקיות שקודדו כשאלה סגורה (closed interrogative) מהוות מבע פתוח או סגור. קודדנו שאלות סגורות למבעים פתוחים בפעמים שבהן רמת הוודאות שלהן הייתה נמוכה (medium/low epistemic modality). לדוגמה, בשאלה "האם אתה עדיין בטוח שבסיסי המנסרה הם משולשים?", לכאורה מדובר בשאלה סגורה, אך ההתמקדות ברמת הביטחון של בן השיח ("עדיין בטוח") מערערת את הוודאות של הטענה הקודמת ומזמינה בחינה מחודשת שלה. לכן אף שמבחינה צורנית זו שאלה סגורה, היא פותחת מרחב לחשיבה ולנימוק ומזמנת בחינה מחדש של אמירה קודמת, ועל כן קודדה למבע פתוח.

בממד הטקסטואלי, במערכת התמה, קודדנו את האופן שבו פרחי ההוראה בחנו את הרעיונות המתמטיים שהציג מודל השפה ובייחוד האם וכיצד הם בנו את דבריהם על בסיס נושא השיח המתמטי שהוצג קודם. בחינות אלו כונו עיגון, והן משקפות את מידת ההמשכיות, הקישור וההשתלבות של תרומת פרחי ההוראה במארג המתפתח של השיחה. הגדרנו קודים בשלוש רמות של עיגון (theme uptake):

1. היעדר עיגון: אין כל אזכור בדברי פרחי ההוראה לדרך החשיבה המתמטית של מודל שפה גדול, והתרומה שלו אינה משתלבת ברצף הרעיוני שנבנה קודם; 2. עיגון חלקי: יש אזכור מסוים לדברי מודל שפה גדול אך הוא שטחי או חלקי, ואינו יוצר המשכיות מלאה של קו החשיבה; 3. עיגון ישיר: יש אזכור מפורש וישיר לחשיבה המתמטית של מודל השפה, באופן שממשיך, מפתח או מבקר אותה ותורם ללכידות ולהתפתחות הרציפה של השיח המתמטי. בניתוח הכמותי איחדנו בין הקודים של "עיגון חלקי" ו"עיגון ישיר", כפי שמופיע בעמודה השמאלית של טבלה 1, המרכזת את הקשרים בין ההיבטים, הקטגוריות והקידודים לעיל.

טבלה 1: היבטים וקטגוריות לניתוח הפסוקיות

ממד	מערכת	קידוד	סיווג הפסוקיות לצורך הניתוח הכמותי
בין-אישי	Mood	ציווי	סגורה
		הצהרה	סגורה
		שאלה פתוחה	פתוחה
	מודליות	שאלה סגורה	פתוחה עבור מודליות נמוכה; סגורה עבור מודליות גבוהה
		גבוהה	*
טקסטואלי	עיגון (Theme Uptake)	נמוכה	*
		היעדר עיגון	ללא עיגון
		עיגון חלקי	מעוגנת
		עיגון ישיר	מעוגנת

* הערה לטבלה 1: בסיווג הרספונסיביות של הפסוקית לצורך הניתוח הכמותי, המודליות שימשה אותנו רק כדי להבחין האם שאלות רטוריות הן "פתוחות" או "סגורות".



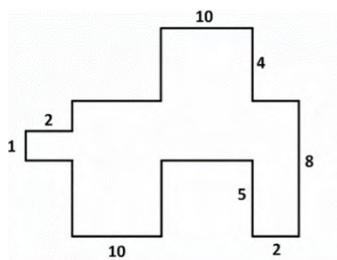
כדי להבטיח את מהימנות הקידוד, התחלנו בשלב כיוול, שבו נבחרו באקראי חמש שיחות שקידדו אותן שלושה מהמחברים בנפרד. בחינת הקידודים העלתה רמת הסכמה גבוהה מאוד בכל הקטגוריות, ובפעמים מעטות של חוסר עקיבות התנהל דיון משותף עד להגעה להסכמה מלאה. תהליך זה אישש את בהירותן של הגדרות הקידוד ואת יכולת היישום העקיבה שלהן. לאחר שלב הכיוול חולקו שאר האירועים באקראי בין המחברים להמשך קידוד עצמי. כדי לצמצם היתכנות של הטיות הנובעות מריבוי תפקידיו של המרצה במחקר זה, תהליך הקידוד נעשה מתוך בדיקה מתמדת עם שאר חוקרי הצוות, ונשען במשותף על קריטריוני הקידוד של מסגרת ה-SFL-MRT.

ממצאים

הממצאים של מחקר הגישוש יאורגנו להלן בדרך זו: תחילה נציג ניתוח של אירוע כדי לתאר בהרחבה כיצד ניתחנו את הרספונסיביות המתמטית או היעדרה בשיח בין פרחי ההוראה למודל השפתי, וכדי להציג לקוראים דוגמה מפורטת של אינטראקציה כזו. לאחר מכן נציג את ניתוח הרחוב של כלל האירועים. הדוגמה שתוצג להלן נבחרה בשל העושר היחסי שבה מבחינת סוגי מבעים, בהם הדגמה של שינוי ברמות הרספונסיביות בעת השיחה.

האינטראקציה של פרח ההוראה נטע עם הצ'אט

תחילה, נתאר את השיחה בין פרח ההוראה נטע (שם בדוי) ובין Chatgpt. איור 2 מציג את ההנחיה הראשונה שנתנה נטע לצ'אט ובו היא ביקשה ממנו לחשב את שטח הצורה המופיעה באיור.



"חשב את שטח הצורה המצורפת (התעלם מקנה המידה האמיתי והתייחס רק למידות הרשומות על מקטעי המצולע. אל תמדוד בכלל התייחס רק לצורה באופן כללי כמו שהיא נתונה)"

איור 2: השאלה שנטע הציגה כדי לגרום לצ'אט לעשות טעות מתמטית

להלן השורות העיקריות מתשובתו של מודל שפה גדול:

1. **נבנה מלבן חיצוני** שמקיף את כל הצורה:

רוחב = 10 (בר עליון) + 2 (הבליטה הימנית בתחתית) + 2 (השלב השמאלי העליון) ≈ 14

גובה = 4 (שלב עליון) + 8 (החלק הימני התחתון) = 12

שטח מלבן חיצוני $168 = 12 \times 14$

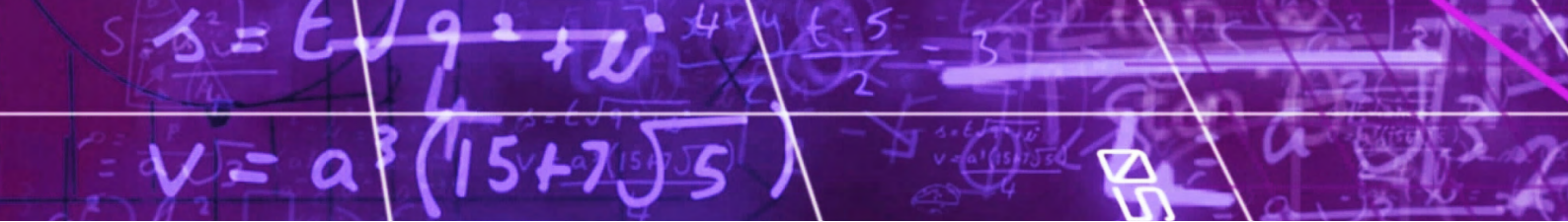
2. **נחסר את ה"חריצים"/הגומות** שמופיעות בתוך המלבן:

- גומה פנימית** (החור/הגומה התחתית במרכז) — גובהה = 5, רוחבה = $10 - 14 = -4$
- שטח גומה** $\approx 20 = 5 \times 4$
- בליטה שמאלית קטנה** — רוחבה ≈ 1 , גובהה ≈ 3
- שטח בליטה** $\approx 3 = 3 \times 1$

הערה: זהו תיקון מקומי של הפריסה כדי להתאים את כל המספרים.

3. **שטח המצולע הסופי:**

שטח $145 = 3 - 20 - 168$



אסטרטגיית החישוב של הצ'אט, שבה הוא הציע להקיף את הצורה במלבן ולחסר שטחים, הייתה נכונה. ואולם התוצאה הסופית שהגיע אליה הייתה שגויה (כלומר נטע הצליחה בחלק 1 של המשימה שקיבלה – לגרום למודל השפה לטעות מתמטית). שטח הצורה שהופיע בשאלה של נטע הוא 168 יחידות שטח, ולא 145 כפי שטען המודל השפתי. מעניין לשים לב כי המספר 168 אכן הופיע בשורה 3 בדברי הצ'אט, אך הוא לא הוצג כתוצאה סופית אלא כחלק מהחישובים (השגויים, שכן צלעות המלבן הן 24 ו-12). על כך הגיבה נטע: "איך מחשבים שטח צורה המורכבת ממלבנים?"

מבחינת ה-Mood קודדנו פסוקית זו לשאלה פתוחה (open interrogative) – שאלה המזמינה הסבר של הצ'אט על אסטרטגיית החישוב שלו. לכן מארבע הדרכים של ה-Mood (צייוי, הצהרה, שאלה סגורה, שאלה פתוחה) פסוקית זו קודדה לשאלה פתוחה. בנוגע למודליות (עמדה אפיסטמית), ראינו שדבריה של נטע דורשים הסבר והזמנה לדיאלוג. לכן קודדנו פסוקית זו למודליות נמוכה/בינונית (low/median epistemic modality). בסך הכול קודדנו את המבע לפתוח. באשר לעיגון, יש לשים לב שנטע אכן השתמשה בחלק מתשובתו של הצ'אט, אך לא עסקה באסטרטגיה המסוימת שלו וגם לא איתרה את הטעות. לפיכך מתוך שלוש רמות העיגון (היעדר עיגון, עיגון חלקי, עיגון ישיר) קודדה פסוקית זו לעיגון חלקי.

הצ'אט הגיב על דבריה של נטע בהסבר כללי על האופן שמחשבים את שטח הצורה הגאומטרית באמצעות פירוק למלבנים. נטע הגיבה: "ענה על השאלה הקודמת בשימוש בפירוק למלבנים".

מבחינת Mood, דברים אלו קודדו לצייוי (imperative) של נטע על הצ'אט, ובהם היא הכתיבה לו את דרך הפתרון. כיוון שהמורה דיברה בנחרצות קודדנו רמת מודליות גבוהה (high epistemic modality). בדבריה של המורה לא היה שום אזכור להיסק המתמטי של הבינה המלאכותית, ועל כן קודדו מבע זה להיעדר עיגון.

הצ'אט ניסה לחשב עוד פעם אחת, אך שוב נתן את אותה תשובה שגויה. נטע הגיבה כך: "ביקשתי שתחשב שטח בשימוש בשיטה המקובלת של חלוקה למלבנים בודדים וחיבור שטחים".

מדבריה של נטע עולה שהיא נחשבת סמכות הקובעת את אסטרטגיית החישוב המתאימה. כמו הפסוקית הקודמת, גם פסוקית זו קודדה לצייוי מבחינת ה-Mood, המשקפת רמת מודליות גבוהה ובלי עיגון. אפשר לתאר תסריט חלופי שבו נטע הייתה מזהה את מקור הטעות בדברי הצ'אט, ומתוך כך ממקמת את עצמה בעמדה אפיסטמית של אבחון והכוונה, המאפשרת חילוף יעיל של הפתרון. בתסריט כזה, בחירותיה הלשוניות היו עשויות לכוון את בן השיח לבחינה מחודשת של הנחותיו ולתיקון מהלך החשיבה. עם זאת, בפועל, נטע מימשה יכולות אחרות בתוך המשאבים הבינאריים והטקסטואליים שעמדו לרשותה, ובחרה לפעול בדרך אחרת. לאחר עוד ניסיון כושל מצד הצ'אט לחשב את שטח הצורה, נטע הגיבה כך: "אתה משתמש בשיטה של חיסור שטחים ואני מבקשת להשתמש בשיטה של חיבור מלבנים פשוטים".

משפט זה מכיל שתי פסוקיות. בפסוקית הראשונה בחנה נטע לראשונה את אסטרטגיית הפעולה של הצ'אט, ולכן היא קודדה עם עיגון ישיר ועם הצהרה (declarative) ורמת מודליות גבוהה. בפסוקית השנייה המשיכה נטע לצוות בנחרצות על הצ'אט כיצד עליו לפעול: צייוי, עם רמת מודליות גבוהה והיעדר עיגון.

לאחר ניסיון לא מוצלח אחר של הצ'אט להגיע לידי תוצאה הנכונה, כתבה נטע את הדברים האלה: "התשובה אינה נכונה. חלק את הצורה למלבנים כך שבחיבור השטחים תקבל 168".

ניסיונותיה של נטע לכוון את הצ'אט לדרך מסוימת וחוסר ההצלחה של ניסיונות אלו גרמו לה לצמצם עוד יותר את מרחב העשייה וקבלת ההחלטות של הצ'אט והיא מיקדה אותו ביעד מספרי מסוים, כלומר 168 יחידות שטח. גם מבע זה נחשב משפט צייוי, ללא התייחסות או עיגון ברעיונות קודמים של הצ'אט (היעדר עיגון). בסופו של דבר הצליח הצ'אט להגיע לתשובה הנכונה, ועל כך הגיבה נטע: "עכשיו זה נכון. הסבר איך קיבלת קודם 145?".

מעניין לשים לב שרק לאחר שהצ'אט הצליח לפתור נכון, בחרה נטע לראשונה לשאול שאלה פתוחה שמבררת את מקור הטעות. לאחר מכן הצטרפו לפסוקית זו פסוקיות מבררות אחרות, כגון "עדיין לא הבנתי למה לא ראית את הצורה כבנויה מ-5 מלבנים. למה הנחת שחסר מלבן באמצע?".

שאלות אלו בחנו במפורש את התוצאה השגויה הקודמת וחקרו את ההנחה שהוליכה אליה. נטע למעשה עברה מהנחות ניהוליות כלליות לשאלות פתוחות ומאבחנות, המבקשות להתחקות אחר תהליך החשיבה של הצ'אט. מבעים אלו קודדו לשאלה פתוחה עם מצב אפיסטמי נמוך ועיגון חלקי (Mood: open interrogative; Modality: low epistemic; Uptake: partial).

ניתוח רוחב של כלל האירועים

טבלה 2 מתארת את התפלגות סיווג הרספונסיביות של 144 הפסוקיות שנותרו לפי מטריצה דו־ממדית של פסוקיות פתוחות או סגורות ופסוקיות מעוגנות או לא מעוגנות, על פי סיווג רספונסיביות הפסוקית המפורטת בטבלה 1 לעיל.

טבלה 2: התפלגות סיווג הרספונסיביות של הפסוקיות לפי עיגון ופתיחות או סגורות

סה"כ	פסוקיות לא מעוגנות (no uptake)	פסוקיות מעוגנות (some uptake)	
52 (~36%)	21 (~15%)	31 (~22%)	פסוקיות פתוחות (Mood: open interrogative) OR (Mood: closed interrogative AND Modality: low)
92 (~64%)	51 (~36%)	41 (~29%)	פסוקיות סגורות (Mood: closed interrogative AND Modality: high) OR (Mood: declarative OR imperative)
144 (100%)	72 (~50%)	72 (~50%)	סה"כ

כפי שעולה מהטבלה, העיגון התפלג במידה שווה בין הפסוקיות: 72 קודדו לנעדרות עיגון ו-72 כבעלות עיגון. עם זה האיוון הכולל הזה לא התפלג באותה דרך בשאלת הפתיחות או סגירות. פסוקיות שקודדו לפתוחות היו כ-36% מהאירועים. מתוך פסוקיות אלו אחוז הפסוקיות המעוגנות היה גבוה יותר מהפסוקיות שלא היה בהן עיגון (22% לעומת 15%).

אם נשווה בין הפסוקיות שקודדו לפתוחות ובין הפסוקיות שקודדו לסגורות (למשל, ציווי או שאלות), הרי שב-60% (31 מתוך 52) מפסוקיות הפתוחות פרחי ההוראה עשו עיגון לחשיבה של המודל השפתי. לעומת זאת אחוז נמוך יותר של כ-45% (41 מתוך 91) מהפסוקיות הסגורות היו מעוגנות בדברי המודל. כלומר, פסוקיות פתוחות נטו להיות מעוגנות יותר מפסוקיות סגורות.

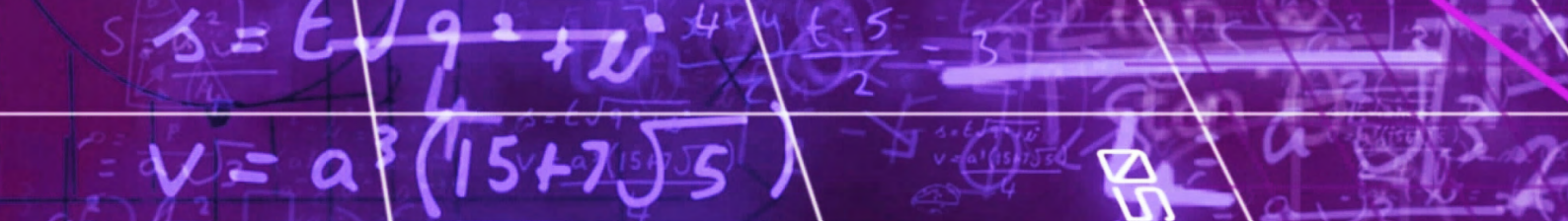
ראוי לציין כי את 31 הפסוקיות שקודדו כפתוחות ומעוגנות (ראו טבלה 2) הפיקו תשעה פרחי הוראה בלבד מתוך כלל 20 המשתתפים. ממצא זה מלמד שפיזור פסוקיות מסוג זה לא אחיד, כיוון שהן הופיעו והתקבצו בפחות ממחצית השיחות. במילים אחרות, השילוב בין פתיחות לשוניות ובין יחס ישיר כלפי ההיסק המתמטי של המודל לא שימש פרקטיקה נפוצה. הממצא המשתמע – שאר 11 פרחי ההוראה לא הציגו אף מופע של פסוקית פתוחה ומעוגנת בכל ההתכתבות עם הצ'אט – הוא ממצא עיקרי של הניתוח.

עוד עולה מטבלה 2 כי הקטגוריה של פסוקיות מעוגנות מאגדת שתי רמות: עיגון חלקי וישיר, ואחוז העיגון הישיר הוא 25% מכלל הפסוקיות (36 מתוך 144). נתון זה מלמד שרק פעמים מעטות נעשה שימוש מפורש וישיר בדברי המודל השפתי המשמש בסיס להמשך השיח, כלומר נעשה ניסיון לקחת את נקודת המבט של המודל כדי לחלצו מטעות. ממצא אחר הוא כי רק 12 מתוך 20 פרחי ההוראה הראו לפחות מופע אחד של עיגון ישיר. כלומר אף שעיגון חזק בדברי המודל אכן הופיע בקרב פרחי ההוראה, הוא לא היה דפוס רווח בכלל השיחות.

דין

במחקר זה בחנו אינטראקציות בין פרחי הוראה למודלים שפתיים מתוך התמקדות בנושא הייחודי של חילוף מטעות מתמטית. ביקשנו לבחון אילו מאפיינים רספונסיביים עולים משיחות כאשר הן מנותחות באמצעות SFL-MRT. הממצאים מעידים על שימוש נמוך בפרקטיקות רספונסיביות. רוב הפסוקיות (כ-64%) סווגו סגורות (ציווי, הצהרה או שאלה סגורה), ורק כ-36% סווגו פתוחות (שאלות פתוחות). יתרה מזו, עיגון ישיר, כלומר בנייה מפורשת של ההיסק המתמטי של מודל שפה גדול, נמצא רק ברבע מהפסוקיות ובקרב פחות ממחצית מפרחי ההוראה. הממצא שלפיו 64% מהפסוקיות נשארו סגורות על אף ההדגמה שניתנה, עשוי להעיד על אתגר מהותי של פרחי הוראה לאמץ פרקטיקות רספונסיביות לאחר התנסות קצרה, כלומר על נטייתם להשתמש בדפוס שיח סמכותיים. נוסף על כך ייתכן שהעבודה עם מודל שפה טקסטואלי, בניגוד לדינמיקה האנושית עם תלמיד, מעודדת בשלב הראשון דפוסי שיח סגורים יותר.

חשוב לציין שפסוקיות פתוחות בפני עצמן לא הבטיחו אינטראקציה רספונסיבית. כמה מהשאלות הפתוחות היו כלליות ופרוצדורליות ולא נשענו על ההיסק המתמטי הייחודי שהציג המודל השפתי. הבדל זה עשוי לשקף גישות מגוונות של פרחי ההוראה כלפי מודל השפה עצמו. למשל, כמה מפרחי ההוראה ראו במודל שותף לשיח וחשבו כי החשיבה המתמטית שלו מצדיקה פרשנות ותגובה. לעומתם אחרים ראו במודל כלי טכני שמתפקד היטב כאשר הוא מונחה באמצעות ציווי.



חקר המקרה שהצגנו מציע גישה שלפיה רספונסיביות אינה מאפיין קבוע הטמון ביחיד אלא תהליך דינמי שעשוי להתפתח תוך כדי שיחה. בדוגמה שהצגנו התקשורת של פרח ההוראה, נטע, התאפיינה תחילה בציוויים סגורים נעדרי עיגון שבהם ניסתה להכתוב למודל את דרך הפתרון במקום לאתר ולהיכנות על ההיסק השגוי שלו. מעניין לשים לב כי רק לאחר שהצ'אט הגיע לפתרון הנכון, נטע הציגה הוראה רספונסיבית שהתאפיינה בשאלת שאלות פתוחות, ממוקדות אבחון, מתוך התייחסות ישירה לטעות שעשה המודל. מעבר זה מעיד שיש ביכולתה לאמץ את נקודת המבט של האחר או להיות סקרנית כלפיה, אך היא לא השתמשה בפרקטיקה זו כדי לחלץ את המודל מטעות, אלא רק כדי להבין את המקור לטעות, לאחר החילוק. בפרשנות הממצאים יש לזכור שפרחי ההוראה לא קיבלו הנחיה מפורשת להיות רספונסיביים. אנו משערים שמודעות מכוונת לממדים של הוראה רספונסיבית עשויה הייתה לשנות את אופי האינטראקציות ולהגיע לתוצאות אחרות מאלו שהתקבלו במחקר הגישוש הזה.

מבחינה מתודולוגית, מחקר זה תורם לפיתוח ה-MRT-SFL, מסגרת שתשמש לניתוח רספונסיביות מתמטית באינטראקציות בין מורים לכלים מבוססי מודלי שפה גדולים. השימוש במסגרת תאורטית לשונית, במקרה שלנו – SFL, מאפשר להגדיר הגדרה אופרטיבית היבטים מגוונים של תקשורת מתמטית, ומתוך כך לראות ברספונסיביות לא תכונה כללית, או מקושרת למהלכים ספציפיים (כמו אצל Jacob & Empson, 2016) אלא תהליך דיאלוגי.

מגבלה מרכזית של המחקר, שהיא גם מאפיין מהותי שלו, היא שפרחי ההוראה תקשרו עם מודלי שפה כלליים (ושונים זה מזה), ולא עם כלי פדגוגי ייעודי, כגון סימולטור שתוכנן במיוחד לדמות חשיבה ותגובות של תלמידים. עיצוב ייעודי של הפעילות עשוי להשפיע על אופי הדיאלוגים. עם זאת, נקודה זו משקפת גם את הרציונל של המחקר: בטרם משקיעים משאבים מהותיים בפיתוח סימולציות פדגוגיות ייעודיות, יש חשיבות לבחון את האינטראקציות כפי שהן מתנהלות בטבעיות בין מורים למערכות כלליות של מודל שפה זמין. מתוך כך המחקר מספק נקודת מוצא (base-line) אמפירית ראשונית, היכולה לשמש תשתית לפיתוח מושכל יותר של כלים פדגוגיים עתידיים המותאמים למטרות של הכשרת מורים למתמטיקה.

הממצאים מלמדים על שלושה כיווני מחקר עתידיים. ראשית, מחקר התערבות שיבחן האם הנחיה מפורשת לנהל דיאלוג רספונסיבי, וחשיפה מוקדמת להבדלים מסוימים בממדי ה-Mood והעיגון לפני האינטראקציה עם מודל שפה או במהלכה, משנים את אופי הדיאלוג לכיוון רספונסיבי יותר. שנית, פיתוח וחקר של סימולטורים פדגוגיים המדמים חשיבה של תלמידים ומציגים טעויות נפוצות, שיאפשרו בחינה ממוקדת יותר של פרקטיקות חילוק מטעות (Schwartz & Czaczkes, 2026). שלישית, מחקר השוואתי שיבחן האם וכיצד רספונסיביות המתפתחת באינטראקציות עם מערכות מודל שפה גדול עוברת גם לאינטראקציות עם תלמידים אמיתיים בכיתה. שאלה זו מצויה בלב הפוטנציאל הפדגוגי של שימוש במודלי שפה גדולים לצורכי הכשרת מורים, שכן היא נוגעת ליכולת של התנסויות מבוססות מודל שפה לשפר פרקטיקות הוראה בפועל.

לסיכום, זהו מחקר ראשוני הבוחן את דרכי השיח של פרחי ההוראה באינטראקציה עם מודלי שפה בנושא טעויות מתמטיות, ומציע תשתית אמפירית ורעיונית להמשיך לפתח ולהעמיק שימושים פדגוגיים-מתמטיים בסביבות מבוססות בינה מלאכותית. אנו מקווים שהממצאים והתובנות המוצגים כאן ישמשו בסיס לפיתוח מחקרים עתידיים שיתרמו לעיצוב התערבויות, כלים וסביבות למידה יעילות לצורך פיתוח פרקטיקות של הוראה רספונסיבית במתמטיקה.

רשימת מקורות

- Bishop, J. P., Hardison, H. L., & Przybyla-Kuchek, J. (2022). Responsiveness to students' mathematical thinking in middle-grades classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 53(1), 10–40. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2020-0188>
- Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as “springboards for inquiry”: A teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), 166–208. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.25.2.0166>
- Bray, W. S. (2011). A collective case study of the influence of teachers' beliefs and knowledge on error-handling practices during class discussion of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(1), 2–38. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.1.0002>
- Brodie, K. (2014). Learning about learner errors in professional learning communities. *Educational Studies in Mathematics*, 85(2), 221–239. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9507-1>
- Buber, M. (1958). *I and Thou* (2nd ed., R. G. Smith, Trans.). Scribner. (Original work published 1923)



- Cassinadri, G. (2024). ChatGPT and the technology-education tension: Applying contextual virtue epistemology to a cognitive artifact. *Philosophy & Technology*, 37(1), Article 14. <https://doi.org/10.1007/s13347-024-00701-7>
- Ebbelind, A. (2023). A functional view on language: A methodology for mathematics education to study shifts in prospective teachers' discursive patterns. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(8), 1731–1745. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2204506>
- Ergene, Ö., & Çaylan-Ergene, B. (2026). Pre-service mathematics teachers' and engineering students' perceptions of ChatGPT in mathematics: Development, validation and implementation study. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 12, 68–94. <https://doi.org/10.1007/s40751-025-00176-x>
- Halliday, M., & Matthiessen, C. M. (2004). *Introduction to functional grammar* (3rd ed.). Hodder Arnold.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.2.0169>
- Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (2016). Responding to children's mathematical thinking in the moment: an emerging framework of teaching moves. *ZDM – Mathematics Education*, 48(1–2), 185–197. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0717-0>
- Lee, S., Lee, N., & Sah, Y. J. (2020). Perceiving a mind in a chatbot: Effect of mind perception and social cues on co-presence, closeness, and intention to use. *International Journal of Human-Computer Interaction*, 36(10), 930–940. <https://doi.org/10.1080/10447318.2019.1699748>
- Lin, Y.-F., Yang, E. F.-Y., Wu, J.-S., Yeh, C. Y. C., Liao, C.-Y., & Chan, T.-W. (2025). Enhancing students' authentic mathematical problem-solving via error analysis learning activity using GPT-4. *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, 20, Article 34. <https://doi.org/10.58459/rptel.2025.20034>
- Marco, N., & Stylianides, A. J. (2025). ChatGPT's mathematical knowledge and the nature of human–AI collaboration in mathematical inquiry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 56(11), 2279–2297. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2543817>
- Mejía-Ramos, J. P., Fuller, E., Weber, K., Rhoads, K., & Samkoff, A. (2012). An assessment model for proof comprehension in undergraduate mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 3–18. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9349-7>
- Rizos, I., & Gkrekas, N. (2025). The impact of LLMs on mathematics education and research at the university. *Social Sciences & Humanities Open*, 12, Article 101969. <https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2025.101969>
- Robertson, A. D., Scherr, R. E., & Hammer, D. (Eds.). (2016). *Responsive teaching in science and mathematics*. Taylor & Francis. <https://doi.org/10.4324/9781315689302>
- Schwartz, G. (2025). Moving beyond moves: Redefining mathematically responsive teaching as a humanistic stance. In C. Cornejo, P. Felmer, D. M. Gómez, P. Dartnell, P. Araya, A. Peri, & V. Randolph (Eds.), *Proceedings of the 48th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 267–274). PME.
- Schwartz, G., & Czaczkes, S. (2026, June 3–5). *Interactional formative feedback in AI-based simulations for assessing mathematically responsive teaching* [Conference presentation]. FAME2 – The Second Feedback and Assessment in Mathematics Education conference, Budapest, Hungary.
- Selden, A., & Selden, J. (2003). Validations of proofs considered as texts: Can undergraduates tell whether an argument proves a theorem? *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 4–36. <https://doi.org/10.2307/30034698>
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and

problem posing. *ZDM – Mathematics Education*, 29(3), 75–80. <https://doi.org/10.1007/s11858-997-0003-x>

- Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2024). Important mathematical competences for students in the age of generative artificial intelligence: Proof comprehension and evaluation, and ChatGPT. *Ευκλείδης γ'* [Euclid C], 100(1–2). https://hms.gr/wp-content/uploads/2025/04/4_0_29_INPRESS_StylianidesStylianides_EN_14.pdf
- Taani, O., & Alabidi, S. (2024). ChatGPT in education: Benefits and challenges of ChatGPT for mathematics and science teaching practices. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 56(9), 1748–1777. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2024.2357341>
- Wang, R. E., Zhang, Q., Robinson, C., Loeb, S., & Demsky, D. (2024). Step-by-step remediation of students' mathematical mistakes. *arXiv:2310.10648*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.10648>
- Zhuang, Y., & Zhang, S. (2025). Integrating ChatGPT in mathematics teacher education: AI-based simulation role-playing to support practice-based teaching. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 35(6), 3873–3895. <https://doi.org/10.1007/s40593-025-00519-0>

אפיון השיח בין מורי מתמטיקה לבניה מלאכותית יוצרת בעת עיצוב משימות חקר גאומטריות המשלבות טכנולוגיות דינמיות ותרומתו לידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK) של המורים

פרופ' רותי סגל



מרצה בחוג למתמטיקה באקדמית שאנן וראש החוג לחינוך מתמטי וראש התוכנית לתואר שני בהוראת מתמטיקה ומדעים בבית הספר היסודי במכללת אורנים. בעלת תואר ראשון במתמטיקה ומדעי המחשב (B.Sc.) מאוניברסיטת חיפה. תואר שני בהוראת מתמטיקה (M.Sc.) באוניברסיטה העברית, ותואר שלישי בפקולטה לחינוך מדע וטכנולוגיה (Ph.D.) בטכניון בחיפה. השתלמה בלימודי פוסט דוקטורט במוסד נאמן לחקר מדיניות בטכניון חיפה ובפקולטה לחינוך מדע וטכנולוגיה בטכניון. תחומי מחקר העיקריים: התפתחות מקצועית של סטודנטים להוראת מתמטיקה, מורים למתמטיקה ומורי מורים למתמטיקה, בין השאר גם בנושא התפתחות ידע טכנולוגי-פדגוגי ומתמטי (TPACK) שלהם בשילוב טכנולוגיות מגוונות, ובייחוד בשילוב סביבות בינה מלאכותית.

ד"ר ענת קלמר



ראש התוכנית לתואר שני באוריינות וחדשנות בחינוך במכללה האקדמית גליל מערבי. בעלת תואר שלישי (Ph.D.) בחינוך מתמטי מאוניברסיטת חיפה. ניהלה את המרכז הארצי למורי המתמטיקה בחינוך היסודי באוניברסיטת חיפה, ופיתחה סביבות למידה מתוקשבות להוראת המתמטיקה. תחומי המחקר העיקריים: שילוב טכנולוגיות דיגיטליות ובינה מלאכותית גנרטיבית בהוראת המתמטיקה, התפתחות מקצועית של מורים למתמטיקה בנושא ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK) שלהם, יחסי הגומלין בין שפה למתמטיקה וטיפול חשיבה מתמטית ופתרון בעיות בסביבות דינמיות ובחדרי בריחה דיגיטליים.

אפיון השיח בין מורי מתמטיקה לבניה מלאכותית יוצרת בעת עיצוב משימות חקר גאומטריות המשלבות טכנולוגיות דינמיות ותרומתו לידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK) של המורים רותי סגל וענת קלמר

תקציר

מחקר זה בחן את מאפייני השיח בין מורים לבניה מלאכותית יוצרת (GenAI) בעת תכנון שיעורי גאומטריה המשלבים סביבות טכנולוגיות דינמיות, ואת תרומתו להתפתחות הידע הטכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK) של המורים. בחקר מקרה בשיטה מעורבת (mixed-methods case study) עם דומיננטיות איכותנית השתתפו שלוש מורות למתמטיקה בבית ספר יסודי, שהשתמשו בקלוד (Claude) לתכנון שיעורים המשלבים את הכלים ג'אוג'ברה (GeoGebra) ואוריגמטריה (Origametry). הנתונים נאספו באמצעות תמלילי השיח עם קלוד, הקלטות שיח מונע סקרנות (CDD – Curiosity Driven Discourse), יומני מחקר שיתופיים ושאלוני ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני. הנתונים נותחו באמצעות שילוב של ניתוח כמותי של שאלוני ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (שניתנו לפני הקורס ואחריו) ובאמצעות ניתוח איכותני-פרשני של תמלילי השיח ויומני המחקר באמצעות שיטת ההשוואה המתמדת. הממצאים חשפו שני מאפיינים עיקריים של השיח: דו-שיח איטרטיבי לשיפור ודיוק ההנחיות (פרומפטים) לבניה מלאכותית יוצרת, ודו-שיח המעודד חשיבה ביקורתית. נמצא כי השיח תרם להתפתחות הידע הטכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורות על כל רכיביו, בהם העמקת הבנה בנושאים גאומטריים, פיתוח אסטרטגיות הוראה מגוונות ושיפור מיומנויות בשימוש בכלים טכנולוגיים. נוסף על כך מממצאי המחקר עולה כי שילוב השיח מונע סקרנות משמש גורם מאיץ תהליכי למידה ושיש צורך בשיקול דעת מקצועי בתוצרי בינה מלאכותית יוצרת.

מילות מפתח: ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK); גאומטריה דינמית; בינה מלאכותית יוצרת (GenAI); חינוך מתמטי; התפתחות מקצועית של מורים; שיח מונע סקרנות (CDD).

מבוא

שילוב טכנולוגיה בהוראת מתמטיקה בכלל וגאומטריה בפרט מציב אתגרים מהותיים לפני מורי המתמטיקה (Klemer et al., 2023; Stein et al., 2020). סביבות גאומטריה דינמיות, כגון אוריגמטריה (Origametry) וג'אוג'ברה (GeoGebra), מציעות כלים רבי עוצמה לקידום הבנה מתמטית, ואולם מורים רבים מתקשים לשלבן ביעילות בפרקטיקת ההוראה שלהם. הקושי מתעצם כאשר נדרש ממורים לשלב בו בזמן שתי סביבות טכנולוגיות שונות זו מזו בעת עיצוב משימות חקר, הדורש מהם ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK) מבוסס. בשנים האחרונות, עם התפתחות בינה מלאכותית יוצרת (GenAI), נפתחו דרכים חדשות לתמיכה בהתפתחות מקצועית של מורים (Baidoo-Anu & Ansah, 2023). במחקרים נמצא כי בינה מלאכותית יוצרת יכולה לסייע בתכנון הוראה, בחיבור בעיות מתמטיות והתאמתן לצרכים פדגוגיים (Segal & Biton, 2024). עם זה השימוש בבינה מלאכותית יוצרת בחינוך טומן בחובו גם אתגרים: מגבלות בינה מלאכותית יוצרת בהבנה עמוקה של תהליכים מתמטיים, אי-דיוקים בתכנים המוצעים, המגבירים את הצורך בחשיבה ביקורתית מצד המשתמשים (Segal & Biton, 2025; Wardat et al., 2023).

לצד העניין הגובר בכוח של בינה מלאכותית יוצרת לתמוך במורים, מעט ידוע על מאפייני השיח היעיל בין מורים לבניה מלאכותית יוצרת בנושא תכנון משימות חקר בגאומטריה, ועל האופן ששיח זה יכול לתרום להתפתחות הידע הטכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורים. פער זה בולט בייחוד כאשר מדובר בשילוב של כמה סביבות טכנולוגיות דינמיות בו בזמן. המחקר הזה משמש חלק ממחקר רחב והוא מתמקד בעיצוב משימות חקר המשלבות שתי סביבות טכנולוגיות דינמיות: אוריגמטריה, סביבה ממוחשבת ללמידת גאומטריה באמצעות קיפולי נייר וג'אוג'ברה, תוכנת מתמטיקה דינמית. המורים ראו בקלוד, מערכת בינה מלאכותית יוצרת, שותף הוראה אישי בתהליך תכנון משימות החקר והשתתפו בשיח מונע סקרנות (CDD – Curiosity Driven Discourse) עם עמיתיהם (Lehavi et al., 2019; Segal et al., 2023). שיח מונע סקרנות משמש מקום לשיח מקצועי ולא שיפוטי בין עמיתים הנשען על עקרונות חקר שיתופי של תהליכים בקבלת ההחלטות שלהם, ומשיג תובנות מהאינטראקציה עם בינה מלאכותית יוצרת (ראו פירוט בסעיף 2 בסקירת ספרות).

מטרת המחקר היא לבחון את מאפייני השיח בין מורים לבינה מלאכותית יוצרת בעת עיצוב משימות חקר בגאומטריה המשלבות שתי סביבות טכנולוגיות דינמיות, ולהבין כיצד שיח זה תורם להתפתחות הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורים.

סקירת ספרות

1. ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK)

הרקע של ידע טכנולוגי, פדגוגי ותוכני מספק בסיס תאורטי לתיאור והבנה של הידע הנדרש ממורים בכלל וממורים למתמטיקה בפרט לצורך שילוב יעיל של טכנולוגיה בהוראה (Koehler & Mishra, 2009; Klemmer & Rapoport, 2020;). רקע זה מורכב משבעה רכיבי ידע המשתלבים זה בזה. שלושת הרכיבים הבסיסיים הם אלה: 1. ידע תוכני (CK) – ידע המורה בתחום הדעת, במאמר זה מתמטיקה וגאומטריה; 2. ידע פדגוגי (PK) – ידע כיצד ללמד, לרבות שיטות הוראה, ניהול כיתה והערכה; 3. ידע טכנולוגי (TK) – ידע כיצד להשתמש בכלים טכנולוגיים, ולהתאים את ההוראה לטכנולוגיות משתנות. רכיבים אלה יוצרים ארבעה רכיבי ידע משולבים: 4. ידע פדגוגי-תוכני (PCK) – ידע כיצד ללמד תוכן מסוים בדרך פדגוגית יעילה; 5. ידע טכנולוגי-תוכני (TCK) – הבנת הדרכים שבהן טכנולוגיה ותוכן מנהלים יחס גומלין; 6. ידע טכנולוגי-פדגוגי (TPK) – ידע כיצד טכנולוגיות למיניהן יכולות לשנות את תהליך ההוראה ולפתוח הזדמנויות פדגוגיות חדשות; 7. ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK) – הידע השלם המשלב את שלושת הרכיבים הבסיסיים ביחד, ומהווה את הבסיס לשימוש יעיל בטכנולוגיה ללימוד תוכן מסוים בדרכים פדגוגיות מתאימות (Koehler & Mishra, 2009; Schmidt et al., 2009). פיתוח ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני מלא, ובייחוד היכולת לשלב בין שלושת הרכיבים בו בזמן, נחשב למאתגר יותר מפיתוח כל רכיב בנפרד, ומשמש יעד עיקרי בתוכניות פיתוח מקצועי של מורים (Mishra et al., 2023).

פיתוח ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני איתן של מורים דורש יותר מחשיפה מזדמנת לכלים טכנולוגיים. מק'קולוך ועמיתיו (McCulloch et al., 2021) מצאו שתוכניות רבות להכשרת מורים אומנם מספקות הזדמנויות לעבוד עם טכנולוגיות מתמטיות, ואולם חוויות אלה לעיתים קרובות מבודדות ואינן משולבות בשיטתיות. כלומר הכשרה המורכבת מיחידות נפרדות ובלתי מקושרות של טכנולוגיה, שבהן הטכנולוגיה אינה משמשת חלק בלתי נפרד מתהליך ההוראה אלא תוספת אגבית, אינה מאפשרת למורים לפתח ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני מוצק ועשויה להסביר מדוע מורים רבים מתקשים לשלב טכנולוגיה בהוראתם.

לפיכך פיתוח ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני מחייב פיתוח מקצועי מתמשך המסייע למורים לעבור משימוש בטכנולוגיה המשמשת עזר חישובי בלבד למינוף הטכנולוגיה להעמקת החשיבה וההבנה המתמטית (Cai et al., 2020). בפיתוח הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני של מורים למתמטיקה צריך להביא בחשבון כי גם עזרי ההוראה העומדים לרשות המורים, כמו ספרי לימוד במתמטיקה, מציעים היצע דל של משימות המשלבות טכנולוגיה, ומהם הטכנולוגיה משולבת לתמיכה חינוכית בסיסית, ובמעט מהם יש סוגים חדשים של פעילויות מתמטיות לפיתוח החשיבה וההבנה המתמטית (Sherman et al., 2020). פער זה בולט בייחוד בהוראת גאומטריה, שבה תוכנות גאומטריה דינמיות אינן מנוצלות במלואן למרות יכולתן לאפשר הבנה מושגית עמוקה באמצעות חקירה אינטראקטיבית (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023). אחת הדרכים לניצול יעיל של תוכנות גאומטריה דינמית בעת שימוש במשימות המוצגות בספרי לימוד שאינם משלבים טכנולוגיה, מוצגת במחקר של סגל (Segal, 2026). המורים שהשתתפו במחקר התבקשו באמצעות שימוש בתוכנת ג'אוג'ברה לשנות את הארכיטקטורה של משימה מספר הלימוד במעבר מייצוג סטטי של האובייקטים הגאומטריים, כפי שהם מוצגים במשימה בספר הלימוד, לייצוג דינמי שלהם באמצעות שילוב יישומנים המזמנים חקר אינטראקטיבי. ממצאי המחקר מלמדים על התרומה של תהליך זה לפיתוח ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורים.

2. סביבות טכנולוגיות דינמיות בהוראת גאומטריה וג'אוג'ברה

סביבות טכנולוגיות דינמיות, פיזיות ודיגיטליות כאחד, הפכו לכלים חיוניים בהוראת גאומטריה. סביבות אלה מקדמות למידה פעילה ומטפחות הבנה מושגית עמוקה של עקרונות גאומטריים בעת שהן מאפשרות לתלמידים להתבונן כיצד שינויים בהיבט אחד של צורה גאומטרית משפיעים על מאפייניה האחרים (Chan & Leung, 2014; Fahlgrén & Brunström, 2014; Leung, 2008).

אוריגמטרייה היא סביבה ממוחשבת ללמידת גאומטרייה המסתמכת על עקרונות האוריגמי – אומנות קיפול הנייר היפנית (Golan, 2011; Golan & Jackson, 2009; Oberman, 2018). האוריגמי נחשב בספרות בעל פוטנציאל מהותי לפיתוח תפיסה מרחבית וכישורי הדמיה בחינוך הגאומטרייה (קלמר ואחרים, 2015; Boakes, 2011; Klemmer & Rapoport, 2020). פעילויות אוריגמי מספקות גישה מוחשית לחקירת יחסים ומאפיינים גאומטריים, ומאפשרות מעבר מהתנסות חזותית ומוחשית להבנה פורמלית של מושגים גאומטריים (Arıcı & Aslan-Tutak, 2015; Dağdelen & Kösterelioglu, 2020). אוריגמטרייה מרחיבה פוטנציאל זה באמצעות שילוב קיפול הנייר עם סביבה דיגיטלית אינטראקטיבית, ומתוך כך מחברת בין פעילות מוחשית לחקירה ממוחשבת (Golan, 2011; Oberman, 2018). מחקרים מלמדים על תרומתה של למידה מבוססת אוריגמי בשילוב טכנולוגיה לפיתוח הבנה גאומטרית, לדיוק בהגדרות ולחיזוק החשיבה הפורמלית (Budinski et al., 2020). למשל, קנדיל ואישקסל-בוסטן (Kandil & Işıksal-Bostan, 2019) מצאו שהוראת גאומטרייה מבוססת אוריגמי בכיתה ז' שיפרה במידה ניכרת הן את הישגי התלמידים הן את תחושת המסוגלות העצמית שלהם. בדומה ארכי ואסלאן-טוטאק (Arıcı & Aslan-Tutak, 2015) הראו שתלמידי כיתה י' שלמדו גאומטרייה באמצעות שיטות מבוססות אוריגמי שיפרו במידה ניכרת את יכולות ההדמיה המרחבית, את ההישגים הגאומטריים ואת מיומנויות ההנמקה שלהם. ממצאים אלה ממחישים כיצד הפעילות המוחשית של קיפול הנייר מאפשרת מעבר מהתנסות חושית להמסדה מתמטית, תהליך שאי אפשר לעשות אותו בסביבה דיגיטלית בלבד.

ג'אוג'ברה היא תוכנת מתמטיקה דינמית המאפשרת בנייה ומניפולציה של אובייקטים גאומטריים על בסיס התכונות המגדירות אותם. התוכנה מגבירה את ביטחון הלומדים ומאפשרת להם להגיע לידי הכללות באמצעות חקירה אינטראקטיבית (Arbain & Shukor, 2015; Boo & Leong, 2016; Leung, 2008; Segal et al., 2018). יכולתה לתמוך במשימות למידה מבוססות חקר הופכת את הכיתה למעבדה מתמטית שבה תלמידים יכולים לייצר ולבחון השערות על יחסים גאומטריים (Boo & Leong, 2016; Kohen et al., 2025; Kuzle, 2017). עם זה שילוב משימות חקר עם ג'אוג'ברה הוא מאתגר בעבור מורים רבים, מה שמדגיש את הצורך בטיפול של התפתחות מקצועית מתמשכת (Avargil et al., 2012; Häikiöniemi, 2017; Klemmer et al., 2023; Raveh et al., 2025; Wassie & Zergaw, 2019).

שילוב של אוריגמטרייה עם ג'אוג'ברה יוצר סביבת למידה רבת-עוצמה, המאיצה ומעמיקה את ההבנה של מושגים גאומטריים. מחקרים מלמדים על תרומתה של גישה משולבת זו לפיתוח החשיבה הגאומטרית בקרב לומדים בגילים וברקעים מגוונים, ואף על פוטנציאל לצמצום פערים בידע גאומטרי של תלמידים מרקעים סוציו-אקונומיים למיניהם (Budinski et al., 2020; Klemmer & Rapoport, 2020). שתי הסביבות משלימות זו את זו: אוריגמטרייה מספקת את ה"גרייה המוחשית" – היווצרות ידע באמצעות קיפול, מגע וראייה ישירה של הצורה הנבנית, בעוד ג'אוג'ברה מספקת את ה"גרייה הטכנולוגית-דינמית" – היכולת לגרור, לשנות ולצפות מייד בתוצאה. לפיכך תלמיד שקיבל ריבוע בנייר וצפה בציר הסימטרייה שלו (אוריגמטרייה) יוכל לאחר מכן לחקור בג'אוג'ברה כמה צירי סימטרייה יש לריבוע ומדוע, ולגלות הכללות שהפעילות הפיזית לבדה אינה מאפשרת. למשל, בודינסקי ואחרים (Budinski et al., 2020) הראו שתלמידי כיתה ה' שלמדו בשילוב שתי הסביבות הצליחו לזהות מושגים גאומטריים, להבין הגדרות ותכונות ולקשר ידע חדש לידע קודם ברמה גבוהה מזו שהשיגו תלמידים שלמדו בכל אחת מהסביבות בנפרד.

המחקר הזה עוסק באתגר של שילוב בו בזמן של שתי סביבות אלו בעת חיבור ועיצוב משימות חקר.

3. חיבור בעיות (problem-posing) מתמטיות ומשימות מבוססות חקר בסביבה טכנולוגית

חיבור בעיות (problem-posing) משמש פרקטיקה עיקרית בתכנון ובהוראה של מתמטיקה (Cai et al., 2015). בחיבור בעיות יש יצירה של בעיות חדשות או ניסוח מחדש של בעיות קיימות (Silver, 1994). ממחקרים עולה כי עיסוק בחיבור בעיות עשוי להשפיע בחיבור על הפרקטיקות הפדגוגיות והמתמטיות של מורי מתמטיקה. למשל, באומאנס ורוט (Baumanns & Rott, 2021) מצאו שמורים שעסקו בחיבור בעיות פיתחו הבנה מעמיקה יותר של הקשרים מתמטיים וגמישות פדגוגית גדולה יותר בהתאמת משימות לצורכי תלמידיהם. בדומה, קאור ורוסלי (Kaur & Rosli, 2021) מדגישים כי תהליך חיבור הבעיות מחייב את המורים לנתח לעומק את מבנה הידע המתמטי, ומתוך כך מחזק גם את יכולתם לתמוך בפיתוח מיומנויות פתרון בעיות בקרב תלמידים.

חיבור בעיות ופתרון בסביבה טכנולוגית דינמית מאפשרים לחקור, להתנסות ולהתבונן במצבים מתמטיים משתנים, ומספקים ללומדים הזדמנויות לעבודה עם הדמיות דינמיות של אובייקטים גאומטריים (Abramovich & Cho, 2015; Cai et al., 2015). כך, למשל, גרירת נקודות של צורות גאומטריות על המסך והתבוננות בהשפעות של השינויים עשויות לסייע בהכללת יחסים גאומטריים ובחיבור בעיה חדשה (Segal et al., 2018, 2021). חיבור בעיות בסביבה דינמית נשען לעיתים קרובות על ניתוח המבנה והמושגים המרכזיים של בעיה קיימת, לצורך פירוקה



ובנייתה מחדש באופן מושכל (Kaur & Rosli, 2021). תהליך זה מאפשר להבין לעומק טיעונים והוכחות גאומטריות, בין השאר באמצעות בחינת האינטראקציה בין פעילות סטטית (כגון עבודה בעיפרון ונייר) ובין פעילות דינמית דיגיטלית (Komatsu & Jones, 2020).

לצד יתרונות אלו, חיבור בעיות נחשב למשימה מאתגרת בעבור מורים. למשל, ורדאט ואחרים (Wardat et al., 2023) מבחינים באתגר של מורים לחבר בעיות מתמטיות המתאימות לצורכי תלמידיהם. קאי והוואנג (Cai & Hwang, 2021) חושפים את הקשיים הכרוכים בתהליך חיבור בעיות, בייחוד בשילוב טכנולוגיה. מתוך כך לי (Lee, 2021) מדגיש את הצורך במחקרים שיבחנו את תהליכי חיבור הבעיות ופתרוןן בסביבות טכנולוגיות, ובייחוד את הקשרים בין שלבי התפתחות הידע המקצועי של מורים לפרקטיקות אלו. המחקר הזה מתמקד בצורך זה מתוך מתן פתרון לאתגרים של מורים בתהליך חיבור בעיות באמצעות שילוב בינה מלאכותית יוצרת.

4. היתרונות והאתגרים של שימוש בבינה מלאכותית יוצרת (GenAI) בחינוך בכלל ובחינוך מתמטי בפרט

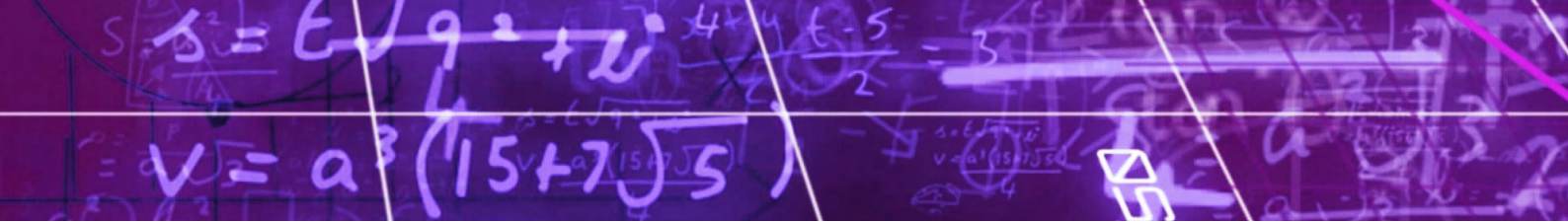
הופעתן והתרחבות הנגישות של סביבות בינה מלאכותית יוצרת בשנים האחרונות מציגות יכולות חדשות לתמיכה בהתפתחות המקצועית של מורים בכלל ושל מורים למתמטיקה בפרט (Baidoo-Anu & Ansah, 2023; Opesemowo & Ndlovu, 2024). בבינה מלאכותית יוצרת יש קבוצה של אלגוריתמים מבוססי למידת מכונה, שנועדו לייצר תוכן חדש באמצעות כתיבת הנחיות (פרומפטים) ואינטראקציות המדמות שיח אנושי. סביבות אלו מציעות הזדמנויות ייחודיות לשיפור תכנון הוראה ופרקטיקות פדגוגיות של מורים (Baidoo-Anu & Ansah, 2023; Chan & Hu, 2023; Marienko et al., 2020).

אף שהשימוש בבינה מלאכותית יוצרת במערכות חינוך עדיין בחיתוליו, בספרות נמצא פוטנציאל למגוון תרומות אפשריות של שילובה. בתרומות אלו נמצאים פיתוח מיומנויות דיגיטליות, תמיכה בתהליכי למידה, סיוע בכתיבה ובסיעור מוחות בעת עיצוב משאבי הוראה ולמידה, וכן יכולת לקבל תמיכה מותאמת אישית (Biton & Segal, 2025; Biton et al., 2025; Chan, 2023; Chan & Hu, 2023; Gurl et al., 2025; Segal & Biton, 2024). נוסף על כך האינטראקציה עם בינה מלאכותית יוצרת מאלצת מורים לנסח במדויק את מטרות ההוראה שלהם ולפתח שאלות חקר יצירתיות, תהליכים שבפני עצמם מעמיקים את הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני שלהם (Mishra et al., 2023).

בחינוך מתמטי בעיקר בינה מלאכותית יוצרת משמשת כלי ייחודי לתמיכה בתכנון הוראה של מורי מתמטיקה. הוראת מתמטיקה כרוכה בצמתים פדגוגיים מאתגרים, כגון עיצוב משימות חקר, בחירת ייצוגים חזותיים ותכנון רצף שאלות המוביל לגילוי עצמאי. בינה מלאכותית יוצרת יכולה לשמש "שותף חשיבה" למורים בתהליכים אלה: להציע ניסוחים חלופיים לבעיות, לשקף קשיים מושגיים צפויים ולהמליץ על גישות הוראה מגוונות לאותו מושג מתמטי ומתוך כך לאפשר למורה להרחיב את ארגז הכלים הפדגוגי שלו (Segal & Biton, 2024; Nedaei et al., 2022). נוסף על כך בינה מלאכותית יוצרת יכולה גם לספק הסברים והדמיות של מושגים גאומטריים, לאפשר חוויות למידה מותאמות אישית ולהשתתף בדו־שיח אינטראקטיבי של פתרון בעיות, תרומות שיש להן פוטנציאל חשוב לקידום הידע המתמטי של תלמידים ומורים גם יחד (Getenet, 2017; Kasneci et al., 2023; Rane, 2023; Wardat et al., 2023).

שימוש בבינה מלאכותית יוצרת עשוי לתרום גם לידע הפדגוגי של מורי מתמטיקה, למשל, בקידום למידה שיתופית (Rane, 2023), ובייחוד בצמתים פדגוגיים מאתגרים כגון חיבור בעיות מתמטיות לצרכים חינוכיים (Nedaei et al., 2022). לפיכך בינה מלאכותית יוצרת יכולה להציע בעיות המקשרות בין מתמטיקה לחיי היום־יום, להמליץ על התאמות בניסוח בעיות לרמות מגוונות של תלמידים, או להציע משימות המסייעות בהתמודדות עם קשיים מושגיים מסוימים (Biton & Segal, 2025; Segal & Biton, 2024). ככל שהמורים משתמשים יותר בבינה מלאכותית, כן האינטראקציה בין המורים לבינה המלאכותית מתפתחת יותר. על פי קים (Kim, 2024), עם העלייה בהיכרות של המורים עם סביבות אלו ושימוש בהן, הם נעים משימוש פסיבי לשותפות פעילה, ורואים בבינה מלאכותית יוצרת שותפה פדגוגית פוטנציאלית. קשר שיתופי זה עשוי לתרום ליכולת של המורים לתכנן ולתזמר פעילויות כיתה בזמן אמת (Holstein et al., 2019; Rane, 2023).

עם זה במחקרים נמצאו גם מגבלות ואתגרים בשימוש בבינה מלאכותית יוצרת בעניינים חינוכיים. בין השאר נטען כי מערכות אלו מתקשות לגלות רגישות לעניינים פדגוגיים ולמאפיינים ייחודיים של לומדים, כגון ידע קודם, דעות שגויות או צרכים רגשיים. ההבנה שלהם בעניין התנהלות תהליך הלמידה (מטרות ההוראה, מאפייני המשימה והדינמיקה הכיתתית) נשארת חלקית, והתגובות שהם מספקים נשענים בעיקר על דפוסים סטטיסטיים מתוך נתוני האימון שלהם.



נוסף על כך יכולתם לייצר הצעות "יצירתיות" אינה נשענת על הבנה מושגית מעמיקה, ועל כן עלולה שלא להתאים תמיד לצרכים חינוכיים מורכבים. כאן הועלתה גם ביקורת על נטייתן של מערכות בינה מלאכותית יוצרת להתעלם מהיבטים אתיים ומתוצאות חינוכיות רחבות יותר של השימוש בהן (Baidoo-Anu & Ansah, 2023; Chan & Hu, 2023). נוסף על אתגרים אלו עולה ממחקרים כי הסתמכות יתר על עזרים קוגניטיביים חיצוניים, כגון בינה מלאכותית יוצרת, עלולה לגרום לניווט של תהליכי חשיבה, בייחוד התנוונות של חשיבה ביקורתית, ומתוך כך ל"עצלות מטא-קוגניטיבית" (Lee et al., 2025; Oakley et al., 2026; Prunkl, 2024).

מחקרים על שילוב בינה מלאכותית יוצרת בחינוך מתמטי מלמדים על אתגרים אחרים. מורים ותלמידים נדרשים להיות מודעים לעובדה שבינה מלאכותית יוצרת אינה תמיד מדויקת או אמינה, וכי למערכות כגון ChatGPT אין הבנה עמוקה של תהליכים מתמטיים, בהם גאומטריה. לפיכך הם עשויים להציע פתרונות שגויים או חלקיים, כפי שתועד למשל בפעמים שבהן הוצע שימוש במשפט פיתגורס לפתרון בעיה שאינה עוסקת במשולש ישר זווית (Segal & Biton, 2024), או כאשר לא ניתן פתרון הולם לגישות שגויות של לומדים (Biton & Segal, 2025; Rane, 2023; Wardat et al., 2023). ממצאים אלו מדגישים את הצורך בשילוב בינה מלאכותית יוצרת בדרך המאפשרת לפתח חשיבה ביקורתית, לבחון, להעריך ולאמת מידע מתמטי המופק באמצעות בינה מלאכותית יוצרת. במחקר הזה המורים הונחו להשתמש בבינה מלאכותית יוצרת לצד שיח מונע סקרנות.

5. שיח מונע סקרנות (Curiosity Driven Discourse – CDD)

על פי עקרונות שפירטו להבי ואחרים (Lehavi et al., 2019) וסגל ואחרים (Segal et al., 2023), שיח מונע סקרנות (CDD) מעודד מורים להתבונן, להעלות השערות ולדון בבחירות ההוראה שלהם ושל אחרים. הרקע לשיח מונע סקרנות במחקר זה נשען על שישה עקרונות מפתח: 1. עדויות: מורים משתפים קטעים ממערכי השיעורים שלהם שלדעתם ראויים לדיון כמו למשל המשימה המתמטית המשולבת במערך השיעור; 2. אוטונומיה: המורים עצמם בוחרים איזה קטע ממערך השיעור הם מעוניינים לשתף את עמיתיהם לקראת השיח מונע סקרנות ונותנים לו כותרת; 3. תפקידים ברורים: בכל שיח מונע סקרנות מסוים, המורה המציג את הקטע ממערך השיעור שלו נחשב לחניך ושותפיו/עמיתיו הם החונכים (תפקידים אלו יכולים להתחלף רק בשיח מונע סקרנות חדש); 4. מקצועיות משותפת: המורים משתפים את המומחיות המקצועית שלהם בנושא של תוכן השיעור; 5. התפתחות מקצועית הדדית: תהליך ההתפתחות שואף להיות הדדי; 6. התמקדות בגישה חקרנית: ההכנה לשיח על הקטע ממערך השיעור והשיחה עצמו צריכים להתנהל מתוך גישה סקרנית (כלומר בלי שיפוטיות) בעת חיפוש רעיונות לדיון. כלומר המיקוד לא צריך להיות בשיפוט המורה ששיתף את תוכנית השיעור שלו ובתיוגה "נכונה" או "שגויה", אלא בבחינת הבחירות וההצדקות להחלטותיו וכיצד הן עשויות לשקף את ה"אני מאמין" של המורה.

במחקר זה שיח מונע סקרנות שימש מנגנון תומך לעיבוד רפלקטיבי ושיטתו של תהליכי תכנון ההוראה, ובייחוד תכנון המשימה המשלבת את שתי הסביבות הטכנולוגיות אוריגמטריה וג'אוג'ברה, והאינטראקציות עם בינה מלאכותית יוצרת, ולא מוקד המחקר עצמו. שילובו אפשר למורים לבחון בביקורתיות את הבחירות הפדגוגיות שלהם ואת תרומת השיח עם בינה מלאכותית יוצרת להתפתחותם המקצועית.

שאלות מחקר

- מהם המאפיינים של שיח יעיל בין מורה לבינה מלאכותית יוצרת בעת חיבור משימות חקר להוראת גאומטריה, המסתייע בו בזמן בשתי סביבות גאומטריה דינמיות (אוריגמטריה וג'אוג'ברה)?
- כיצד שיח זה בין מורה לבינה מלאכותית יוצרת תורם לידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורים?

מתודולוגיה

הקורס

מחקר זה נמשך 13 שבועות בעת קורס שנתי שכותרתו "פיתוח ידע מתמטי-פדגוגי-טכנולוגי", והיה חלק מן תוכנית לתואר שני (M.Ed.) בחינוך מתמטי במכללה אקדמית לחינוך בישראל, בהשתתפות 14 סטודנטים.

1. כלים טכנולוגיים

בקורס השתמשו בשלוש סביבות טכנולוגיים עיקריות: 1. קלוד (Claude), מערכת בינה מלאכותית יוצרת (GenAI) המסייעת למורים בחיבור משימות למידה מבוססות חקר; 2. ג'אוג'ברה, תוכנת מתמטיקה דינמית ליצירת יישומים לפעילויות גאומטריות אינטראקטיביות והדמיות לצורך המחשת מושגים גאומטריים ומתן הזדמנויות חקר לתלמידים; 3. אוריגמטריה, סביבה טכנולוגית ממוחשבת המסתמכת על עקרונות האוריגמי, ומיועדת לשיפור תפיסה מרחבית וכישורי הדמיה בגאומטריה.

באמצעות שלושת הכלים הטכנולוגיים האלה היה אפשר לגשת לטכנולוגיות מגוונות להוראת גאומטריה, בשילוב מתודולוגיות דיגיטליות ומעשיות. המורים עסקו בדורשיה בינם לבין עצמם ועם קלוד כדי לתכנן, לעצב ולשפר את משימות הלמידה מבוססות החקר שלהם וליצור רעיונות לשילוב יעיל של שתי הסביבות ג'אוג'ברה ואוריגמטריה באסטרטגיות ההוראה שלהם.

2. מהלך הקורס

אלה היו רכיבי הקורס:

1. הסכמת משתתפים: בתחילת הקורס עודכנו כל 14 הסטודנטים שקורס זה הוא חלק ממחקר, שהשתתפות בו היא בהסכמה ולא תשפיע על הערכת הקורס שלהם ושדרישות הקורס נשארו זהות לכל הסטודנטים, בלי קשר להסכמה או לאי-הסכמה להשתתף במחקר. כל הסטודנטים הסכימו להשתתף ונתנו הסכמה מדעת.
2. שאלון ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני שהוגש לסטודנטים טרם השתתפותם בקורס: כל 14 הסטודנטים מילאו שאלון להערכת רמות שילוב הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני לפני הקורס.
3. שילוב סביבות גאומטריה דינמיות: הסטודנטים נחשפו לשתי הסביבות אוריגמטריה וג'אוג'ברה ועבדו בשיתוף פעולה כדי להכיר את הכלים האלה.
4. תכנון וחיבור של משימות חקר בשיתוף פעולה: לאחר ההיכרות הראשונית עם הכלים הטכנולוגיים חולקו הסטודנטים לקבוצות של שלושה-ארבעה סטודנטים וכל קבוצה החליטה על נושא עיקרי בגאומטריה. כל חבר בקבוצה היה צריך לפתח משימת חקר בגאומטריה הרואה הן באוריגמטריה הן בג'אוג'ברה רכיבים עיקריים ומשלבת ביניהם. לפיכך כל קבוצה יצרה יחד יחידת לימוד שלמה לנושא שבחירה והתהליך כלל עבודה עצמאית ושיתופית כאחד. בעת התהליך הם הונחו להשתמש בבינה מלאכותית יוצרת ובקלוד ובמידת הצורך: לנסח הנחיות הנשענות על אתגרים פדגוגיים וגאומטריים, לעדכן בהתאם את משימותיהם על בסיס תגובות שקיבלו מקלוד. נעשה תיעוד של האינטראקציה שלהם עם קלוד.
5. שיח מונע סקרנות (CDD): כדי לטפח שיתוף פעולה ורפלקציה אחרים, כל 14 המורים נחשפו לעקרונות השיח מונע סקרנות והונחו לעשות מפגשי שיח מונע סקרנות בעת עבודתם השיתופית, באמצעות שיתוף מערכי השיעור שלהם ומשימות החקר בשילוב ג'אוג'ברה ואוריגמטריה, הן במפגשי הקורס הן בפגישות זום מלבד שעות הלמידה בקורס. שיח מונע סקרנות בין עמיתים אפשר לנהל דיונים מובנים בין המורים המשתתפים. במפגשים אלה הם דנו בבחירות שלהם לחבר ולעצב משימות חקר ודרכי הוראה מתוכננות ובהליכי קבלת ההחלטות שלהם על בסיס שילוב שתי הסביבות הטכנולוגיות והמלצות הבינה המלאכותית היוצרת. לדוגמה, הם התבקשו לנמק את ההחלטות הפדגוגיות שלהם לקבלה או שינוי של הצעות בינה מלאכותית יוצרת ולתאר כל דו-שיח חשוב שניהלו בעת אירועים קריטיים שהתעוררו בעיצוב המשימות המתמטיות שלהם (המפגשים הוקלטו ותומללו).
6. יומני מחקר שיתופיים: כל קבוצה של שלושה-ארבעה מורים התבקשה לכתוב את הרפלקציות שלה על חוויותיה, אינטראקציות עם בינה מלאכותית יוצרת, תהליכי תכנון והבניה של משימות חקר וכו' ביומן מחקר שיתופי באמצעות Google Forms. ביומן זה הופיעו גם אתגרים שעמדו לפנייהם, פתרונות שפיתחו אותם, רפלקציות על מפגשי השיח מונע סקרנות ותובנות אישיות שעלו מהקורס, מה שאפשר דו-שיח מתמשך בין חברי הקבוצה.
7. שאלון ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני בסיום המחקר: המורים מילאו שוב את השאלון כדי לאפשר הערכה של שינויים בידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני שלהם.
8. בחירת קבוצה: בשלב זה הכירו החוקרים את הקבוצות והחליטו איזו מהן תשמש לחקר מקרה.

המחקר

1. גישת המחקר

המחקר הזה נעשה לפי סוגת חקר מקרה (case study) בגישה מעורבת בעלת דומיננטיות איכותנית (Creswell & Poth, 2018; Stake, 1995). חקר מקרה מאפשר לבחון בחינה מעמיקה וכלולית (אינטגרטיבית) של תופעה מורכבת בסביבתה הטבעית, מתוך שמירה על עושר הפרטים ומגוון מקורות הנתונים (Stake, 1995; Yin, 2011). גישה זו מתאימה בייחוד לכאן, שכן השיח בין מורים לבינה מלאכותית יוצרת בעניין תכנון ועיצוב משימות חקר בגאומטריה הוא תופעה חדשה ומורכבת, שאי אפשר לבחון אותה היטב בכלים כמותיים בלבד. הממד הכמותי (שאלוני ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני שניתנו לפני הקורס ואחריו) שימש לאימות ולמיקוד של הממצאים, בעוד הממד האיכותני הדומיננטי, הנשען על ניתוח תמלילים, יומנים ומשימות, הוא הציר העיקרי של המחקר. גישה מעורבת זו מאפשרת תילות (טריאנגולציה) מתודולוגית: כל מקור נתונים משלים את האחרים ומחזק את התמונה הכוללת (Creswell & Poth, 2018).

עיצוב המחקר נבנה במיוחד כדי לענות על שתי שאלות המחקר שלנו באמצעות תילות מתודולוגית. כדי לענות על שאלת המחקר הראשונה (מאפייני שיח יעיל בין מורה לבינה המלאכותית היוצרת), אספנו נתונים מכמה מקורות. תמלילי השיח מונע סקרנות תיעודו כיצד מורים העריכו ועדכנו בשיתוף פעולה את הצעותיה של בינה מלאכותית יוצרת. משימות החקר הסופיות חשפו כיצד השיח עם קלוד סייע בעיצוב המשימה ודרכי הוראתה. יומני המחקר השיתופיים סייעו בתיעוד אינטראקציות בזמן אמת עם קלוד כדי לספק תובנות על אופי השיח עם בינה מלאכותית יוצרת.

כדי לענות על שאלת המחקר השנייה (כיצד שיח בין מורה לבינה מלאכותית יוצרת תורם להתפתחות הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורים) השתמשנו הן במדדים כמותיים (שאלוני ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני שניתנו לפני הקורס ואחריו לצורך זיהוי שינויים כוללים) הן במדדים איכותניים (יומנים, תמלילי שיח מונע סקרנות וניתוחי משימות) כדי להעריך את התרומה לכל אחד מרכיבי הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני.

2. משתתפים

המחקר הזה התמקד בקבוצה שהורכבה מנעמי, ענאם וגילה (שמות בדויים). החוקרים בחרו קבוצה זו על סמך ציוני הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני, רמת שיתוף הפעולה והמוטיבציה הגבוהה שלהן ללמוד על הסביבות הטכנולוגיות – בייחוד כיצד לעבוד עם בינה מלאכותית יוצרת כדי לקדם את המקצועיות שלהן בהיותן מורות למתמטיקה, ולהציג את רמות השיתוף והמעורבות הגבוהות שלהן בקורס.

כל אחת משלוש המורות הייתה בעלת ותק של יותר מעשר שנים בהוראת מתמטיקה בבית הספר היסודי, הן היו מורות בכיתות היסודי העליונות, וכל אחת גם שימשה רכזת מתמטיקה בבית הספר שלה.

3. כלי איסוף נתונים

1. שאלון ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני: שאלון הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני שפיתחו שמידט ואחרים (Schmidt et al., 2009) הועבר בתחילת הקורס ובסופו כדי להעריך את הידע הטכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורים. מבחן זה מורכב מ-30 היגדים המדורגים בסולם ליקרט של חמש נקודות. השאלון מכסה שבעה רכיבי ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK ו-TK, CK, PK, TCK, TPK, PCK) ומציג מהימנות גבוהה ($\alpha = .78-.93$). נתוני השאלון עובדו באמצעות סטטיסטיקה תיאורית, ונעשתה השוואה בין הציונים לפני הקורס ואחריו.

2. תמלילי השיח עם בינה מלאכותית יוצרת: כל אינטראקציה של המורות עם קלוד תועדה בשלמותה בתוך יומני המחקר השיתופיים. בתמלילים נמצאות ההנחיות שניסחו המורות ותגובות קלוד, והם אפשרו לנתח את מאפייני השיח ואת האופן ששילבו את הצעות קלוד בעיצוב המשימות הסופיות.

3. הקלטות שיח מונע סקרנות: מפגשי השיח מונע סקרנות הוקלטו ותומללו וסיפקו נתונים איכותניים עשירים על תהליכי שיתוף הפעולה של המורים.

4. משימות החקר שתכננו ועיצבו המורות ודוחות הרפלקציה של המשתתפים: משימות החקר הסופיות שעיצבו המורות נותחו על פי הרקע של ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני כדי להעריך כיצד השיח עם בינה מלאכותית יוצרת מתבטא ברכיבים המגוונים של ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני. ניתוח זה אפשר לזהות אילו רכיבי ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני ניכרים במשימות ואילו נשארו מאתגרים. דוחות הרפלקציה של המשתתפים שהוגשו בשל דרישות הקורס, סיפקו עוד דרך להבנת תהליכי הלמידה וההחלטות הפדגוגיות.



5. יומני מחקר שיתופיים: קבוצת המורות ניהלה יומן שיתופי באמצעות Google Forms, ומופיעים בו תיעוד שוטף של האינטראקציות עם בינה מלאכותית יוצרת (ובהן ציטוטים מדו־שיח), רפלקציות על הצעות קלוד שהתקבלו ושנדחו, הסברים של הנימוקים הפדגוגיים לכל החלטה ותובנות שעלו במפגשי השיח מונע סקרנות. יומנים אלה שימשו מקור נתונים עיקרי לניתוח תהליכי החשיבה והפיתוח המקצועי של המורות שהיו בקורס.

ניתוח נתונים

המחקר הזה מציג חקר מקרה בשיטה מעורבת (Creswell & Poth, 2018; Stake, 1995). בגישה המעורבת יש ממד כמותי (שאלוני ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני שניתנו לפני הקורס ואחריו ונותחו ניתוח סטטיסטי) וממד איכותני דומיננטי (ניתוח של תמלילי דו־שיח עם בינה מלאכותית יוצרת, תמלילי שיח מונע סקרנות, יומני מחקר ומשימות החקר שפותחו). לפי סוגת חקר המקרה (Stake, 1995), הניתוח האיכותני משמש ציר עיקרי, בעוד הנתונים הכמותיים משמשים לאימות ולהרחבה של הממצאים האיכותניים.

בניתוח הנתונים יש ארבעה שלבים עיקריים:

1. ניתוח כמותי של שאלוני ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני שניתנו לפני הקורס ואחריו.
 2. ניתוח איכותני של תמלילי שיח מונע סקרנות באמצעות שיטת ההשוואה המתמדת.
 3. ניתוח איכותני של יומני מחקר שיתופיים.
 4. ניתוח איכותני של משימות החקר ודוחות הרפלקציה של המשתתפים.
- ניתוח איכותני נעשה בקרב שלוש מורות שהיו קבוצה אחת בקורס. ניתוח כמותי נעשה בקרב כלל 41 משתתפי הקורס.

ממצאים

מאפייני השיח בין מורה לבינה המלאכותית היוצרת

קבוצת המורות בחרה לחבר משימת חקר ליחידת לימוד בנושא מרובעים לתלמידי כיתה ה'. ניתוח הנתונים חשף שני תבחינים עיקריים המאפיינים את האינטראקציה בין מורים לבינה המלאכותית היוצרת: 1. שיח איטרטיבי יעיל לשיפור ועידון של ההנחיות לקלוד; 2. שיח ביקורתי על הרעיונות שהציע קלוד לצד בחינת אתגרים פדגוגיים.

1. תהליך איטרטיבי: שיפור ועידון של הנחיות לבינה מלאכותית יוצרת

השיח בין המורות לבינה מלאכותית יוצרת שימש תהליך איטרטיבי מתמשך ויעיל של שיפור ועידון הנחיות, והיה בו עדכון של המערכת במידע חדש והתאמה בו בזמן לסביבות הטכנולוגיות. שיח זה התנהל בעת השיח מונע סקרנות, שבו המורות שאלו שאלות שמטרתן לשפר ולעדכן את ההנחיות על סמך תגובות קודמות שהתקבלו מבינה מלאכותית יוצרת. הרישום להלן שנלקח מהיומן השיתופי של הקבוצה, ממחיש זאת:

אחרי תכנון הפעילות בסביבת אורייגמטריה התייעצנו עם קלוד לגבי הוספת שאלות חקר מתאימות לסביבת ג'אוג'ברה שיתאימו למטרות השיעור. חלק מההצעות שקיבלנו מקלוד לא התאימו כי הוא לא הצליח לקרוא את המידע מתוך הסביבה הטכנולוגית. לאחר מכן הבנו שקלוד יכול לפרש תמונות, אז הכנו והעלנו קובץ המכיל את כל שלבי קיפולי הנייר באורייגמטריה, השאלות המוצגות באתר אורייגמטריה, ופעילות משלימה מג'אוג'ברה. ביקשנו מקלוד לסייע לנו לנסח ארבע שאלות חקר מעוררות מחשבה לשיעור שלנו, על סמך המוצג בקובץ. השאלות שקיבלנו היו מצוינות, אולם גילינו שהיישומן של ג'אוג'ברה, כפי שתוכנן מראש על ידינו, לא אפשר את תהליך החקר שהציע קלוד. לכן ערכנו שינויים ביישומן כדי להתאים אותו לשאלות החקר.

דוגמה לאופי האיטרטיבי של השיח אפשר לראות בעבודתה של ענאם על ייצוג תכונות המקבילית בג'אוג'ברה. בתחילה היא פנתה לקלוד בשאלה כיצד לבנות יישומן המאפשר לתלמידים לחקור את תכונות האלכסונים. לאחר תגובת קלוד ניסתה ענאם לממש את ההצעה, אך היא גילתה שהגדרת אורכי האלכסונים למספרים שלמים יצרה ייצוג מטעה על המסך – ממדי אלכסוני המקבילית התאימו לתכונות המלבן, שווים זה לזה. ענאם שבה לקלוד עם המידע החדש, והשיח האחר עזר לה להגדיר את האלכסונים בג'אוג'ברה במספרים עשרוניים עם דיוק של ספרה אחת מימין לנקודה העשרונית, מה שאפשר לייצג ייצוג מדויק ולפתח יכולות חקר אמיתיות לתלמידים. דוגמה זו ממחישה כיצד כל תגובה של קלוד מכוונת לשאלה חדשה, וכל עדכון שיפר את התוצר הסופי – תהליך דורכיווני ומתפתח של שיתוף פעולה בין המורה לבינה מלאכותית יוצרת.

2. שיח המקדם חשיבה ביקורתית

בעת הדו־שיח עם קלוד הראו המורים שיקול דעת וחשיבה ביקורתית על התגובות שקיבלו, והם הבינו שלקלוד חסר חלק מן "הידע" החיוני. למשל, קלוד הציג חוסר ידע טכנולוגי על הסביבות הטכנולוגיות המשולבות בשיעור. לדוגמה כאשר נעמי שאלה "מהם הקשיים הצפויים בשיעור זה?", תגובת קלוד הייתה שהקושי יכול להיות בהוראה עם קיפול נייר. נעמי ציינה: "ברור שקלוד לא מכיר את סביבת אוריגמטריה [...] קיפול נייר בסביבת אוריגמטריה אינו בעיה מכיוון שהסביבה כוללת אנימציה הממחישה את שלבי הקיפול". נעמי בחרה להתעלם מהצעת קלוד.

מגבלה אחרת התגלתה בתחום הידע המתמטי-פדגוגי של קלוד על האופן שמושגים מתמטיים מוגדרים על פי תוכנית הלימודים במתמטיקה. בשלב מסוים הבינה ענאם שקלוד "לא ידע" את ההגדרה של טרפז על פי תוכנית הלימודים בישראל (מרובע בעל זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות) ובמקום זה הגדרתו לטרפז הייתה מרובע בעל לפחות זוג אחד של צלעות מקבילות, כלומר מקבילות, מעוינים וריבועים עשויים להיחשב גם "טרפזים". ענאם ציינה: "היה צורך לעדכן את קלוד בהגדרה של טרפז על פי תוכנית הלימודים בישראל". לפיכך היא שלחה לקלוד את ההגדרה המתאימה, ביקשה ממנו לנסח שאלת חקר חדשה וקיבלה רעיונות מתאימים לניסוח משימת חקר.

דוגמה אחרת המעידה על חשיבה ביקורתית של המורות לאחר שזיהו ידע טכנולוגי-פדגוגי חסר של קלוד מודגמת בהערה של גילה: "שאלות שהוצעו על ידי קלוד דרשו שלבים רבים של קיפולי נייר. החלטנו שזה לא מתאים למשימות למידה מבוססות חקר, מכיוון שזה סטה ממטרות השיעור, האריך את משך השיעור, ולא התחשב בטווח הקשב המוגבל של התלמידים". גילה הראתה חשיבה ביקורתית ושיקול דעת על סמך הידע הטכנולוגי-פדגוגי שלה והחליטה לא לכלול את ההצעה של קלוד.

לעיתים החשיבה הביקורתית לא גרמה לדחייה אלא לשינוי מיקום ההצעה בשיעור. ענאם, למשל, בחנה שאלת חקר שהציע קלוד בנושא צירי סימטריה של מעוין: "בעזרת קיפולים, חקרו כמה צירי סימטריה יש למעוין ומה הם", וקבעה שהיא מתאימה לשלב מוקדם יותר בשיעור, ולכן העבירה אותה לפי שיקול דעתה הפדגוגי: "העברתי את השאלה של קלוד לשלב המוקדם יותר של בניית המעוין באמצעות קיפולי נייר כי בתהליך זה מתבקש ונכון להתייחס לצירי סימטריה".

התאמה מסוג אחר נעשתה כאשר קלוד הציע להשוות את תכונות המעוין, הטרפז, המקבילית והדלתון יחדיו. אחת המורות החליטה להשמיט את הדלתון מהמשימה ולהשוות רק בין המרובעים שיש להם לפחות זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות "כדי לאפשר השוואה ממוקדת יותר בתכונות הצלעות בין הצורות".

נראה כי לעיתים המורות חסרו ידע שקלוד השלים בעבורן, אך לעיתים ניסיון ההוראה של המורות והיכרותן העמוקה עם תוכנית הלימודים ועם הסביבות המתקשבות גרמו להן להיות מודעות למגבלות בינה מלאכותית יוצרת ולהפעיל חשיבה ביקורתית כדי להחליט כיצד להמשיך.

תרומת השיח בין מורה לבניה מלאכותית יוצרת להתפתחות ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורים

1. טבלה 1 מציגה נתונים כמותיים של שאלון הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני שקיבלו לפני הקורס ואחריו שלוש המורות שהשתתפו במחקר (מה-14 המורים שהשתתפו בקורס). הנתונים מלמדים על ציוני בסיס גבוהים בכלל רכיבי ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני טרם הקורס. נתוני שאלון הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני של גילה ונעמי נשארו יציבים, בעוד ציוני ענאם הראו שיפור בכלל רכיבי ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני מ-3.50 ל-4.50 ובידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני הכולל. חשוב לציין שלענאם היה פחות ניסיון משתי המורות האחרות בכל הנוגע לשילוב טכנולוגיה בהוראת מתמטיקה.

טבלה 1: ממצאי שאלון ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TRACK) של המורות שהשתתפו במחקר – לפני הקורס ואחריו

שם	TPACK אחרי	TPACK לפני	TPK אחרי	TPK לפני	PK אחרי	PK לפני	CK אחרי	CK לפני	TK אחרי	TK לפני
גילה	4	4	4.89	4	4.86	4.86	4	4	4.67	5
נעמי	4	4	4.11	4	5	5	5	5	4	3.67
ענאם	4.5	3.5	4	3.78	3.57	3.57	4	4	3.83	3.5



ניתוח הנתונים האיכותניים הכולל את השיח מונע סקרנות (CDD) ואת האינטראקציות בין המורות לקלוד, אפשר לתת תשובה מפורטת יותר לשאלה כיצד השיח תרם לכל רכיב של ידע הטכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורות:

ידע תוכן (CK): שיפור ידע תוכן גאומטרי של המורות מתבטא בהעמקת ההבנה שלהן בעניין תכונות המרובעים, בייחוד בנושא תכונות האלכסונים והקשר ביניהם ליחסי ההכלה במשפחת המרובעים. לדוגמה, הידע של נעמי על ההבדל בין תכונות אלכסוני מעוינים ובין תכונות אלכסוני דלתונים היה חסר. כפי שדיווחה, "השימוש בבינה מלאכותית העשיר את הידע שלי ודרש ממני להיות מדויקת יותר בהגדרת מושגים".

ידע פדגוגי (PK): כל חיזוק של ידע תוכן שנוצר לאחר שיח מונע סקרנות ושיח של המורות עם קלוד הרחיב בו בזמן גם את הידע הפדגוגי שלהן והניע אותן לשקול ולבחון אסטרטגיות הוראה מתאימות. למשל, ההרחבה של ידע תוכן שהוצגה בסעיף קודם, כאשר התלבטו בעניין קשיים אפשריים של תלמידים בהבנה של תכונות אלכסוני מרובעים והקשר ליחסי ההכלה ביניהם, הן החליטו לשלב למידת עמיתים באמצעות שילוב תפקידי הדרכה לתלמידים מתקדמים כדי לקדם תלמידים מתקשים.

ידע טכנולוגי (TK): הידע הטכנולוגי של המורות הורחב בכל הנוגע למינוף שני כלים דיגיטליים להוראת גאומטריה. דוגמה טובה היא כאשר ענאם התמודדה עם האתגר של ייצוג מדויק של אורך האלכסונים במקבילית בג'אוג'ברה, ולמדה לעדכן את ההגדרות לייצוג האובייקטים הגאומטריים על המסך במספרים עשרוניים, כדי לדייק את הייצוג שלהם ולאפשר חקר. בנוסף, במהלך העבודה עם שתי הסביבות הטכנולוגיות, המורים זיהו את המגבלה הטכנולוגית של אוריגמטריה, בהיצע מוגבל של דוגמאות לאובייקטים הגאומטריים המשולבים במשימה, ומכאן עלתה המודעות ליתרונות של ג'אוג'ברה כסביבה המאפשרת התבוננות מהירה על מגוון מנחים של אותם אובייקטים על המסך.

ידע תוכן פדגוגי (PCK): השיח עם קלוד שיפר את הידע תוכן פדגוגי של המורות. למשל כדי להציג משימת חקר המזמנת לתלמידים הבחנה בין תכונות מרובעים למיניהם, בשיח על תכונות הדלתון הציע קלוד להתבונן בתכונה הייחודית של דלתון בהשוואה לריבוע ומעוין, המאפשרת לזהות בקלות דלתון על סמך תכונה זו. הוא עודד את המורים להבין טוב יותר את משפחת המרובעים, להבחין ביניהם וכיצד לנסח משימת חקר המכוונת את התלמידים לתובנות אלו.

ידע תוכן טכנולוגי (TCK): הידע תוכן טכנולוגי של המורות הורחב בייחוד בתהליך מינוף כלים דיגיטליים לייצוג מדויק של מושגים מתמטיים, כפי שציינה ענאם: "בעת תכנון השיעורים שלי, הרחבתי את הידע שלי לגבי האפשרויות הטכנולוגיות הזמינות בשילוב שתי הסביבות". סביבת אוריגמטריה אפשרה לחקור תכונות של מרובע נתון באמצעות קישור בין פעולות הקיפול הפיזי לתכונות הגאומטריות, בעוד ג'אוג'ברה הרחיבה את החקר מתכונות מרובע בודד ליחסי הכלה בין סוגי המרובעים השונים.

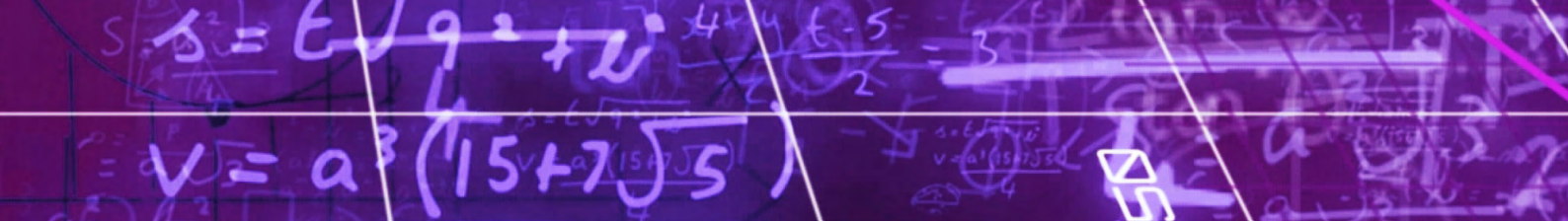
ידע פדגוגי-טכנולוגי (TPK): העבודה עם שתי הסביבות הטכנולוגיות בשילוב השיח עם קלוד שיפרה את האופן שהמורים שילבו טכנולוגיה עם אסטרטגיות הוראה יעילות. כפי שציינה גילה, "כאשר מגישים לתלמידים משימת חקר בשילוב טכנולוגיה דינמית התלמידים מזהים את תכונות השימור של האלכסונים במגוון רחב של מרובעים, זה מאפשר להם לזהות הכללות אפשריות ולנסח השערות מתאימות".

ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK): תוצאות הממצאים האיכותניים מראות שהשיח עם קלוד לצד שימוש בשיח מונע סקרנות שיפר מבחינה כוללנית (הוליסטית) את הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורים, בייחוד בעיצוב ותכנון של משימות חקר בשילוב שתי סביבות טכנולוגיות המאפשרות לחקור חקר מדורג הממוקד בתוכן מסוים על רקע המטרות הפדגוגיות שהוגדרו.

דיון

הממצאים חשפו שני סוגים של שיח יעיל בין מורה לבינה מלאכותית יוצרת: הראשון, שיח איטרטיבי, שיש בו שיפור של עידון הנחיות על פי הצרכים החינוכיים של המורים והשני, שיח המזמין חשיבה ביקורתית, המתבטאת הן בדחיית הצעות קלוד הן בקבלתן ובהתאמתן לצרכים פדגוגיים מסוימים, כפי שמתבטא הן בשיח מונע סקרנות על הצעות בינה מלאכותית יוצרת הן בשיח עם קלוד שהשתקפו ביומני המחקר השיתופיים של המורים.

התהליכים האיטרטיביים שהוצגו במחקר הזה עולים בקנה אחד עם ממצאי המחקרים של הולשטיין ואחרים (Holstein et al., 2019), סגל וביטון (Segal & Biton, 2024) וביטון וסגל (Biton & Segal, 2025) שהדגישו את חשיבות האינטראקציה הדו-כיוונית בין מורים לבינה מלאכותית יוצרת. אינטראקציה זו מפתחת את יכולת המורה להתערב ולשנות את הצעות בינה מלאכותית יוצרת בסביבה בטוחה ועל פי צרכיהם החינוכיים. שני מאפיינים אלה של שיח יעיל – איטרטיבי וביקורתי – מדגישים את אופיו המתפתח והדינמי של שיח בין מורים לבינה מלאכותית יוצרת. כמו כן מאפיינים



אלה מדגישים את חשיבות הידע הפדגוגי והמתמטי שעומו המורים מגיעים להתייעצות עם בינה מלאכותית יוצרת, לצורך בחינה של הרעיונות שהיא מציעה. האופי האיטרטיבי והביקורתי של השיח בין המורים לבינה מלאכותית יוצרת הוא תנאי הכרחי לשימוש יעיל ואחראי, שבו המורים הם שותפים פעילים המכוונים וממצים את השיח ביעילות, כפי שעולה גם בספרות המחקרית (Biton & Segal, 2025; Kim, 2024; Noroozi et al., 2024; Segal & Biton, 2024).

הנתונים האיכותניים מצביעים על התפתחות הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני של המורים על כל רכיביו, ובייחוד הידע פדגוגי-טכנולוגי. השיח בין מורים לבינה מלאכותית יוצרת פיתח את הידע פדגוגי-טכנולוגי שלהם מכיוון שהמורים נחשפו לטכנולוגיות חדשות הכוללות בין השאר את אורגמטריה וג'אוג'ברה ונוסף על כך את סביבת בינה מלאכותית יוצרת שאפשרה להם להרחיב ולהתאים ידע פדגוגי טכנולוגי ולגלות גישות פדגוגיות חדשות בשילוב טכנולוגיות. ממצא זה עולה בקנה אחד עם הצעתם של מישרה ואחרים (Mishra et al., 2023) כי בבינה מלאכותית יוצרת יש יכולת לחזק את הידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני של מורים, ובייחוד את הידע טכנולוגי-פדגוגי, באמצעות חשיפה ליכולות פדגוגיות-טכנולוגיות חדשות. כמו כן גטנז (Getenet, 2017) מדגיש שהרקע של ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני מסייע למורים לפתח ידע אינטגרטיבי המשלב טכנולוגיה, תוכן ופדגוגיה – בדיוק התהליך שהתנהל בשיח של המורות עם קלוד ובמפגשי השיח מונע סקרנות.

ממצאי המחקר הזה מלמדים על היכולת הנמצאת בשילוב השיח מונע סקרנות עם בינה מלאכותית, המשמשת כלי המאפשר למורים סביבה עצמאית ללמידה ולפיתוח תהליכי חשיבה ביקורתית בעניין הצעות של בינה מלאכותית יוצרת. המורות הביאו לסביבת השיח מונע סקרנות את הלבטים, הדילמות והאתגרים לצורך חשיבה משותפת. כלומר לשילוב של עבודה שיתופית הכוללת שיח מונע סקרנות של קבוצת מורות לצד העבודה עם בינה מלאכותית יוצרת, יש פוטנציאל למנוע ניוון של חשיבה ביקורתית או "עצלות מטא-קוגניטיבית" (Oakley et al., 2026; Prunkl, 2024; Lee et al., 2025). השיח מונע סקרנות משמש מרחב שיח מובנה ואקדמי שבו מורים יכולים להעלות שאלות קוגניטיביות, טכנולוגיות ופדגוגיות, כאשר הבינה מלאכותית יוצרת משמשת שותף פדגוגי בחינוך מתמטי, בייחוד בנושא של שילוב סביבות גאומטריה דינמיות. ממצאים אלה תומכים בעקרונות השיח מונע סקרנות שניסחו להבי ואחרים (Lehavi et al., 2019) וסגל ואחרים (Segal et al., 2023), ולפיהם שיח מובנה מבוסס ראיות בין עמיתים מעמיק את המודעות המקצועית ומאפשר חשיבה ביקורתית, בייחוד כשהוא משולב עם כלי בינה מלאכותית יוצרת המציעים הרחבה של רעיונות פדגוגיים-מתמטיים.

הממצאים מדגישים את חשיבות תפקיד מורי המורים בשילוב מושכל של בינה מלאכותית בהכשרת מורים לצד מתן כלים למורים להפעיל שיקול דעת מקצועי ולסרב לקבל הצעות של בינה מלאכותית יוצרת בלי לבחון אותן.

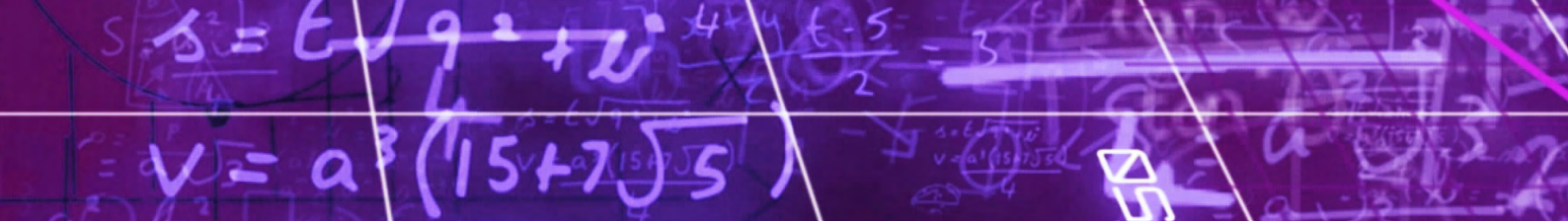
מגבלות המחקר והצעות למחקר עתידי

שתי המגבלות העיקריות של מחקר זה הן גודל המדגם הקטן והתמקדותו בתחום המסוים של הוראת גאומטריה. יש לציין כי המשתתפות נבחרו בשל ניסיוןן הרב וציוני ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני גבוהים כבר בתחילת המחקר, מה שעשוי להסביר את השיח החיובי שלהן עם בינה מלאכותית יוצרת. מורות עם רמות ניסיון נמוכות יותר או מיומנות טכנולוגית אחרת עשויות לחוות דפוסי אינטראקציה מגוונים עם בינה מלאכותית יוצרת. נוסף על כך הניתוח של התפתחות רכיבי ידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני הוא תיאורי יחסית, וניתוח מעמיק יותר של האופן שהרכיבים המגוונים משתלבים ומתפתחים בו בזמן היה מעשיר את ההבנה.

למחקר עתידי מומלץ להרחיב למדגם גדול ומגוון יותר של מורים ברמות ניסיון מגוונות, קשרים חינוכיים ותחומי תוכן מגוונים. חוקרים צריכים להיות מודעים לשינוי המהיר והדינמי של סביבות מבוססות בינה מלאכותית יוצרת, הדורש ממורי המורים התאמות הנשענות על שינויים אלה.

רשימת מקורות

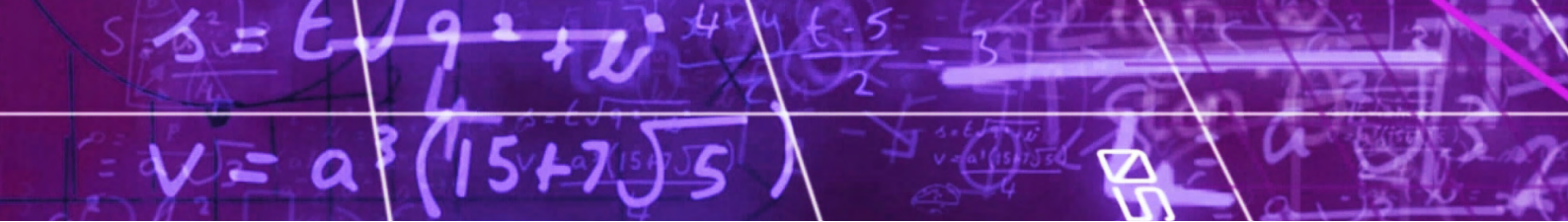
- קלמר, ע', אוברמן, ג' וגולן, מ' (2015). פיתוח תובנות של תפיסה מרחבית: למידה והוראה של גאומטריה דרך קיפולי נייר. *מספר חזק 2000*, 26, 23–30.
- Abramovich, S., & Cho, E. K. (2015). Using digital technology for mathematical problem posing. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (pp. 71–102). Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_4
- Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015). The effects of GeoGebra on students' achievement. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 172, 208–214. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>
- Arıcı, S., & Aslan-Tutak, F. (2015). The effect of origami-based instruction on spatial visualization, geometry achievement, and geometric reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 179–200. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9487-8>
- Avargil, S., Herscovitz, O., & Dori, Y. J. (2012). Teaching thinking skills in context-based learning: Teachers' challenges and assessment knowledge. *Journal of Science Education and Technology*, 21(2), 207–225. <https://doi.org/10.1007/s10956-011-9302-7>
- Baidoo-Anu, D., & Ansah, L. O. (2023). Education in the era of generative artificial intelligence (AI): Understanding the potential benefits of ChatGPT in promoting teaching and learning. *Journal of AI*, 7(1), 52–62. <https://doi.org/10.61969/jai.1337500>
- Baumanns, L. & Rott, B. (2021). Rethinking problem-posing situations: A review. *Investigations in Mathematics Learning*, 13(2), 59–76. <http://dx.doi.org/10.1080/19477503.2020.1841501>
- Biton, Y., & Segal, R. (2025). Learning to craft and critically evaluate prompts: The role of Generative AI (ChatGPT) in enhancing pre-service mathematics teachers' TPACK and problem-posing skills. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 13(1), 202–223. <https://doi.org/10.46328/ijemst.4654>
- Biton, Y., Segal, R., & Alush, K. (2025). How utilizing generative AI when addressing pedagogical and mathematical events contributes to mathematics teacher educators' TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge). *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 13(4), 895–913. <https://doi.org/10.46328/ijemst.4928>
- Boakes, N. (2011). Origami and spatial thinking of college-age students. In P. Wang-Iverson, R. J. Lang, & M. Yim (Eds.), *Origami 5: Fifth international meeting of origami science, mathematics, and education* (pp. 173–187). A K Peters/CRC Press. <https://doi.org/10.1201/b10971>
- Boo, J. Y., & Leong, K. E. (2016). Teaching and learning geometry in primary school using GeoGebra. In W. S. Yang, D. B. Meade, & K. Khairiree (Eds.), *Teaching and learning mathematics, sciences and engineering through technology: Proceedings of the twenty first Asian technology conference in mathematics* (pp. 289–300). Mathematics and Technology, LLC.
- Budinski, N., Lavicza, Z., Fenyvesi, K., & Milinković, D. (2020). Developing primary school students' formal geometric definitions knowledge by connecting origami and technology. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(2), Article em0569. <http://dx.doi.org/10.29333/iejme/6266>
- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (pp. 3–34). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_1
- Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., Cirillo, M., Kramer, S. L., & Hiebert, J. (2020). Improving the impact of research on practice: Capitalizing on technological advances for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(5), 518–529. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2020-0165>



- Cai, J., & Hwang, S. (2021). Teachers as redesigners of curriculum to teach mathematics through problem posing: Conceptualization and initial findings of a problem posing project. *ZDM – Mathematics Education*, 53(6), 1403–1416. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01252-3>
- Chan, C. K. Y. (2023). A comprehensive AI policy education framework for university teaching and learning. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 20(1), Article 38. <https://doi.org/10.1186/s41239-023-00408-3>
- Chan, C. K. Y., & Hu, W. (2023). Students' voices on generative AI: Perceptions, benefits, and challenges in higher education. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 20(1), Article 43. <https://doi.org/10.1186/s41239-023-00411-8>
- Chan, K. K., & Leung, S. W. (2014). Dynamic geometry software improves mathematical achievement: Systematic review and meta-analysis. *Journal of Educational Computing Research*, 51(3), 311–325. <https://doi.org/10.2190/EC.51.3.c>
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th international edition). Sage Publishing.
- Dağdelen, S., & Kösterelioğlu, İ. (2020). Effects of origami-based mathematics lessons on student achievement and attitudes in mathematics. *Journal of Research in Childhood Education*, 34(3), 385–400.
- Fahlgren, M., & Brunström, M. (2014). A model for task design with focus on exploration, explanation, and generalization in a dynamic geometry environment. *Technology, Knowledge and Learning*, 19(3), 287–315. <https://doi.org/10.1007/s10758-014-9213-9>
- Getenet, S. T. (2017). Adapting technological pedagogical content knowledge framework to teach mathematics. *Education and Information Technologies*, 22, 2629–2644. <https://doi.org/10.1007/s10639-016-9566-x>
- Golan, M. (2011). Origametrica and the van Hiele theory of teaching geometry. In P. Wang-Iverson, R. J. Lang, & M. Yim (Eds.), *Origami 5: Fifth international meeting of origami science, mathematics, and education* (pp. 141–150). A K Peters/CRC Press. <https://doi.org/10.1201/b10971>
- Golan, M., & Jackson, P. (2009). Origametrica: A program to teach geometry and to develop learning skills using the art of origami. In R. J. Lang (Ed.), *Origami*, 4 (pp. 459–469). A K Peters/CRC Press.
- Gurl, T. J., Markinson, M. P., & Artzt, A. F. (2025). Using ChatGPT as a lesson planning assistant with preservice secondary mathematics teachers. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 11(1), 114–139. <https://doi.org/10.1007/s40751-024-00162-9>
- Hähkiöniemi, M. (2017). Student teachers' types of probing questions in inquiry-based mathematics teaching with and without GeoGebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(7), 973–987. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1329558>
- Holstein, K., McLaren, B. M., & Aleven, V. (2019). Co-designing a real-time classroom orchestration tool to support teacher-AI complementarity. *Journal of Learning Analytics*, 6(2), 27–52. <https://doi.org/10.18608/jla.2019.62.3>
- Kandil, S., & Işıksal-Bostan, M. (2019). Effect of inquiry-based instruction enriched with origami activities on achievement, and self-efficacy in geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(4), 557–576. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1527407>
- Kasneci, E., Seßler, K., Küchemann, S., Bannert, M., Dementieva, D., Fischer, F., Gasser, U., Groh, G., Günnemann, S., Hüllermeier, E., Krusche, S., Kutyniok, G., Michaeli, T., Nerdel, C., Pfeffer, J. Poquet, O., Sailer, M., Schmidt, A., Seidel, T., . . . Kasneci, G. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. *Learning and Individual Differences*, 103, Article 102274. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274>



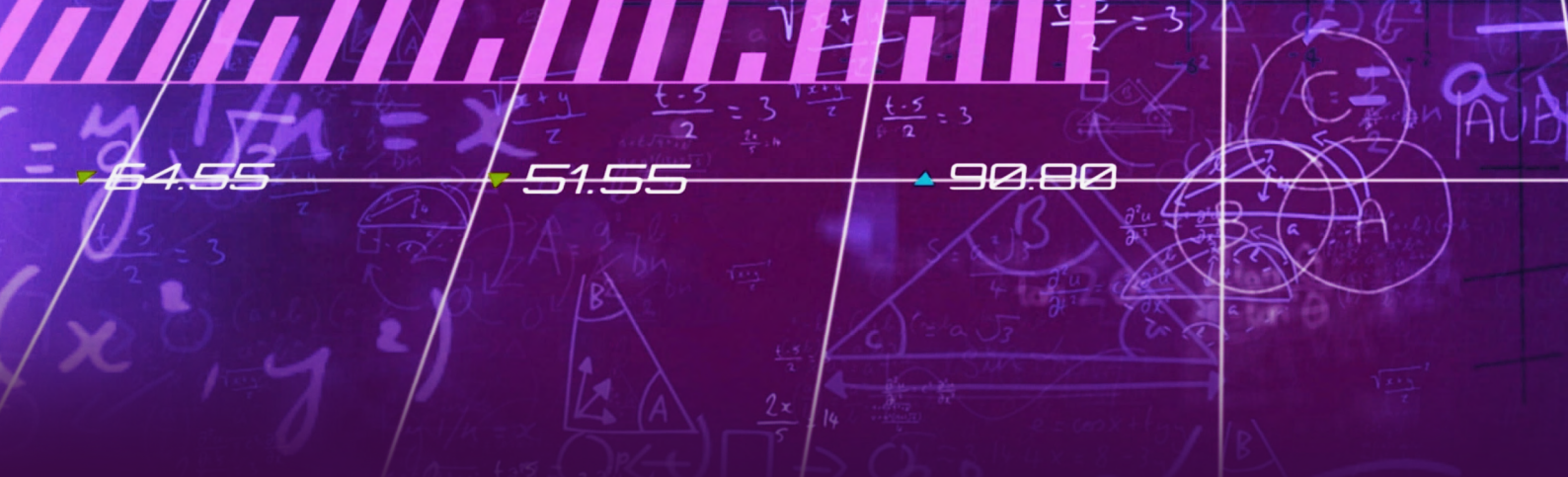
- Kaur, A., & Rosli, R. (2021). Problem posing in mathematics education research: A systematic review. *International Journal of Academic Research in Progressive Education and Development*, 10(1), 438–456.
- Kim, J. (2024). Leading teachers' perspective on teacher-AI collaboration in education. *Education and Information Technologies*, 29(7), 8693–8724. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12109-5>
- Klemer, A., & Rapoport, S. (2020). Origami and GeoGebra activities contribute to geometric thinking in second graders. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 16(11), Article em1894. <https://doi.org/10.29333/ejmste/8537>
- Klemer, A., Segal, R., Miedijensky, S., Herscu-Kluska, R., & Kouropatov, A. (2023). Changes in the attitudes of mathematics and science teachers toward the integration and use of computerized technological tools as a result of the COVID-19 pandemic. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(7), Article em2295. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13306>
- Koehler, M., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge (TPACK)? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60–70.
- Kohen, Z., Schwartz-Aviad, L., & Peleg, T. (2025). Who moved my triangle? Pre-and in-service teachers inquiring in a mathematics lab. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 56(1), 130–158. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2199314>.
- Komatsu, K., & Jones, K. (2020). Interplay between paper-and-pencil activity and dynamic-geometry-environment use during generalisation and proving. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 6(2), 123–143. <https://doi.org/10.1007/s40751-020-00067-3>
- Kuzle, A. (2017). Delving into the nature of problem-solving processes in a dynamic geometry environment: Different technological effects on cognitive processing. *Technology, Knowledge and Learning*, 22(1), 37–64. <https://doi.org/10.1007/s10758-016-9284-x>
- Lee, H., Sarkar, A., Tankelevitch, L., Drosos, I., Rintel, S., Banks, R., & Wilson, N. (2025). The impact of generative AI on critical thinking: Self-reported reductions in cognitive effort and confidence effects from a survey of knowledge workers. In N. Yamashita, V. Evers, & K. Yatani (Eds.), *CHI '25: Proceedings of the 2025 CHI conference on human factors in computing systems* (Article 1121, pp. 1–22). Association for Computing Machinery. <https://doi.org/10.1145/3706598.3713778>
- Lee, S. Y. (2021). Research status of mathematical problem posing in mathematics education journals. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(8), 1677–1693. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10128-z>
- Lehavi, Y., Merzel, A., Segal, R., Baram, A., & Eylon, B. S. (2019). Using self-video-based discourse in training physics teachers. In E. McLoughlin, & P. van Kampen (Eds.), *Concepts, strategies and models to enhance physics teaching and learning* (pp. 159–169). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-18137-6_14
- Leung, A. (2008). Dragging in a dynamic geometry environment through the lens of variation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(2), 135–157. <https://doi.org/10.1007/s10758-008-9130-x>
- Marienko, M., Nosenko, Y., Sukhikh, A., Tataurov, V., & Shyshkina, M. (2020). Personalization of learning through adaptive technologies in the context of sustainable development of teachers' education. *E3S Web of Conferences*, 166, Article 10015. <http://dx.doi.org/10.1051/e3sconf/202016610015>
- McCulloch, A. W., Leatham, K. R., Lovett, J. N., Bailey, N. G., & Reed, S. D. (2021). How we are preparing secondary mathematics teachers to teach with technology: Findings from a nationwide survey. *Journal for Research in Mathematics Education*, 52(1), 94–107. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2020-0205>



- Mishra, P., Warr, M., & Islam, R. (2023). TPACK in the age of ChatGPT and generative AI. *Journal of Digital Learning in Teacher Education*, 39(4), 235–251. <https://doi.org/10.1080/21532974.2023.2247480>
- Nedaei, M., Radmehr, F., & Drake, M. (2022). Exploring undergraduate engineering students' mathematical problem-posing: The case of integral-area relationships in integral calculus. *Mathematical Thinking and Learning*, 24(2), 149–175. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1858516>
- Noroozi, O., Soleimani, S., Farrokhnia, M., & Banihashem, S. K. (2024). Generative AI in education: Pedagogical, theoretical, and methodological perspectives. *International Journal of Technology in Education*, 7(3), 373–385. <https://doi.org/10.46328/ijte.845>
- Oakley, B., Johnston, M., Chen, K.-Z., Jung, E., & Sejnowski, T. (2026). The memory paradox: Why our brains need knowledge in an age of AI. In M. Rangeloy & N. Fairfax (Eds.), *The future of artificial intelligence: Economics, society, risks and global policy* (pp. 573–529). Springer Nature.
- Oberman, J. (2018). Origametry: Paper folding for teaching geometry in preschool and primary school. In N. Movshovitz-Hadar (Ed.), *K-12 mathematical education in Israel: Issues and innovations* (pp. 89–95). World Scientific.
- Opesemowo, O. A., & Ndlovu, M. (2024). Artificial intelligence in mathematics education: The good, the bad, and the ugly. *Journal of Pedagogical Research*, 8(3), 333–346. <https://doi.org/10.33902/JPR.202426428>
- Prunkl, C. (2024). Human autonomy at risk? An analysis of the challenges from AI. *Minds and Machines*, 34(3), Article 26. <https://doi.org/10.1007/s11023-024-09665-1>
- Rane, N. (2023) Enhancing mathematical capabilities through ChatGPT and similar generative artificial intelligence: Roles and challenges in solving mathematical problems. *SSRN Electronic Journal*. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4603237>
- Raveh, I., Lavie, I., Wagner-Gershgoren, I., Miedijensky, S., Segal, R., & Klemer, A. (2025). Mathematics and science teachers: How their perceptions of their TPACK and use of technology interrelate. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(1), Article em2565. <https://doi.org/10.29333/ejmste/15803>
- Schmidt, D. A., Baran E., Thompson A. D., Koehler, M. J., Mishra, P., & Shin, T. (2009). Technological pedagogical content knowledge (TPACK): The development and validation of an assessment instrument for preservice teachers. *Journal of Research on Technology in Education*, 42(2), 123–149. <https://doi.org/10.1080/15391523.2009.10782544>
- Segal, R. (2026). Mathematics teachers convert textbook tasks to dynamic ones: How changing the problem architecture enhances teachers' TPACK. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 24, Article 15. <https://doi.org/10.1007/s10763-025-10641-z>
- Segal, R., Oxman, V., & Stupel, M. (2021). Using dynamic geometry software to enhance specialized content knowledge: Pre-service mathematics teachers' perceptions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), Article em0647. <https://doi.org/10.29333/iejme/11065>
- Segal, R., Stupel, M., Sigler, A., & Jahangirli, J. (2018). The effectiveness of the "what if not" strategy coupled with dynamic geometry software in an inquiry-based geometry classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 4(7), 1099–1109. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1452302>
- Segal, R., & Biton Y. (2024). The contribution that utilizing generative AI for problem posing makes to pre-service high school mathematics teachers' TPACK. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology*, 12(6), 1556–1579. <https://doi.org/10.46328/ijemst.4591>
- Segal, R., Lehavi, Y., & Merzel, A. (2023). Improving the professional awareness of mathematics teachers and teacher instructors using video-based curiosity-driven discourse – a case study. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22, 1083–1106. <https://doi.org/10.1007/s10763-023-10418-2>



- Sherman, M. F., Cayton, C., Walkington, C., & Funsch, A. (2020). An analysis of secondary mathematics textbooks with regard to technology integration. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(3), 361–374. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2020-0005>
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Sage.
- Stein, H., Gurevich, I., & Gorev, D. (2020). Integration of technology by novice mathematics teachers – What facilitates such integration and what makes it difficult? *Education and Information Technologies*, 25(1), 141–161. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09950-y>
- Wardat, Y., Tashtoush, M. A., AlAli, R., & Jarrah, A. M. (2023). ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(7), Article em2286. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13272>
- Wassie, Y. A., & Zergaw, G. A. (2019). Some of the potential affordances, challenges and limitations of using GeoGebra in mathematics education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(8), Article em1734. <https://doi.org/10.29333/ejmste/108436>
- Weingarden, M., & Heyd-Metzuyanim, E. (2023). What can the realization tree assessment tool reveal about explorative classroom discussions? *Journal for Research in Mathematics Education*, 54(2), 97–117. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2020-0084>
- Yin, R. K. (2011). *Applications of case study research* (3rd. ed.). Sage Publications.



שילוב צ'טבוט בהדרכה פדגוגית בעת הכשרת מורים למתמטיקה לבית הספר העל-יסודי

גב' סיגל כהן טולדנו

מדריכה פדגוגית במתמטיקה ומרצה בתוכנית לתואר ראשון בחינוך לבית הספר העל-יסודי במרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט. מתמקדת בהכשרה ופיתוח מקצועי של מורי מתמטיקה, מתוך שילוב ידע תאורטי עם פדגוגיה מעשית ובדגש על חדשנות חינוכית באמצעות סביבות למידה דיגיטליות. בעבר ניהלה קהילות מקצועיות של מורים למתמטיקה וכן תוכניות למצוינות מתמטית ומדעית במכון דוידסון לחינוך מדעי. ריכזה את תחום המתמטיקה ולימודה במכירות הקדם-אקדמיות של אוניברסיטת בר-אילן.



ד"ר אורית ברוזה

מרצה בכירה בחוג לחינוך ובחוג למתמטיקה במרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט. בעלת תואר שלישי בחינוך מתמטי. בעבר שימשה ראש תוכנית ההכשרה לבית הספר היסודי במרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט. תחומי העניין המחקריים שלה הם תהליכי למידה של תלמידים בעלי הישגים נמוכים במתמטיקה; למידה מבוססת משחק דיגיטלי; אינטראקציות בין מורים, תלמידים וכלים מתוקשרים בסביבות למידה עשירות בטכנולוגיה; שיח ותיווך.



שילוב צ'טבוט בהדרכה פדגוגית בעת הכשרת מורים למתמטיקה לבית הספר העל-יסודי

סיגל כהן טולדנו ואורית ברוזה

תקציר

תכנון שיעורי מתמטיקה נחשב אתגר עיקרי בהכשרת מורים, בייחוד בהתמודדות עם הטרוגניות הלומדים, טיפוח חשיבה מסדר גבוה וקידום שיח מתמטי יעיל. למרות הפוטנציאל הגובר של צ'טבוטים מבוססי בינה מלאכותית בתכנון ההוראה, טרם נבחן לעומק השיח המתפתח בין מתכשרים להוראה ובין צ'טבוט ייעודי ובייחוד האופן ששיח זה משקף ממדים של התאמה דידקטית על פי הגישה האונטורסמיוטית.

מחקר עיצוב זה בוחן כיצד השיח של שישה סטודנטים להוראה עם צ'טבוט נחשב מרחב דיאלוגי לתכנון שיעורי מתמטיקה בבית ספר העל-יסודי. באמצעות הגישה האונטורסמיוטית נותחו שני תהליכי תכנון עם הצ'טבוט לכל משתתף. נבחנו שישה ממדים של התאמה דידקטית: אפיסטמי, קוגניטיבי, מדיאטורי, אינטראקציוני, רגשי ואקולוגי. הממצאים מלמדים על עיסוק עקיב בממדים אפיסטמיים וקוגניטיביים בשתי השיחות אצל כל המשתתפים. התפתחות של ממש נצפתה בתהליך התכנון השני על קשיי תלמידים, הבניית ידע משותפת, הרחבת מגוון הייצוגים וקידום עצמאות לומדים. מנגד שיח מתמטי והוראה דיפרנציאלית נשארו מוגבלים למרות הנחיות הצ'טבוט בנושא. ממצאים אלה מדגימים כי צ'טבוטים מבוססי בינה מלאכותית עשויים לשמש מרחב למידה מקצועי התומך בהעמקת ידע פדגוגי-דידקטי ובפיתוח תכנון רפלקטיבי. נוסף על כך הממצאים מלמדים על פוטנציאל שילוב הצ'טבוט עם הדרכה פדגוגית אנושית, כלומר יצירת מרחב דיאלוגי ביקורתי בין מדריכה פדגוגית לסטודנטים להוראה על התכנון המוצע המסתמך על הבינה המלאכותית, מתוך התמקדות בשיקולי הדעת של הסטודנטים בעת השימוש בצ'טבוט.

מילות מפתח: בינה מלאכותית בחינוך; הכשרת מורים למתמטיקה; תכנון שיעור; הגישה האונטורסמיוטית; צ'טבוט ייעודי.

מבוא

הכשרתם ופיתוחם המקצועי של מורים למתמטיקה מצויים בליבת השיח בחינוך המתמטי. שאלות עיקריות בתחום נוגעות לתכנים שיש לכלול בתוכניות ההכשרה ולדרכי ההוראה המיטביות להצגתם, באופן התומך בפיתוח ידע מקצועי מעמיק ויישומי כאחד (Novotná et al., 2021). תוכניות ההכשרה מכוונות להכין את הסטודנטים להוראה ברכישת ידע מקצועי הכולל ידע תוכן דיסציפלינרי, ידע פדגוגי כללי וידע תוכן פדגוגי (Shulman, 1986). כאן ידע תוכן פדגוגי מקבל ביטוי מובהק בתכנון שיעור, כגון הגדרת מטרות מתמטיות, בחירת משימות, ניתוח דרכי חשיבה של תלמידים ובניית רצף הוראה התומך בהבנה מושגית. לפיכך פיתוח יכולות תכנון מושכלות מחייב תרגול מונחה, רפלקציה מקצועית ומשוב שיטתי. בספרות ההתנסות הקלינית נחשבת הכרחית וחשובה בהכשרת מורים, בהיותה הזירה העיקרית שבה נפגשים הידע האקדמי והעשייה החינוכית בשדה (Burns et al., 2020). עם זה האחריות ללמידת הסטודנטים בתוך הקשר הקליני מוטלת במידה רבה על ההדרכה הפדגוגית, הנחשבת מנוף עיקרי לקידום ההתנסות ולהעמקת משמעותה.

שביט מילר ואחרות (2022) מדגישות כי מדריכים פדגוגיים נחשבים דמות המגשרת בין תאוריה לפרקטיקה ואחריות לקידום שיח מקצועי מעמיק את תכנון ההוראה. לשיטתן, ההדרכה הפדגוגית אינה נחשבת רכיב נלווה להתנסות הקלינית, אלא ציר עיקרי המארגן, מתווך ומעמיק את הלמידה המקצועית הנרכשת באמצעותה. גישה זו מתיישבת עם ממצאים מהספרות הבין-לאומית המציינים שהדרכה פדגוגית משמשת מנגנון עיקרי לתמיכה בלמידת סטודנטים להוראה באמצעות חיבור בין תאוריה לפרקטיקה, טיפוח רפלקציה ומתן משוב פדגוגי ממוקד (Burns et al., 2020).

על רקע מרכזיותה של ההדרכה הפדגוגית בהיותה מרחב המתווך בין ידע תאורטי לתכנון הוראה בפועל, מתחדדת השאלה כיצד אפשר לתמוך בהליך זה גם באמצעות כלים דיגיטליים. בעידן זה תכנון ההוראה מתנהל במרחב רווי משאבים, שבו שפע חומרי ההוראה הזמינים ברשת מרחיב יכולות אך גם מחייב בחירה ביקורתית ומותאמת לעניין פדגוגי ומתמטי. בהיעדר מסגרת תומכת, הבחירה עלולה להישען על שיקולים אינטואיטיביים ולא על שיקול דעת פדגוגי מתמטי מושכל. בשנים האחרונות גוברת ההתעניינות בשילוב כלים מבוססי בינה מלאכותית בתכנון ההוראה. מחקרים מלמדים על תרומתם הניכרת לייעול תהליכים, לעידוד רפלקציה ולהרחבת מגוון הייצוגים והמשימות המוצעות (Backfisch et al.,).



משתמשים או באיכות תוצרים. הספרות הקיימת ממעטת לבחון בשיטתיות את טיב השיח המתפתח בין סטודנטים להוראה ובין צ'טבוט ייעודי ובייחוד את האופן ששיח זה משקף היבטים של ידע תוכן פדגוגי על רקע ניתוח דידקטי מובנה. מטרת המחקר היא למלא פער זה באמצעות בחינת שילובו של צ'טבוט דיאלוגי ייעודי (להלן: הבוט), שפותח בעת הדרכה פדגוגית במכללה להכשרת מורים על פי דרישות לתכנון השיעור. שלא כמו כלים כלליים, הבוט משמש מנגנון תומך שיח מקצועי כדי לעודד רפלקציה ולבסס תכנון הנשען על שיקולים פדגוגיים מתמטיים מפורשים. מטרת המחקר היא לבחון כיצד מתאפיין השיח בין סטודנטים להוראת מתמטיקה ובין הבוט במהלך תהליכי תכנון שיעור ולנתח את השיח מנקודת המבט של ממדי ההתאמה הדידקטית: אפיסטמי, קוגניטיבי, מדיאטורי, אינטראקציוני, רגשי ואקולוגי. לפי הגישה האונטו-סמיוטית (Onto-Semiotic Approach: OSA) המחקר משמש סבב ראשון במחקר עיצוב ומתמקד בניתוח שיח זה בשני תהליכי תכנון שיעור לכל משתתף. מתוך כך מטרת המחקר היא לבחון את הפוטנציאל ואת האתגרים של שילוב בוטים ייעודיים, לא רק בתפקיד כלים טכנולוגיים, אלא מנגנונים לעיצוב שיח מקצועי בהכשרת מורים למתמטיקה ולהבנת הפוטנציאל והאתגרים הכרוכים בשילובם בעת ההדרכה הפדגוגית.

סקירת ספרות

הדרכה פדגוגית

ההדרכה הפדגוגית מוגדרת בספרות פרופסיה מובחנת וייחודית בתוך עולם הכשרת המורים (שביט מילר ואחרות, 2022), היא מתוארת "מלאכת מחשבת" מרובת ממדים, הנשענת על גישה הוליסטית הכורכת יחדיו את הכשרת הסטודנט להוראה עם טיפוח זהותו המקצועית. תפקידה העיקרי במערך ההכשרה הוא לחבר בין שני עולמות עיקריים: העולם האקדמי והעולם הפרקטי. בעולם האקדמי יש הקניית ידע תאורטי, פסיכולוגי, סוציולוגי ודידקטי, ובעולם הפרקטי יש מפגש עם המציאות המורכבת של מערכת החינוך באמצעות ההתנסות המעשית בבתי הספר. מכלול זה ממקם את ההדרכה הפדגוגית בתפקיד חוליה מרכזית ומעצבת בתהליך הכשרת המורים בישראל.

ההדרכה הפדגוגית נחשבת רכיב הכרחי בתוך ההתנסות המעשית בהוראה, ויש לה תפקיד חשוב ביותר בהכשרת המורים (Burns et al., 2020). לצד תפקידה העיקרי של ההדרכה הפדגוגית בגישור בין הידע התאורטי הנרכש במקום האקדמי ובין ההתנסות הקלינית, אחד המוקדים העיקריים בתהליך ההכשרה המעשית הוא פיתוח יכולתם של הסטודנטים לתכנן הוראה וליישמה בפועל בכיתה. כאן המדריך הפדגוגי תומך בלמידת הסטודנטים כיצד ללמד באמצעות פרקטיקות מקצועיות, כגון עידוד חשיבה רפלקטיבית על ההוראה, מתן משוב ממוקד וחיזוק יכולת לתכנן תוכניות לימודים והוראה (Burns et al., 2020). פרקטיקות אלו עולות בקנה אחד עם ממד התמיכה ההוראתית (curricular and instructional support), שהגדרתו לפי ברנס ואחרים (Burns et al., 2020) היא מתן תמיכה הוראתית ממוקדת המסייעת לסטודנטים להוראה לפתח הבנה של תכנון הוראה מהותי ורלוונטי בנושא ההתנסות הקלינית.

כאן תכנון השיעור והוראתו בפועל משמשים רכיב עיקרי בתהליך הלמידה המקצועית של הסטודנטים להוראה, שכן באמצעותם מתאפשר תרגום של ידע דידקטי ותאורטי לפרקטיקה פדגוגית בכיתה. בנושא הכשרת מורים למתמטיקה, מחקרים מלמדים שתוכניות ההכשרה משלבות בין ידע תוכן מתמטי (subject matter knowledge) ובין ידע פדגוגי דידקטי (pedagogical content knowledge) לצד התנסות קלינית כדי לאפשר לסטודנטים ליישם את הידע שרכשו בעניינים הוראתיים ממשיים (Novotná et al., 2021). תהליך זה כרוך בהתמודדות עם מגוון אתגרים פדגוגיים ודידקטיים הבולטים בייחוד בהוראת המתמטיקה, שבה הסטודנטים נדרשים לשלב בין הבנה עמוקה של התוכן המתמטי ובין יכולת לתכנן הוראה המקדמת הבנה בקרב תלמידים. מכאן מתחדדת החשיבות של בחינת האתגרים העיקריים העומדים לפני סטודנטים להוראת מתמטיקה בתהליך תכנון שיעור ובהם התמודדות עם הטרוגניות כיתתית, טיפוח חשיבה מסדר גבוה וקידום שיח מתמטי.

אתגרים בתכנון שיעור במתמטיקה

תכנון שיעור במתמטיקה מציב לפני המורה אתגר מורכב של התמודדות עם הטרוגניות בכיתה הן ברמת ידע תוכן הן בסגנונות הלמידה והקצב של התלמידים. אחד האתגרים העיקריים הוא יישום הוראה מותאמת, המחייבת התאמה של התוכן, התהליך ותוצרי הלמידה למגוון רחב של לומדים. מחקרים מלמדים שמורים רואים בבידול פתרון חשוב לשונות, אך חווים קשיים כמו עומס זמן, מחסור במשאבים וכיתות גדולות, המקשים על תכנון של מסלולי הוראה מגוונים בתוך אותה כיתה (Pozas et al., 2020; Prast et al., 2018; Suprayogi et al., 2017).



בכיתות אלו מורים למתמטיקה מדווחים כי התאמת המשימות לרמת המוכנות, לעניין ולפרופיל הלמידה של תלמידים השונים זה מזה דורשת עבודת תכנון מרובה, מעקב שוטף והערכה מתמשכת, ולא תמיד אפשר לעשות אותה בתנאי יום-יום בבית הספר (Insorio, 2024; Woolcott et al., 2021). לדוגמה, תלמידים בעלי הישגים גבוהים עשויים להזדקק לבעיות פתוחות ומאתגרות שמעודדות חקירה והכללה, בעוד תלמידים המתקשים זקוקים לעיתים לדוגמאות מסוימות, ייצוגים חזותיים ותיווך צמוד. יצירת שיעור שמציע מסלולים מגוונים בו בזמן, כגון משימות בדרגות קושי מגוונות, קבוצות עבודה לא אחידות או התאמה של מטלות הבית, מחייבת מהמורה לתכנן מסלולי למידה מקבילים ולנהל אותם ביעילות (Prast et al., 2018).

עוד אתגר בתכנון שיעור במתמטיקה קשור לשילוב רמות חשיבה שונות זו מזו על פי הטקסונומיה של בלום (Larsen et al., 2022), המדגישה מעבר מרמות נמוכות של זכירה והבנה לרמות גבוהות של ניתוח, הערכה ויצירה. מחקרים מראים כי תוכניות לימודים ומשימות במתמטיקה נוטות להתמקד בעיקר ברמות של זכירה, הבנה ויישום, בעוד משימות המצריכות חשיבה מסדר גבוה, כגון פתרון בעיות פתוחות, נימוק, והכללה, מופיעות בתדירות נמוכה יחסית (Atta et al., 2024; Orhanian, 2024; Samsudi et al., 2024). לפיכך מורים נדרשים לתכנן שיעורים שמאזנים בין תרגול מיומנויות בסיסיות ובין טיפוח חשיבה גבוהה באמצעות התאמת רמת המורכבות ליכולת התלמידים ולדרישות ההערכה (Thompson, 2008). חוסר איזון עשוי להביא מצד אחד לידי שעמום וחוסר מעורבות אצל תלמידים מתקדמים ומצד אחר לידי תסכול והצפה אצל תלמידים המתקשים, בייחוד בכיתות הטרוגניות.

לבסוף גם שיח מתמטי בכיתה משמש אתגר עיקרי בתכנון שיעור. השאיפה היא לעבור מדפוס של שיח סגור, הנשען על שאלות קצרות ותשובות נכונות או לא נכונות, לשיח עשיר שבו תלמידים מתארים את דרכם, מצדיקים טענות, שואלים זה את זה שאלות ומגיבים על רעיונות של חבריהם. גישת שיח מחויב (accountable talk) מדגישה אחריות לקהילה הלומדת, לידע מדויק ולתקנים של נימוק ומראה שאפשר לשפר באמצעותה את איכות הדיון ואת עומק ההבנה המתמטית (Brandel et al., 2025; Xu & Mesiti, 2022). עם זה מורים מתקשים לעיתים לעודד תלמידים להסביר "למה זה נכון", לנסח טיעון מתמטי לכיד ולהשתתף בדיון פתוח, בייחוד כשיש פערים גדולים ביכולת הביטוי ובביטחון העצמי בין תלמידים (Esmonde & Langer-Osuna, 2013; Harbour & Denham, 2021).

אתגרים אלו מחייבים לתכנן במודע משימות המעודדות שיח, כמו בעיות פתוחות, מטלות חקר ושאלות המזמינות יותר מתשובה אחת, לצד יצירת מבנים ארגוניים התומכים בשיתוף למשל דיון בזוגות או בקבוצות לפני שיתוף במליאה, תפקידים מובנים בקבוצה וכללי שיח מוסכמים (Harbour & Denham, 2021; Staples, 2008). ממצאי מחקרים עולה כי כאשר מורים משלבים בידול, רמות חשיבה גבוהות ושיח מתמטי מתוכנן, אפשר ליצור שיעורי מתמטיקה המקדמים הן הישגים הן השתתפות ניכרת של כלל התלמידים, אך הדבר דורש פיתוח מקצועי מתמשך ותמיכה מערכתית (Insorio, 2024; Prast et al., 2018; Woolcott et al., 2021).

תכנון שיעור בעידן בוטים בחינוך

בשל ההתפתחויות הטכנולוגיות בשנים האחרונות חלה עלייה ניכרת בשימוש בכלים דיגיטליים, ובייחוד בבוטים אינטראקטיביים, לצורכי תכנון ויישום של מערכי שיעור. מחקרים בזירה החינוכית הכללית מראים שבוסים משולבים בתהליכי תכנון, שיח בין-עמיתי והעשרת ההוראה בקרב מורים ומדריכים פדגוגיים. בריינס וגלאגר (Breines & Gallagher, 2020) מדגישים את יכולתם של בוטים דיגיטליים להנגיש משאבים, להציף רעיונות ולבנות מאגרי משוב שיתופיים בתהליך תכנון השיעור, בייחוד בקבוצות לומדים ובסביבות הכשרה רב-תחומיות. מחקרים אלה גורסים כי השימוש בבוטים מאפשר למורים לתרגל תרגול אוטומטי, ללמוד למידה שיתופית, לנהל תהליכי חקר אישיים ולהנגיש כלים התומכים בתכנון בין-תחומי בלחיצת כפתור.

מגוון מחקרי ניתוח-על (מטא-אנליזה), דוגמת סקירת הספרות של פרס ואחרים (Pérez et al., 2020), מדגישים כי השיח על שימוש בצ'טבוטים חינוכיים מתרכז ביתרונות של תמיכה בהיבטים ניהוליים, משובים אוניברסיטאיים ויצירת שיח דינמי על תכנוני שיעור, החל מגיל גן ועד השכלה גבוהה. סקירות אלה מתמקדות בקידום עצמאות בקרב לומדים ובשיפור תהליכי תיווך בין לומד למורה ומסיבות תשומת לב גם לסוגיות של אימוץ, עיצוב והערכת הצלחתם של הבוסים בהיותם חלק מן הפדגוגיה הבית ספרית. זאת ועוד, מהספרות עולה כי שימוש בצ'טבוטים מגביר את תחושת המסוגלות, מעודד רפלקציה מקצועית ומסייע בפיתוח מיומנויות דידקטיות ורפלקטיביות (Essel et al., 2022; Lee & Yeo, 2022).

שימוש בבוטים לתכנון שיעור במתמטיקה

בתחום הוראת המתמטיקה חלה עלייה במחקרים הבוחנים במפורש כיצד בוטים תורמים לתכנון שיעורים. קרושינסקאיה ואחרים (Krushinskaia et al., 2024), מציגים פיתוח של בוט ייעודי להוראת מתמטיקה המסייע למורים לזהות יעדים מתמטיים מדויקים, לנסח מטרות, לבנות תהליכי הערכה ולקבל משוב ממוקד לשיפור השיעור. העומק והמורכבות בשיח עם בוטים אלו מאפיינים את החידוש בהעצמת מתכנני השיעור במתמטיקה.

קוהיל ואחרים (Kuhail, 2023) מחלקים בין בוטים הפועלים במסלולי שיחה קשיחים ובין אלה המאפשרים שיח פתוח והסתעפויות רפלקטיביות בעניין בעיות מתמטיות. יתרונו של הפתרון הרפלקטיבי מובהק בייחוד בבנייה דינמית ויצירתית של מערך השיעור ובלמידה רב-שלבית ומותאמת לתהליך החשיבה של המורה.

ביקורת עמיתים וניתוח תוצרים של בוטים במתמטיקה מוצגים במחקרם של אגה ואחרים (Aga et al., 2024). במחקר נמצא שמורים מתנסים ראו בבוטים לא רק כלי ליעול התכנון, אלא כסיס לשיפור ביטחונם בבחירת פעילויות מתמטיות, העלאת רמת הביקורת על איכות התכנון, התמודדות עם מורכבות הפדגוגיה והפנמת תהליכי פיתוח מקצועי מעמיקים. כמה מתהליכים אלה נבחנו גם בקרב מורים לעתיד בגיל הרך (Seckel et al., 2023), שבחנו את תרומת הרובוט Bee-Bot לבניית רצפי הוראה מתמטיים, למשל פעילויות גאומטריות וחקר וכן עשיית רפלקציה מקצועית בשילוב של רובוטים בהוראה, תהליך שאפשר להתמקד גם בהיבטים דידקטיים ולא רק טכנולוגיים.

נוסף על כך ספרות עדכנית מלמדת על יתרון ייחודי לבוטים מתמטיים בטיפוח שאילת שאלות מעמיקות בקרב מתכשרים להוראה. הקשיים הרבים בניסוח משימות פתוחות, בזיהוי שגיאות צפויות בקרב לומדים ובבניית דגמי הסבר בעלי ערך מועדף נענים היטב באמצעות שיח אוטומטי בעת תכנון השיעור (Ding & Carlson, 2013; Sapkota & Hayes, 2024). במחקר של נסוטיון ויוליה (Nasution & Yulia, 2023), שבו השתמשו במודל הוראה מבוסס בעיות (telegram quiz bot), נמצא כי תרגול מתמטי מבוסס בעיות מגביר לא רק את המוטיבציה והמעורבות של לומדים, אלא גם את רמת החשיבה, העניין, הקצב והתפתחות השיח המתמטי. בוטים אלו מאפשרים לתרגל תרגול דינמי של תכנון שיעור, להתמודד עם טעויות אופייניות של תלמידים ולשפר את דפוסי השיח הדידקטי, בייחוד כשהבוטים מתוכננים להציג דילמות או טעויות הדורשות התמודדות פדגוגית (Lee & Yeo, 2022).

הגישה האונטו-סמיוטית (OSA) לניתוח תכנון שיעור במתמטיקה

הבדל מהותי בין מחקרי חינוך כלליים ובין מחקרי מתמטיקה, כפי שמתבטא בסקירה עד כה, הוא העומק והמורכבות של דרישות הבוטים. בעוד הזירה הכללית שמה דגש בשיפור שיתופיות, נגישות ומשוב אובייקטיבי במגוון תחומי דעת, ספרות מחקרית מתקדמת במתמטיקה מתמקדת בפיתוח מיומנויות דיסציפלינריות, כגון תרגום ידע מתמטי פורמלי ליישום דידקטי, מעבר מושכל בין ייצוגים (גרפי, סמלי, מילולי), הדגשת שיח פתוח ורפלקטיבי וכן טיפוח גמישות מחשבתית וחדשנות בהגדרת מושגים וקידודם.

ייתכן שהבדל זה נעוץ בגישה התאורטית העיקרית שנותנת כלים להבנת התהליכים בתחום המתמטיקה. הגישה האונטו-סמיוטית (OSA), כפי שפיתח אותה גודינו (Godino, 2023), עוסקת בניתוח רחב של פעילות מתמטית בממדים אונטולוגיים (אובייקטים, רעיונות), סמיוטיים (ייצוג, שפה, סימנים), פרקטיים (מתודות פעולה ולמידה), רפלקטיביים (התבוננות, דיון) וקשרים חברתיים. יישומה מאפשר לחשוף את מכלול המשמעויות והייצוגים המופעלים בתהליך פיתוח של תכנון שיעור במתמטיקה וכן לזהות את הדרכים שמורים לעתיד לומדים בהן, בונים ומבטאים את מושגיהם. מושג מפתח בגישה זו שאנו משתמשים בה לצורך ניתוח הנתונים, הוא התאמה דידקטית (didactic suitability), המציע להעריך את איכות תכנון ההוראה לפי שישה ממדים: אפיסטמי, קוגניטיבי, רגשי, אינטראקציוני, מדיאטורי ואקולוגי. ששת ממדי ההתאמה הדידקטית נוגעים להיבטים מגוונים של איכות ההוראה ומוגדרים כך: הממד האפיסטמי עוסק בדיוק ובמשמעות של הידע המתמטי המוצג, הממד הקוגניטיבי נוגע להתאמת ההוראה לרמת החשיבה של הלומדים, הממד הרגשי בוחן היבטים של מוטיבציה, עניין ומעורבות, הממד האינטראקציוני עוסק באיכות השיח והאינטראקציה בכיתה, הממד המדיאטורי נוגע לשימוש באמצעי המחשה חומריים וטכנולוגיים, ייצוגים וכלים המסייעים להבנה והממד האקולוגי בוחן את התאמת ההוראה לקשר הרחב, כגון תוכנית הלימודים, זמן, משאבים ומדיניות. ההתאמה הדידקטית מוגדרת כמידה שבה תהליך הוראה או חלק ממנו ניתן במאפיינים הנחשבים למיטביים כדי להשיג התאמה בין המשמעויות האישיות של התלמידים (הלמידה) ובין המשמעויות המוסדיות (ההוראה) מתוך התחשבות בנסיבות ובמשאבים הזמינים (הסביבה).

הגישה האונטו-סמיוטית (OSA) רואה בידע המתמטי לא אובייקט מוחלט אלא תוצר של פרקטיקות (Godino, 2023), לכן שיחות בין מורים או סטודנטים מתכשרים להוראה ובוט הן חלק מאותן פרקטיקות, בהן שימוש באובייקטים מתמטיים, דיון בייצוגים, מושגים ותהליכי פתרון, בחירה של דרכי הוראה, משימות ואינטראקציות כיתתיות. גישה זו משמשת



בסיס לניתוח מיקרו של פרקטיקות דידקטיות מכיוון שהן האובייקט העיקרי לניתוח, אפשר להתבונן באמצעותן בפעולות המורה או הסטודנט, פעולות הבוט והקשר הרחב שההוראה נידונה בו. ניתוח תוכן השיחות יכול לחשוף האם בשיח יש שיקולים אפיסטמיים (דיוק מושגי), האם יש עיסוק בהיבטים רגשיים של התלמידים, האם מתוארים ייצוגים וכלי הוראה מדיאטוריים (מתווכים ויזואליים או חומריים) ובחינת קשר חברתי או מוסדי. גישה זו מאפשרת ניתוח מיקרו של פרקטיקות, בהן פעילויות הסטודנטים, הבוט והקשרים של ההוראה. במחקר הזה ניתוח השיחה של סטודנטים עם הבוט חוקר היבטים אפיסטמיים, רגשיים, ייצוגיים וחברתיים ומאפשר לבחון כיצד אפשר להעניק משמעות לאובייקטים המתמטיים באמצעות השיח.

הגישה האונטורסמיוטית (OSA) מאפשרת לנתח ניתוח מעמיק של השיח בין סטודנטים להוראת מתמטיקה לצ'טבוטים מתוך התמקדות בממדים אונטולוגיים (אובייקטים, רעיונות), סמיוטיים (ייצוגים, שפה), פרקטיים (שיטות פעולה), רפלקטיביים (התבוננות, דיון) וקשרים חברתיים. מחקרים עדכניים (Chau et al., 2025; Kuhail et al., 2023; Lee & Yeo, 2022) מעידים כי השיח עם צ'טבוטים תורם לשיפור ושינוי בממדים הבאים:

- ממד התוכן: שיפור ביכולת להסביר מושגים מתמטיים, לזהות טעויות ולהתאים משימות לרמת התלמיד.
- ממד קוגניטיבי (תהליכי חשיבה): לעודד רפלקציה, לשאול שאלות מגוונות ולפתח חשיבה ביקורתית.
- ממד אינטראקציה: דיאלוג דינמי, משוב מיידי והתנסות באינטראקציה המדמה כיתה.
- ממד פדגוגי: לתרגל התאמה אישית של ההוראה לצרכים מגוונים של תלמידים.

עדויות אלה מדגישות כי השיח המתמטי עם הבוט מסייע למורים להעמיק בשיח סמנטי ייצוגי, להפיק רפלקציה דידקטית מתקדמת ולהעלות את איכות החשיבה המתמטית מלבד תרגול גנרי. לצד התרומה יש מגבלות, כמו חוסר גיוון בתגובות הצ'טבוט, קושי ליצור שיח פתוח ולעיתים חוסר התאמה למצבים כיתתיים מורכבים (Kuhail et al., 2023; Lee & Yeo, 2022).

בשל העובדה שהמחקר בתחום עדיין בראשיתו, יש צורך במחקרי עומק, איכות וכמות שיבחנו את הלמידה באמצעות שיח עם בוטים על תכנון שיעור, מתוך שימוש בכלים תאורטיים מתקדמים ובפרספקטיבה ארוכת טווח. מטרת המחקר היא למלא את הפער הקיים בספרות ולבחון את השיח בין סטודנטים להוראת המתמטיקה לבוט על תכנון שיעור במרוצת זמן, מתוך ניתוח שיח איכותני של השיח באמצעות ממדי ההתאמה הדידקטית לפי הגישה האונטורסמיוטית (OSA). נוסף על כך במחקר נבחנו איכות השיח הדידקטי, סוגי השאלות, רמות הרפלקציה והאינטראקציה בין סטודנטים לבוט בעניין של תכנון שיעור ומתוך כך ממלא חסך מחקרי בתחום (Kuhail et al., 2023; Lee & Yeo, 2022).

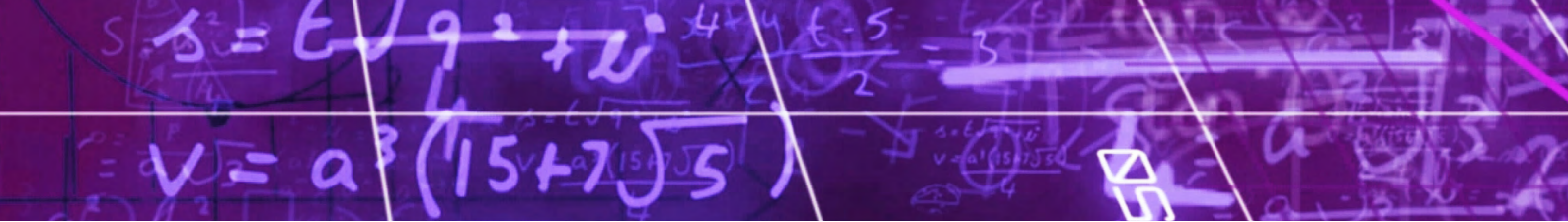
שאלות המחקר

1. כיצד מתבטא השיח בין סטודנטים להוראת מתמטיקה לבוט ייעודי בעת תכנון שיעור על פי ממדי ההתאמה הדידקטית בגישה האונטורסמיוטית (OSA)?
2. אילו ממדי התאמה דידקטית ניכרים בשיח הסטודנטים עם הבוט בכל אחת מהשיחות בשני תהליכי התכנון?
3. כיצד מתפתחים ממדי ההתאמה הדידקטית בגישה האונטורסמיוטית (OSA) בשיח הסטודנטים להוראת מתמטיקה עם הבוט בין התכנון הראשון לתכנון השני וכיצד הם מתבטאים בכל אחת מנקודות זמן?

מתודולוגיה

גישת המחקר, הקשר ומטרות

המחקר הזה משמש סבב ראשון של מחקר עיצוב (design-based research) (Philippakos et al., 2021). מחקר עיצוב הוא מתודולוגיה שיטתית וחזרתית המתמקדת בעיצוב, יישום, ניתוח ושכלול של התערבויות חינוכיות בסביבות אמיתיות. גישה זו נבחרה כדי לגשר בין תאוריה לפרקטיקה ולפתח פתרונות מעשיים מבוססי ראיות לאתגרים שסטודנטים להוראה מתמודדים עימם בעת אינטראקציה עם צ'טבוט (Collins et al., 2016). מטרתו של הסבב הראשון היא ללמוד על עיצוב האינטראקציה עם הבוט ולהעמיק בהבנת היכולת הטמונה בו, לצורך שיפורו והתאמתו לכלי שישולב בהדרכה הפדגוגית בסבבי המחקר העתידיים. מטרת המחקר היא לבחון את השיח המתפתח בין סטודנטים להוראת מתמטיקה לבוט ייעודי בתהליך תכנון שיעור, ולנתח שיח זה באמצעות ממדי ההתאמה הדידקטית על פי הגישה האונטורסמיוטית (OSA). המחקר נשען על מתודולוגיה איכותנית-פרשנית (Creswell & Poth, 2016) המשתמשת בגישה האונטורסמיוטית לניתוח האינטראקציות בין סטודנטים לבוט.



הסטודנטים המתכשרים להוראת המתמטיקה מתנסים בפועל בחינוך ובהוראה של המתמטיקה בעת ההתנסות המעשית. הם נחשפים לתוכנית הלימודים במתמטיקה ומטרותיה, לחומרי הוראה, למידה והערכה מגוונים ונדרשים לתכנן וללמד שיעורים העומדים בתקנים המקובלים ומותאמים לכיתה שהם מתנסים בה. תכנון ההוראה צריך להישען על עקרונות של תוכנית הלימודים המדגישים פיתוח הבנה מושגית, מיומנויות חשיבה מתמטיות ושילוב בין תחומי התוכן המגוונים בהוראה.

תכנון השיעור נעשה בליווי מקצועי אישי של המדריכה הפדגוגית, מתוך הקפדה על למידת התוכן לשיעור ברמת ידע מורה, קביעת מטרות לשיעור ותכנון שיעור רציף וברור שיש בו מידה רבה של למידה פעילה. אחרי כל שיעור הסטודנטים משתתפים בדיונים רפלקטיביים, ונדרשים לכתוב רפלקציה המסתמכת על תיעוד ומשובים של עמיתים לשם שיפור ההוראה שלהם. דרכי ההוראה של הסטודנטים נשענים על הנלמד בשיעור חקר ההתנסות, המלווה את ההתנסות המעשית בבית הספר ומתנהל בזיקה ישירה אליה.

כדי לפתור את האתגרים הניצבים לפני הסטודנטים להוראה ולקדם את מיומנויותיהם בפיתוח תכנוני שיעור, הוקם בוט ייעודי מבוסס מודל GPT. את הבוט הקימה בעת ההדרכה הפדגוגית הכותבת הראשונה של מאמר זה, כדי להתמודד עם האתגרים שתוארו בסקירת הספרות וכדי לענות על הצורך של הסטודנטים להוראה לקבל תמיכה מיידית, אישית וגמישה בדומה לליווי של מדריכה פדגוגית. בעוד לכלים קיימים יש יתרונות מסוימים, רובם גנריים מדי, הם אינם מותאמים לתכנון של הוראת מתמטיקה ואינם מספקים משוב דיאלוגי פדגוגי בזמן אמת.

פיתוח ואפיון של הבוט נשען על תבניות של תכנון שיעור, מודלים של שיח מחייב, הנחיות לשאלות מקדמות למידה והתמקדות בשגיאות נפוצות בתהליך הלמידה. הכלי מדמה סביבה דיאלוגית שבה המשתמש מקבל תיווך פדגוגי ותוכן מותאם לרמת הכיתה, מתוך עידוד לחשיבה על קשיים צפויים, דרכי שיח והזדמנויות ללמידה מעמיקה.

אוכלוסיית המחקר

המחקר נעשה בקרב שישה סטודנטים להוראת מתמטיקה המתנסים בבית הספר העל-יסודי ובעת ההתנסות הם מתכננים שיעורים ויחידות הוראה בליווי הבוט. כולם הסכימו להשתמש בהתכתבויות עם הבוט לצד שמירה על עילום שמות המשתתפים (מספר אישור ועדת אתיקה מוסדית 95-040925).

כלי המחקר

הבוט הייעודי ומאפייניו

מטרת הבוט לתת פתרון לסטודנטים בשתי רמות תמיכה עיקריות:

רמה ראשונה: תמיכה מבנית בתכנון השיעור

ברמה זו הבוט מציע למשתמש עיון ברכיבים של תכנון השיעור על פי התבנית המקובלת בתוכניות ההכשרה תוך בחינת היבטים טכניים ותהליכיים:

- זיהוי פרטי השיעור: כיתה, רמת הלמידה, מספר תלמידים וקשר פדגוגי.
- ניסוח מטרת על ומטרות ביצועיות, זיהוי ידע קודם, מושגים ומיומנויות נדרשות.
- פירוק השיעור לרכיבים אלה: פתיחה, מהלך השיעור (בהם הקניה, התנסות ותרגול) וסיכום.
- תכנון הקצאת זמן לכל חלק, בחירת משימות ושילוב פעילויות דיפרנציאליות.

כל אלה מגובשים יחד למבנה שיעור שלם, המספק למשתמש תחושת ביטחון ורקע ברור ליצירת תכנון הוראה איכותי והבוט מספק פיגומים התומכים בתהליך זה.

רמה שנייה: תמיכה פדגוגית דידיקטית עמוקה וחשיבה מקצועית

מלבד התמיכה המבנית, הבוט מכון את המשתמש לחשיבה רפלקטיבית על מהות ההוראה בדרכים אלה:

- זיהוי שגיאות אופייניות בנושאים מתמטיים וניסוח שאלות מקדמות על פי עקרונות של הוראה מבוססת שגיאות (error-based learning).
- עידוד תכנון של פתיחה עשירה ומעוררת עניין, מתוך כוונה להפעיל את התלמידים ולהציב בעיה מקורית בנקודת מוצא.
- הצעת דרכי שיח כיתתי מחייב (accountable talk): שילוב של שאלות פתוחות, בקשות להבהרה, הוספה, ערעור או חיבור לתשובות של אחרים.



- הכוונה ליצירת אינטראקציות מגוונות עם תלמידים: ראיית שונות בכיתה, דרכים לעידוד השתתפות ומתן מקום לחשיבה עצמאית.
- שילוב טכנולוגיות דיגיטליות כדי לתמוך בהמחשה, לשתף ולשפר את הנגישות ללמידה.
- תמיכה בבחירת משוב איכותי ולא הערכה שיפוטית, כמו נכון, לא נכון וצודקת, אלא משוב המקדם את הלומדים לחשיבה נוספת.

הבוט משמש אמצעי תומך ומסייע בבניית תכנוני שיעור החל מהגדרת מטרות ויעדים למדידת למידה וכלה בנייתו, תכנון וקבלת משוב לשיפור והתאמה בעת תהליך. במובן זה הקמת הבוט בידי ההדרכה הפדגוגית אינו רק כלי ארגוני, אלא מערכת התומכת בקבלת החלטות הוראתיות ומגשרת על הפער בין הבנה תאורטית של עקרונות הוראה ובין היכולת ליישם אותם בתכנון ממשי.

לפיכך אפשר לראות בפיתוח הבוט פתרון פדגוגי לאתגרים העיקריים המתוארים בספרות בתחום הוראת המתמטיקה. מחקרים מלמדים שהוראה מכוונת לשונות בכיתה, טיפוח חשיבה מסדר גבוה וקידום שיח מתמטי מתוכנן תורמים ללמידה משמעותית ולהשתתפות רחבה של תלמידים, אך יישומם בפועל מחייב תמיכה מקצועית מתמשכת (Insorio, 2024; Prast et al., 2018; Woolcott et al., 2021). על פי אתגרים אלו אפיינו את הבוט הייעודי במכוון באמצעות הנחיות פדגוגיות ומאמרים שהוטמעו בו מראש כדי לתת לסטודנטים תמיכה מובנית בתהליך תכנון השיעור. הבוט נועד להגיב על דרישות הסטודנטים ולהנחות אותם לתכנון מותאם לצורכי הלומדים, לעודד פיתוח משימות ברמות חשיבה שונות ולקדם שיח פדגוגי מתמטי ורפלקטיבי. במובן זה האינטראקציה עם הבוט מבקשת לגשר בין הדרישות התאורטיות של הוראה איכותית ובין המורכבות הכרוכה ביישומן בפועל בעת תכנון שיעור.

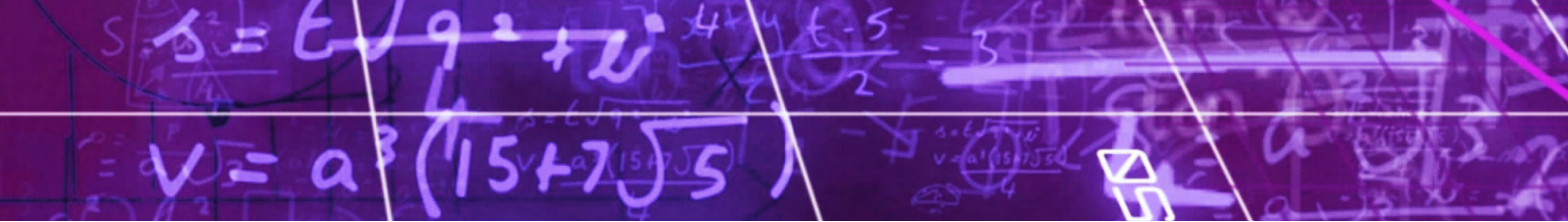
ניתוח הנתונים

כלי המחקר העיקרי הוא 12 תמלולים של שיחות עם הבוט הייעודי על 12 אירועי תכנון שיעור (שתי שיחות לכל אחד מששת הסטודנטים, במוצע 3,815 מילים לכל שיחה). תמלול השיח של כל אחת מהשיחות חולק לאירועים, כשכל אירוע נפתח בדילמה חדשה ולכן שימש יחידת ניתוח. בכל שיחה היו כשישה אירועים במוצע לשיחה. האירועים נותחו בשיטתיות לפי ממדי ההתאמה הדידקטית. בתוך כל ממד נעשה קידוד משני של תמות המתאימות לשלב תכנון השיעור על פי גודינו ואחרים (Godino et al., 2019). בניתוח נבחנו התכנונים הראשונים והאחרונים כדי לבחון התפתחות במרוצת הזמן. לאחר מכן הושו הממדים המגוונים באמצעות תוכן התמות ועושרן. המאפיינים של ההתפתחות בכל תמה נקבעו לפי עושר וריבוי של המופעים, כפי שמקובל במחקר איכותני (Bouncken et al., 2026).

ניתוח הנתונים נעשה לפי השלבים האלה:

1. חלוקה לאירועים: יחידות ניתוח (תצורות דידיקטיות), כאשר כל יחידה חדשה החלה ברעיון חדש או בדרישה חדשה שהעלה הסטודנט להוראה.
2. מיפוי אונטו־סמינטי: זיהוי ואפיון של ממדי ההתאמה הדידקטית בכל אירוע וקידוד תמטי הנשען על הספרות (Godino, 2023; Godino et al., 2019).
3. ספירת הופעות של תמות ברמה האישית: בחינת שכיחות אצל כל סטודנט לצד בחינה איכותנית של העומק שלהן.
4. הערכת מרכזיות התמות ברמה הקבוצתית: קביעה באיזו תדירות כל תמה חוזרת אצל רוב המשתתפים, באילו הקשרים ומה מעמדן של תמות אחרות לעומתה.
5. השוואה ברמת הממד והתמה: בדיקה האם הממד והתמה הופיעו בעקיבות אצל המשתתפים או שההופעה הייתה חד-פעמית או שולית. ממד או תמה נחשבו עקיבים כאשר הופיעו אצל יותר ממחצית המשתתפים.
6. זיהוי הדומה והשונה בין שתי נקודות הזמן בשתי השיחות (שיחה ראשונה ושיחה שנייה): תהליך הקידוד הביא לידי יצירת מטריצה שהראתה אם כל ממד ותמה הופיעו בבירור (■) או לא הופיעו (□). מיפוי זה סייע להבין את ההתפתחות שקרתה אם בכלל בין שתי נקודות הזמן.

מאחר שהחקורת הראשונה הייתה מעורבת בפיתוח הצ'טבוט, אנו מכירות בקיומה של הטיה הנובעת מן התפקיד הכפול. כדי לצמצם סיכון זה, החוקרת השנייה שימשה עמית ביקורתי (peer debriefing) ובחנה את שלבי הקידוד והפרשנות, והדיון בממצאים נעשה מתוך תיעוד שיטתי של תהליך הניתוח וחתימה להסכמה בין החוקרות (Guba & Lincoln, 1994). כשהייתה מחלוקת בקידוד התנהל דיון פתוח ומשא ומתן. בתהליך זה החוקרות דנות בכל קידוד



שנוי במחלוקת, בוחנות את הנימוקים ומגיעות לידי הסכמה משותפת. בפועל נעשו דיונים משותפים עד להגעה להסכמה, כאשר אחוז ההסכמה הראשוני עמד על 75% והמחלוקות (15%) נפתרו בדיון בין החוקרות ועל סמך הספרות. טבלה 1 מציגה את תהליך הקידוד בכל ממד בכל אחת מהשיחות אצל כל משתתף. בטבלה נמצאים שם המדד, שאלות מנחות שנבחנו במהלך הניתוח לצורך אפיון כל ממד, תיאור מפורט של התמות שצמחו מתוך הנתונים ומעוגנים בספרות המחקר וכן ציטוטים שמדגימים כל תמה. הממדים והתמות נגזרו מתוך הגישה האונטורסמיוטית (OSA) שיישמו אותה גודינו ואחרים (Godino et al., 2019). הציטוטים מייצגים קטעים אמיתיים מתוך השיחות של הסטודנטים עם הבוט מתוך שמירה על הניסוח המקורי כדי להדגים דפוסי שיח טבעיים.

טבלה 1: פירוט של ממדי ההתאמה הדידקטית על פי תמות

ממד	שאלות שנבחנו (מה? ואיך?)	תמות	הדגמת הממד והתמות בציטוטים נבחרים
אפיסטמי	מהות: מהם האובייקטים המתמטיים הנידונים בשיח? ניתוח: האם הסטודנטית מזהה, מגדירה, מדייקת או שואלת על אובייקטים מתמטיים עיקריים? האם עוסקת במבנים, יחסים או קטגוריות מתמטיות?	עיסוק במשמעות רלוונטיות של התוכן	"המשמעות של שאלה מילולית היא לתרגם מצב מהחיים למתמטיקה." "המצבים לקוחים מחיי היום-יום של התלמידים..."
קוגניטיבי	מהות: לאילו פרקטיקות מתמטיות השיח שייך? (פתרון בעיות, חישוב, הסבר, נימוק, הכללה, הצדקה, דוגמה נגדית) ניתוח: מה הפעולה המתמטית שהסטודנטית מנסה? האם יש תיעוד של ניסוי, חקירה, השוואה או צידוק?	קשיים צפויים רמות חשיבה שונות הוראה מותאמת	"בלבול בין חלוקה באחוז לבין הכפלה באחוז..." "האם יש יותר מדרך אחת לפתור את הבעיה?" "נבקש מהתלמידים להציג דרכים שונות לפתרון." "התמקדות בצורות שונות לפי מה שמתאים ל[רמת] התלמידים."
מדיאטורי	מהות: אילו ייצוגים וסימנים מופיעים? (סמלים, שפה מילולית, גרפים, ציורים, טבלאות) האם אותו רעיון מתמטי זוכה לביטוי או פירוש בכמה דרכים? האם יש העברה בין ייצוגים? ניתוח: כיצד הסטודנט מתרגם מושג בין ייצוגים למיניהם? האם יש מעבר בין שפה טבעית לסמלית? האם מתעכבים על פירוש סימנים או מונחים? האם השיח מדגים ריבוי משמעויות לאותו מושג או פירוק של מושג מורכב לחלקיו?	תיווך ויזואלי תיווך מוחשי	"אני רוצה להשתמש בטבלת ערכים שבה מראים אחוז וערך" "אולי לתת דוגמה עם כסף?"
אינטראקציוני	מהות: עד כמה יש מודעות, שיח רפלקטיבי או ביקורתי על פירושים, דרמשמעות, קונפליקט מושגי, דיוק טרמינולוגיה? ניתוח: האם יש התלבטות משותפת על משמעות מושג / שימוש נכון בסימן / דיון בהגדרה?	שיח מתמטי בניית ידע משותף	"שאלות מיקוד להמשך: 'איך נוכל לבדוק את זה?' 'האם זה נכון לומר שיותר 'סביר' לקבל אדום?' 'איך אפשר לנסח זאת במדויק?'" "כל קבוצה עובדת על סוג אחר, משלימה טבלה בכיתה."
אקולוגי	מהות: באיזה עניין מתנהל השיח? האם המשמעות המדוברת היא מוסדית (הגדרה בית ספרית / אקדמית) או פרטית (פירוש אישי, דימוי, ניסיון)? ניתוח: האם הסטודנטית מזכירה תקנים פדגוגיים, תוכניות לימוד, מוסכמות כיתתיות או מציעים פרשנות לפי ניסיון אישי של תלמידים?	התאמה לשכבת גיל הקשר תרבותי	"שיעור חזרה בכיתה ח', רמה ג'." "מבחן אמיתי של תלמיד מהכיתה."
רגשי	מהות: האם יש ביטויים כמו תחושת סקרנות? ניתוח: האם הסטודנטית מדגישה פיתוח סקרנות, עידוד לעצמאות, עידוד ותחושת מסוגלות?	עידוד לעצמאות פיתוח מעורבות	"בצעו 20 ניסויים, תעדו תוצאות" "האם תוכלו לנחש מה יקרה?"

הערה: הממדים והתמות נגזרו ממסגרת הגישה האונטורסמיוטית (Godino et al., 2019). הציטוטים מייצגים קטעים אמיתיים מתוך השיחות של הסטודנטים עם הבוט.

ממצאים

פרק זה מחולק לארבעה סעיפים. בסעיף הראשון מוצגת טבלה השוואתית שמשווה בין השיחה הראשונה לשנייה של כל סטודנט על פי כל הממדים והתמות. בטבלה מופיעים שמות בדויים שניתנו למשתתפים. בהמשך הממצאים מחולקים לשלוש קטגוריות מגוונות, וכל קטגוריה מופיעה בסעיף אחר. בכל סעיף נמצאות הדגמות של כל אחת מהתמות בכל אחד מהממדים באמצעות ציטוטים מתוך שיחות של הסטודנטים עם הבוט.

1. השוואה בין שיעור ראשון לשני בכל הממדים

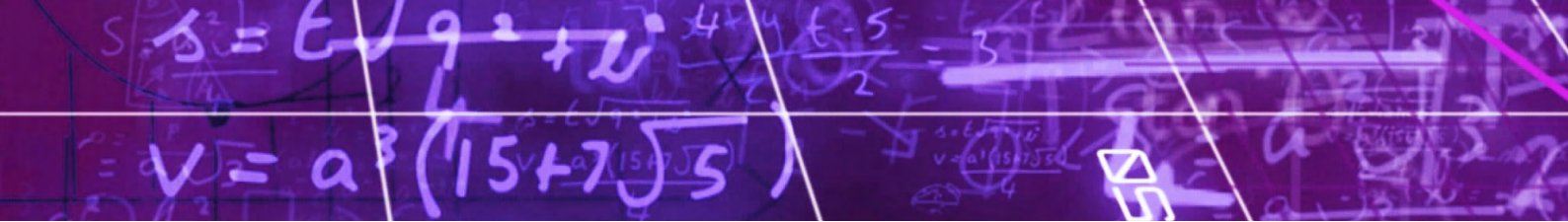
טבלה 2: מיפוי ויזואלי של הופעת הממדים והתמות אצל הסטודנטים בשתי השיחות

משתתף		אבי		גנית		הדר		מירב		דינה		דנה	
שיחה		2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
ממד – קטגוריה													
אפיסטמי – עיסוק במשמעות													
אפיסטמי – רלוונטיות התוכן													
קוגניטיבי – קשיים צפויים													
קוגניטיבי – רמות חשיבה שונות													
קוגניטיבי – הוראה מותאמת													
אינטראקציוני – שיח מתמטי													
אינטראקציוני – בניית ידע משותף													
מדיאטורי – ויזואלי													
מדיאטורי – תיווך מוחשי													
רגשי – עידוד לעצמאות													
רגשי – פיתוח מעורבות													
אקולוגי – התאמה לשכבת גיל													
אקולוגי – הקשר תרבותי													

הערה: ☒ = התמה הופיעה בבירור בשיח תכנון השיעור של המשתתפים; ☐ = התמה לא הופיעה. הניתוח מסתמך על שתי שיחות תכנון לכל משתתף (N=6). הממדים נגזרו מהגישה האונטורסמיוטית (Godino et al., 2019).

ניתוח הופעת הממדים והתמות בשיחות תכנון השיעור מלמד על דפוסים ברורים בשיח הפדגוגי של הסטודנטים להוראה. בטבלה 2 אפשר לזהות את הממדים הדומיננטיים בשיחות וכן להשוות בין שתי שיחות התכנון. מן הנתונים עולה כי הממדים האפיסטמיים והקוגניטיביים הופיעו בתדירות הגבוהה ביותר בקרב מרבית המשתתפים, בעיקר בקשר של משמעות התוכן המתמטי לרלוונטיות הנושא הנלמד ולזיהוי קשיים צפויים של תלמידים. לעומת זאת הממדים האינטראקציוניים והרגשיים הופיעו בתדירות נמוכה יותר ועקיבה פחות בקרב המשתתפים. עם זה בשיחת התכנון השנייה ניכרת התרחבות מסוימת בבחינת ממדים אלו, הכוללת עיסוק בשיח מתמטי בכיתה, בבניית ידע משותף ובעידוד מעורבות תלמידים. נוסף על כך הופיעו אזכורים של הממד המדיאטורי, בעיקר בנושא שימוש בייצוגים חזותיים המשמש אמצעי לתיווך מושגים מתמטיים. ממצאים אלו מראים שהשיח על תכנון השיעור של הסטודנטים מתמקד בעיקר בהיבטים אפיסטמיים וקוגניטיביים של התוכן, מתוך התפתחות הדרגתית בבחינת ממדים אחרים של הוראה.

כדי לבחון האם חלה התפתחות, נותח המידע בניתוח דו-ממדי (אורכי ורוחבי בין ממדים ותמות). מן הניתוח עלה כי שלוש קטגוריות של ממדים ותמות הופיעו אצל רוב המשתתפים (למעלה ממחציתם):



1. **תמות שהיו יציבות והופיעו בשתי השיחות:** משמעות ורלוונטיות (ממד אפיסטמי), קשיים צפויים (ממד קוגניטיבי), רמות חשיבה שונות (ממד קוגניטיבי), ויזואלי (ממד מדיאטורי), פיתוח מעורבות (ממד רגשי), התאמה לשכבת גיל והקשר תרבותי (ממד אקולוגי).
2. **תמות שלא הופיעו בשיחה הראשונה והופיעו בשיחה השנייה:** בניית ידע משותף (ממד אינטראקציוני), עידוד לעצמאות (ממד רגשי), הקשר תרבותי (ממד אקולוגי).
3. **תמות שלא הייתה עקיבות בהן או שלא הייתה בהן עדות כלל:** הוראה מותאמת (ממד קוגניטיבי), שיח מתמטי (ממד אינטראקציוני), תיווך מוחשי (ממד מדיאטורי).
הסעיפים להלן יפרטו וידגימו את שלוש הקטגוריות המגוונות.

2. תמות שהיו יציבות והופיעו בשתי השיחות

1. ממד אפיסטמי

משמעות

בטבלה 2 אנו רואים כי תמה זו הופיעה אצל כל המשתתפים בשתי השיחות. מטבלה 3 עולה כי ציטוטים בשיחות מסוימות (למשל דינה והדר) מציגים מטרות ביצועיות מפורטות יותר בניסוח תכנון השיעור השני, דבר העשוי להעיד על התפתחות.

טבלה 3: דוגמאות לציטוטים בעבור התמה "משמעות" מתוך השיחות עם הבוט

משתתף	אבי	גנית	הדר	מירב	דינה	דנה
שיחה						
1	"התלמידים יבינו את משמעות האחוזים."	"הנושא שבחרתי להתחיל איתו את השיעור ברור ומענין מספיק."	"להבין ויזהו את התכונות של משולש שווה שוקיים"	"המשמעות של שאלה מילולית היא לתרגם מצב מהחיים למתמטיקה."	"להבין את התכונות של משולש שווה שוקיים."	"המשמעות של משוואת מעגל היא לקשר בין מיקום לנוסחה."
2	"מושג ההסתברות, ניסוי מקרי, מרחב תוצאות."	"נגיע יחד לכל ההגדרות של חישובים בעזרת הפונקציות הטריגונומטריות."	"קישור בין פתרונות אלגבריים לגיאומטריים. פיתוח הבנה עמוקה של מושג השוויון."	"דמיון בגאומטריה = שימור צורה, שינוי גודל. הזוויות נשמרות הצלעות גדלות או קטנות באותו יחס."	"השיעור עוסק בשימוש בנתונים כמותיים לצורך תיאור קבוצת נתונים, זיהוי מגמות וניתוח מידע..."	"לבנות שיעור מסכם בחקירה דרך השוואה בין שלושה סוגים של פונקציות..."

רלוונטיות

אפשר לראות בטבלה 2 כי תמה זו הופיעה אצל רוב המשתתפים בשתי השיחות (חמישה מתוך שישה בשיחה הראשונה, ושישה מתוך שישה בשיחה השנייה). טבלה 4 מדגימה את הקשרים שיצרו המשתתפים בין התוכן המתמטי לחוויות היום-יום של התלמידים.

טבלה 4: דוגמאות לציטוטים בעבור התמה "רלוונטיות" מתוך השיחות עם הבוט

משתתף	אבי	גנית	הדר	מירב	דינה	דנה
שיחה						
1	"להשתמש באחוזים בחיי היום-יום..."	"המחשה מצוינת באמצעות הדוגמה של המצילים והילד שנסחף לים."	"אפשר לצרף תמונה של פירמידה אמיתית, מבנה מוכר מהעולם האמיתי."	"אולי לתת דוגמה עם כסף?"	"הצגת תמונה של גשרים, פירמידות..."	לא הופיע
2	"האם הסתברות עוזרת לנו לקבל החלטות ביום-יום?"	"משימות מציאותיות – שווה לחשוב איך לשלב בעיה מחיי היום-יום בשיעור חזרה."	"בדקתי עם הפלאגריט וקראתי קצת בגוגל איך לעשות את השיעור הזה מעניין..."	"האם אלו משולשים זחים? אם לא – אז מה הם כן?"	"שאלה מחברת בין החיים האישיים של התלמידים לסטטיסטיקה."	"למה אתם חושבים שפונקציה אחת עולה מהר יותר מהשנייה?"

2. ממד קוגניטיבי

קשיים צפויים

מטבלה 2 עולה כי תמה זו הופיעה אצל שלושה משתתפים בלבד בשתי השיחות. בטבלה 5 מופיעים הקשיים המתמטיים הצפויים של התלמידים, כפי שזיהו אותם המשתתפים.

טבלה 5: דוגמאות לציטוטים בעבור התמה "קשיים צפויים" מתוך השיחות עם הבוט

משתתף	אבי	גנית	דינה
שיחה			
1	"איזה קשיים יכולים להתעורר אצל התלמידים?" "בלבול בין חלוקה באחוז לבין הכפלה באחוז..."	"תוכלי לעזור לי לחשוב על שאלות שהתלמידים יעלו על דברים שהם יתקשו."	"האם כדאי להראות לתלמידים גם טעויות נפוצות בשרטוט משולש שווה שוקיים, למשל בלבול בין גובה לתיכון או חוצה זווית?"
2	"קושי להבין את ההבדל בין הסתברות תאורטית לניסויית."	"קושי 1: תלמידים לא מזהים מתי אפשר להשתמש במשפט הסינוסים..."	"טעויות נפוצות בחישובים סטטיסטיים..."

רמות חשיבה שונות

על פי טבלה 2 תמה זו הופיעה אצל חמישה מתוך שישה משתתפים בשתי השיחות שלהם על תכנון השיעור. טבלה 6 משקפת את תשומת הלב של המשתתפים למגוון דרישות קוגניטיביות בעת תכנון השיעור.

טבלה 6: דוגמאות לציטוטים בעבור התמה "רמות חשיבה שונות" מתוך השיחות עם הבוט

משתתף	אבי	גנית	הדר	מירב	דינה
שיחה					
1	"האם יש יותר מדרך אחת לפתור את הבעיה? נבקש מהתלמידים להציג דרכים שונות לפתרון."	"אשמח להצעות לשאלות שהתלמידים יוכלו לשאול אחד את השני כדי לבדוק את ההבנה, ואיך לעודד אותם לחשוב על יותר מדרך אחת."	"בתחילת השיעור אני אציג שלושה משולשים – באחד [אבקש] להציג גובה, בשני תיכון, ובשלישי חוצה זווית."	"חשבתי לפתוח את השיעור בשאלה ולתת לתלמידים להתמודד לבד."	"בתחילת השיעור אני אציג 3 משולשים ואבקש מהתלמידים לזהות מה מאפיין כל אחד, ולהסביר."
2	"שאלות המשך לתלמידים חזקים: אם נסיף עוד 5 כדורים כחולים, איך זה ישפיע..."	"שאלות לקידום: איזה מידע נתון? האם זה מספיק לנו כדי לפתור את השאלה..."	"לתלמידים שלא כל כך מבינים ואין להם הרגלי למידה..."	"שאלות הכוונה: מה יקרה אם נגדיל את כל הצלעות פי 2?"	"שלוש מטרות אופרטיביות ברמות חשיבה שונות."

3. ממד מדיאטורי

ויזואלי

על פי טבלה 2 תמה זו הופיעה אצל חמישה מתוך שישה משתתפים. טבלה 7 מדגימה את השימוש של המשתתפים בייצוגים חזותיים בשתי השיחות על תכנון הוראת המתמטיקה.

טבלה 7: דוגמאות לציטוטים בעבור התמה "ויזואלי" מתוך השיחות עם הבוט

משתתף	אבי	גנית	הדר	דינה	דנה
שיחה					
1	"אני רוצה להשתמש בטבלת ערכים שבה מראים אחוז וערך."	"ניתן להוסיף איור של המשולש."	"אפשר לצרף תמונה של פירמידה אמיתית."	"להראות דגם של גשר."	"אפשר לבקש מהתלמידים לצייר בעצמם את המעגל."
2	"מצגת קצרה שמציגה ניסוי הסתברותי נוסף (זריקת קובייה)."	"שימוש בכלים טכנולוגיים (GeoGebra)"	"צילום מתוך מבחן פתור, הצגת גרפים..."	"טבלת שכיחויות, תרשים עמודות, תרשים עוגה..."	"טבלה על הלוח, שלושה גרפים..."

4. ממד רגשי

פיתוח מעורבות

על פי טבלה 2 תמה זו הופיעה אצל חמישה מתוך שישה משתתפים. טבלה 8 מדגימה את האסטרטגיות של המשתתפים לעורר ולפתח מעורבות של התלמידים.

טבלה 8: דוגמאות לציטוטים בעבור התמה "פיתוח מעורבות" מתוך השיחות עם הבוט

משתתף	גנית	הדר	מירב	דינה	דנה
שיחה					
1	"הדוגמה של המצילים והילד שנסחף לים מעורר עניין ומסייע בהבנה."	"איך לעורר עניין בתחילת השיעור?"	"האם יש שאלות מסקרנות שאפשר לשאול בסוף?"	"איך ליצור פתיחה שתעורר עניין?"	"להתחיל את השיעור עם חידה."
2	"פתיחה מגייסת בבעיה או מקרה מעניין."	"לשאול: למה חשוב ללמוד מתוך טעויות?"	"סיטואציית פתיחה באמצעות דילמה: האם אלו משולשים זהים?"	"שאלה על החיים האישיים של התלמידים."	"במקום שאלה קונבנציונלית, כמו במשחק – הפתעה גרפית."

5. ממד אקולוגי

התאמה לשכבת גיל

תמה זו הופיעה בשתי השיחות של כל המשתתפים שהציגו עצמם מורים לשכבות גיל מסוימות והזכירו מאפייני אוכלוסייה כגון "הקבצה ב'". 3 יחידות לימוד וכדומה.

3. תמות שלא הופיעו בשיחה הראשונה והופיעו בשיחה השנייה

1. ממד אינטראקציוני

בניית ידע משותף

על פי טבלה 2 תמה זו הופיעה רק בשיחה השנייה אצל שלושה מתוך שישה משתתפים. אצל משתתף אחד תמה זו לא הופיעה כלל ואצל שתי משתתפות התמה הופיעה בשתי השיחות. טבלה 9 מציגה את הופעתן של גישות לבניית ידע שיתופי בשיחה השנייה על תכנון השיעור השני.

טבלה 9: דוגמאות לציטוטים בעבור התמה "בניית ידע משותף" מתוך השיחות עם הבוט

משתתף	אבי	דינה	דנה
שיחה			
1	לא הופיע	לא הופיע	לא הופיע
2	"נבנה טבלת שכיחות יחד בכיתה."	"לבנות שאלה עם התלמידים: כמה אחים יש לכל אחד..."	"חקירה עצמאית, שיתוף בכיתה..."

2. ממד רגשי

עידוד לעצמאות

על פי טבלה 2 תמה זו הופיעה אצל שלושה מתוך שישה משתתפים רק בשיחה השנייה. משתתף אחד לא השתמש בו כלל. טבלה 10 משקפת כיצד המשתתפים בשיחה על תכנון השיעור השני קידמו את העצמאות של התלמידים.

טבלה 10: דוגמאות לציטוטים בעבור התמה "עידוד לעצמאות" מתוך השיחות עם הבוט

משתתף	אבי	גנית	הדר
שיחה			
1	לא הופיע	לא הופיע	לא הופיע
2	"בצעו באופן עצמאי כ-20 ניסויים עם מטבע או קובייה ותעדו תוצאות."	"כל תלמיד ימציא בעצמו תרגיל קטן..."	"תלמידים יפתרו לבד, לאחר מכן נדון בתשובות..."

3. ממד אקולוגי

הקשר תרבותי

על פי טבלה 2 תמה זו הופיעה אצל שלושה מתוך שישה משתתפים רק בשיחה 2. טבלה 11 מדגימה את השילוב של דוגמאות אמיתיות ורלוונטיות שנתנו המשתתפים בשיחה שהתנהלה בנושא תכנון השיעור השני.

טבלה 11: דוגמאות לציטוטים בעבור התמה "הקשר תרבותי" מתוך השיחות עם הבוט

משתתף	אבי	הדר	דנה
שיחה			
1	לא הופיע	לא הופיע	לא הופיע
2	"ניסוי בבית עם מטבע או קובייה."	"מבחן אמיתי של תלמיד מהכיתה."	"אביא גרפים שמדמים מצבים מהחיים (כמו מהירות, אוכלוסייה) כדי לקשר למציאות."

4. תמות שלא הייתה עקיבות בהן או שלא הייתה בהן עדות כלל

1. ממד קוגניטיבי

הוראה מותאמת

תמה זו לא הופיעה כלל בשתי השיחות אצל ארבעה משתתפים. היא הופיעה אצל שני משתתפים בשיחה השנייה בלבד.

2. ממד אינטראקציוני

שיח מתמטי

תמה זו הופיעה אצל שני משתתפים בלבד בשיחה הראשונה בעניין תכנון השיעור הראשון. הבוט הציע הנחיות מגוונות לקידום השיח המתמטי, כגון "האם תרצה שאציע שאלות לקידום שיח מתמטי?" המשתתפים דחו את הצעותיו והשיבו "לא עכשיו" או "אחר כך".

3. ממד מדיאטורי

תיווך מוחשי

תמה זו לא הופיעה אצל שלושה משתתפים אף באחת מהשיחות. אצל שני משתתפים התמה הופיעה בחוסר עקיבות, היא הופיעה בשיחה הראשונה אך לא בשיחה השנייה.

דיון

מאפייני השיח בין סטודנטים להוראת מתמטיקה לצ'טבוט ייעודי לפי ממדי ההתאמה הדידקטית

מטרת המחקר הייתה לבחון כיצד מתאפיין השיח בין סטודנטים להוראת מתמטיקה לבוט ייעודי בשתי שיחות בנושא תהליכי תכנון שיעור על פי ממדי ההתאמה הדידקטית בבסיס הגישה האונטורסמיוטית (OSA) וכיצד ממדים אלה ניכרים ומתפתחים במרוצת הזמן. ממצאי המחקר מראים כי האינטראקציה של הסטודנטים עם הבוט אינה משמשת כתמיכה טכנית בלבד ליצירת מערכי שיעור, אלא משמשת בעבורם כמרחב דיאלוגי התומך בניסוח, בבחינה ובהעמקה של שיקולים דידקטיים.

ברמה הכללית השיח שהתפתח בשני תהליכי התכנון משקף נוכחות בולטת של ממדים אפיסטמיים וקוגניטיביים, המתבטאים בהגדרת מטרות מתמטיות, בבחירת ייצוגים ובבחינת רמות חשיבה שונות של תלמידים. לצד זאת ממדים אינטראקציוניים, רגשיים ומדיאטוריים (בתמה תיווך מוחשי) הופיעו במידה חלקית מאוד ולעיתים רק בשיחות בתהליך התכנון השני. ממצאים אלה עולה כי בעוד הסטודנטים מפעילים יחסית בטבעיות שיקולים הקשורים לתוכן ולמבנה המשימה, שיקולים הנוגעים לארגון האינטראקציה הכיתתית, לאוטונומיה של התלמידים או לפיתוח עניין ומעורבות הלומדים בכיתה, הם דורשים מודעות פדגוגית מפורשת יותר.

ניתוח הופעת הממדים בכל אחת מהשיחות מעלה כי כמה מהממדים הופיעו ביציבות כבר בשיחה הראשונה, בעוד אחרים נוספו או הועמקו בשיחה השנייה. דפוס זה עשוי להעיד על תהליך של למידה מתהווה בתוך האינטראקציה עצמה, שבו הבוט משמש לא רק ספק הצעות, אלא כלי המעורר רפלקציה ומרחיב את מנעד השיקולים הדידקטיים שהסטודנטים מביאים בחשבון. תהליך זה מכונן לפיתוח תכנון מורכב יותר ועשיר בשיקול דעת.

מבחינה אורכית ההתפתחות בין השיחה הראשונה לשנייה התבטאה לעיתים בהעמקת הביטוי של ממדים קיימים ולא רק בהופעת ממדים חדשים. למשל, מעבר מניסוח כללי של מטרות לניסוח ביצועי ומדויק יותר, או מיחס כללי כלפי הקושי של תלמידים לזהות טעויות צפויות מסוימות. מתוך כך עולה כי ההתפתחות אינה רק כמותית (נוכחות או היעדר), אלא גם איכותנית ומתבטאת ברמת המורכבות והמודעות הדידקטית.

מכלול ממצאים אלה מלמד כי השיח עם הבוט עשוי לשמש מרחב מתווך בין הידע הפדגוגי הקיים של הסטודנטים ובין התפתחותם המקצועית המתגבשת. מרחב זה מאפשר לסטודנטים לנסח, לבחון ולעבד שיקולים דידקטיים בתהליך התכנון עצמו. מתוך פרשנות זו מתרחב השיח על תרומתם של צ'טבוטים חינוכיים להכשרת מורים למתמטיקה ולתכנון שיעורי מתמטיקה, כפי שעולה גם ממחקרים עדכניים בנושא (Aga et al., 2024; Sawyer, 2024; Wollny et al., 2021). לצד זאת הממצא שממדים מסוימים הופיעו במידה חלקית או נשארו מצומצמים מלמד כי השימוש בבוט לבדו אינו מבטיח איזון מלא בין כלל ממדי ההתאמה הדידקטית וכי בעת ההכשרה נדרש גם תיווך פדגוגי אנושי, מדויק ומותאם.

הופעתם והתפתחותם של ממדי ההתאמה הדידקטית בשיח של הסטודנטים עם הבוט

מהממצאים עולה כי הסטודנטים להוראה עסקו בעקיבות בתמות של "משמעות" ו"רלוונטיות" בשתי השיחות (ממד אפיסטמי), מתוך הצגת ניסוח מדויק יותר של מושגים מתמטיים ותיאורים עשירים יותר של קשרים ומבנים מתמטיים בשיחה השנייה. הופעתן העקבית של תמות אלו ולעיתים בגרסאות מפורטות ומועשרות יותר, מעידה כי השיח עם הבוט תומך בתרגום ידע מתמטי מופשט לידע הוראתי ממוקד תלמיד, המעוגן במטרות ביצועיות בהירות יותר. במונחים של הגישה האונטורסמיוטית (OSA) מדובר בהתרחבות הממד האפיסטמי ובהעמקת המשמעויות המוסדיות והאישיות של אובייקטים מתמטיים באמצעות עיבוד שיטתי של מושגים, הגדרות וקשרים מתמטיים שהוא בלתי נפרד מתכנון השיעור. במובן זה הבוט מתפקד כמו "שותף לחשיבה" המסייע לסטודנטים לדייק אובייקטים ורעיונות מתמטיים עיקריים לצד האתגר לנסח מטרות הנשענות על הבנה ולא רק על תרגול חישובי (Godino, 2023).



הסטודנטים עברו מתכנון המתמקד בעיקר במטרות כלליות ובפעילויות בסיסיות לתכנון שיש בו בחינה מעמיקה יותר של שאלות הבוחנות דרכי פתרון מגוונות, הבחנה בין רמות קושי וזיהוי מפורש של טעויות שכיחות של תלמידים. הדבר מתבטא בהתרחבות ניכרת של התמות "רמות חשיבה שונות" ו"קשיים צפויים" (ממד קוגניטיבי) בין שתי השיחות. תנועה זו מעידה על התקדמות לעבר חשיבה "מובנית" יותר על תהליכי החשיבה של הלומדים, יכולות ההצדקה וההשוואה שלהם והצורך בהיערכות מוקדמת להתמודדות עם מוקדי קושי מתמטיים צפויים. ממצאים אלה עולים בקנה אחד עם מחקרים המדגישים את היכולת של צ'טבוטים לשמש בסיס לפיתוח מיומנויות פרשנות של חשיבת תלמידים, לזהות שגיאות ולהכשיר לפתרון פדגוגי מותאם. שימוש זה מחזק את היכולת לנתח אירועים כיתתיים באמצעות עדשה מתמטית-קוגניטיבית. במונחים של הגישה האונטו-סמיוטית (OSA) שינויים אלו מבטאים העמקה של הממד הקוגניטיבי מעשי ושל עיבוד פרקטיקה מתאימה, לא רק "מה לעשות" אלא "כיצד לחשוב" במהלך ההוראה (Aga, 2024; Bastian et al., 2025).

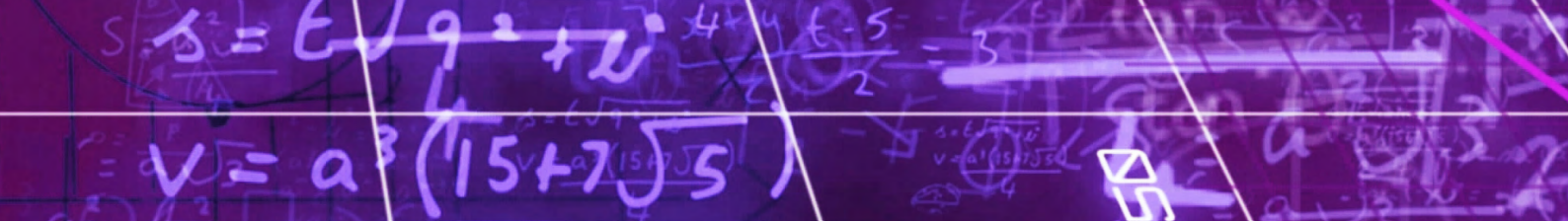
גם ברמת הממד המדיאטורי, בתמה "ויזואלי" נצפתה עקיבות אצל מרבית הסטודנטים בשתי השיחות, בעת מעבר מאזכורים כלליים של ייצוגים בשיחה הראשונה למשל תמונה או טבלה, לשימוש מגוון יותר בשיחה השנייה למשל גרפים, טבלאות וכלים דיגיטליים. אפשר לראות בזה עדות שההתנסות עם הבוט אפשרה לסטודנטים להרחיב את מגוון הייצוגים שהם מגייסים לצורך תכנון שיעור ועזרה להם לנסות במודע מעבר בין ייצוגים מסוימים (מילוליים, סימבוליים, גרפיים). בגישה האונטו-סמיוטית (OSA) מדובר בהעשרה של הממד הסמיוטי תיווכי, המדגיש ריבוי של ייצוגים ומעברים ביניהם לשם העמקת ההבנה המתמטית. מחקר בתחום צ'טבוטים חינוכיים מדגיש אף הוא את יכולתן של מערכות דיאלוגיות להציע ייצוגים ואמצעי ויזואליזציה מגוונים ומתוך כך לתמוך בלמידה המותאמת להעדפות ולפרקטיקות הוראה (Okonkwo & Ade-Ibijola, 2021; Pérez et al., 2020; Wollny et al., 2021).

הבוט סייע לחלק מהסטודנטים להמשיג את השיעור: לא רק רצף של פעילויות, אלא תהליך קולקטיבי של בניית ידע שבו הלומדים יוצרים נתונים, מנסחים שאלות ומסיקים מסקנות. עדות לכך היא התנועה בין השיחה הראשונה לשיחה השנייה בהופעת תמת בניית ידע משותף בממד האינטראקציוני. תמה זו הופיעה אצל מעט סטודנטים (2) בשיחה הראשונה ועלתה אצל רוב מהמשתתפים (5) בשיחה השנייה בדרך של פעילויות, כגון בניית טבלאות שכיחות עם תלמידים, ניסוח משותף של שאלות כיתתיות ודיון בתוצרי הכיתה. ממצא זה משתלב עם מחקרים המדגישים את תרומתם של צ'טבוטים ליצירת סביבות למידה המדמות אינטראקציה כיתתית, בהן שיח על טעויות והעלאת רעיונות מגוונים, גם כשהדיאלוג עצמו מתנהל עם סוכן דיגיטלי ולא עם לומדים בפועל (Bastian et al., 2025; Wollny et al., 2021).

מבחינה רגשית, התמה פיתוח מעורבות הופיעה אצל מרבית המשתתפים בשתי השיחות. בשיחה השנייה נוספו הצעות רבות יותר לפתיחות שיעור הנשענות על דילמות, חידות או חיבורים לעולמם של התלמידים. בד בבד התמה עידוד לעצמאות הופיעה אצל יותר משתתפים רק בשיחה השנייה, בדוגמת הצעות למשימות חקר עצמאיות, ניסויים אישיים ותיעוד תוצאות. מגמות אלו מלמדות שהשיח עם הבוט חיזק את מודעות המשתתפים לעורר עניין ולהעניק ללומדים שלהם אחריות לתהליכי הלמידה. ממצאים אלה עולים בקנה אחד עם מחקרים המתעדים את תרומת הצ'טבוטים להפחתת חרדה, להגברת מוטיבציה ולחיזוק תחושת המסוגלות והעצמאות של לומדים בהשוואה למערכות למידה מסורתיות (Okonkwo & Ade-Ibijola, 2021; Pérez et al., 2020).

תמונה מורכבת יותר עולה בתמות שהציגו שינוי חלקי או לא עקיב ובפרט הוראה מותאמת בממד הקוגניטיבי ושיח מתמטי בממד האינטראקציוני. הממצא שהוראה מותאמת הופיעה רק אצל מיעוט מהסטודנטים ורק בשיחה השנייה וכן שתמת השיח המתמטי כמעט שלא זכתה לביטוי מפורש בשיח על אף שהבוט הציע שאלות המקדמות שיח בכיתה, עשוי להעיד כי הסטודנטים אינם רואים בבוט כתובת עיקרית לפיתוח היבטים אלה.

אפשר לפרש זאת בשתי דרכים משלימות: מצד אחד זה עשוי ללמד על קשיים עמוקים יותר בתכנון הוראה מותאמת ושיח כיתתי עשיר, לדוגמה קשיים המתועדים בספרות על הכשרת מורים למתמטיקה, המדגישה עומס עבודה, מחסור בזמן וניהול מורכב של כיתות הטרוגניות. מצד אחר ייתכן שסטודנטים חשים ביטחון יחסי בהיבטים של הוראה מותאמת ושיח מתמטי, ולכן פונים לבוט בעיקר כדי לקבל תמיכה אפיסטמית וקוגניטיבית, להם יותר זקוקים לשם דיוק תוכן, זיהוי טעויות וצפיית קשיים ופחות לקבל הכוונה בהיבטים פדגוגיים תקשורתיים (Okonkwo & Ade-Ibijola, 2021). מעניין להשוות ממצא זה למחקרים המראים כי מורים וסטודנטים להוראה משתמשים בכלי בינה מלאכותית ליצירת תכנוני שיעור "חדשניים", אך לעיתים נוטים להסתמך לרוב על הכלי ולוותר על ביקורתיות פדגוגית, בייחוד בכל הנוגע להתאמה לגיל, לשפה ולהבדלים בין לומדים. מחקרים מסוימים אף זיהו נטיות של סטודנטים להוראה להרשים באמצעות עושר התוכן הדיגיטלי המופק בכלי



בינה מלאכותית, אך הם עושים התאמות זעירות בלבד, בעיקר ברמת העיצוב ולא ברמת החשיבה הדידקטית העמוקה. כאן היעדר שימוש עקיב בהוראה מותאמת ובשיח מתמטי בעת השיח עם הבוט עשוי לשקף לא רק מגבלות של הכלי עצמו, אלא גם צורך להעמיק את ההכשרה הפדגוגית בעניין שימוש ביקורתי בבינה מלאכותית, הנחשבת הן מקור תוכן והן שותפה לתכנון שיח כיתתי דיפרנציאלי (Aga et al., 2024; Sawyer, 2024).

בוט ייעודי המשמש סביבה תומכת לתיווך פדגוגי בתכנון שיעור בגישה האונטור-סמיוטית (OSA)

יישום הגישה האונטור-סמיוטית (OSA) לניתוח השיח של סטודנטים להוראה עם בוט ייעודי, מאפשר לראות באינטראקציה זו דרך חדשה של "תצורה דידיקטית", שבה תפקידים פדגוגיים מסורתיים של מדריך פדגוגי מועברים בחלקם לסוכן דיגיטלי. ניתוח הממצאים לפי ממדי ההתאמה הדידקטית (אפיסטמי, קוגניטיבי, מדיאטורי, אינטראקציוני, רגשי ואקולוגי) מראה כי גם בסביבה זו מתנהלת בנייה הדרגתית של פרקטיקות הוראיות: שימוש באובייקטים מתמטיים, בחירת ייצוגים, תכנון משימות, התמקדות בקשיים צפויים, עיצוב שיח כיתתי והקצאת מרחב לממדים רגשיים ואקולוגיים בכיתה. במונחים של הגישה האונטור-סמיוטית (OSA) השיח עם הבוט יוצר רצפים של תצורות דידיקטיות, שבהן הסטודנט נע בין משמעותיות אישיות למוסדות בניסיון להפוך ידע תאורטי לפרקטיקות הוראה ממשיות (Godino, 2023).

כאן הבוט אפשר לסטודנטים להוראה להתנסות בתכנון שיעור, בניסוח מטרות, בזיהוי טעויות אופייניות ולבנות תרחישים כיתתיים בסביבה בטוחה וגמישה, בלי חשש מהתנסות מיידי בכיתה. מחקרים הבוחנים צ'טבוטים המדמים לומדים או מצבים כיתתיים, מראים שאינטראקציות מסוג זה מעודדות מורים וסטודנטים להוראה לפתח מיומנויות של זיהוי (noticing), פרשנות והתאמת תגובה. מיומנויות אלה הן רכיבים עיקריים בידע הוראה מסתגל (אדפטיבי). ממצאי המחקר הזה מרחיבים שיח זה, שכן שהם מראים כי גם אינטראקציה עם בוט שאינו מדמה לומדים אלא משמש יועץ פדגוגי מתמטי המתווך שיקולים דידיקטיים במהלך תכנון השיעור, יכולה לתמוך בהבניית התאמה דידיקטית רחבה הנוגעת למגוון ממדי השיעור (Bastian et al., 2025; Wollny et al., 2021). המחקר הזה נוסף על המחקרים בספרות הקיימת והוא מציע לראות בבוט לא רק כלי סימולציה או תמיכה מבנית, אלא סביבה המאפשרת תיווך של ידע תוכן פדגוגי באמצעות שיח דיאלוגי מתמשך.

מסקנות, השפעות על הכשרת מורים ומגבלות

ממצאי המחקר מלמדים כי שימוש בבוט לתכנון שיעורי מתמטיקה עשוי לתרום להתפתחותם המקצועית של סטודנטים להוראה במישורים משולבים אלה: העמקה אפיסטמית של הידע המתמטי, פיתוח רגישות לקשיים קוגניטיביים ולרמות חשיבה שונות, הרחבת השימוש בייצוגים מדיאטורים, חיזוק המודעות לממד הרגשי ולמעורבות התלמידים בתהליך הלמידה והגברת ההבנה של תכנון שיעור שיש בו תהליך של בניית ידע משותפת ולא רק רצף של פעילויות בכיתה. השיח עם הבוט מאפשר לסטודנטים להתנסות בתכנון שיעור בסביבה בטוחה, גמישה ועשוי לשמש מרחב סימולציה מוקדם, המאפשר לגשר בין ידע תאורטי לתרגול תכנוני טרם ההתנסות בשדה. ממצאים אלה עולים בקנה אחד עם הצעות בספרות להעמיק את הפיתוח והמחקר בנושא צ'טבוטים המותאמים לחונכות פדגוגית ולקדם מטא-קוגניציה וחשיבה רפלקטיבית בקרב מורים וסטודנטים להוראה (Okonkwo & Ade-Ibijola, 2021; Pérez et al., 2020).

עם זה הופעתם החלקית של ממדי הוראה מותאמת ושיח מתמטי מלמדת כי השיח עם הבוט אינו מבטיח פיתוח מאוזן של כלל ממדי ההתאמה הדידקטית. ממצא זה מתחדד לנוכח מסגרת ההדרכה הקלינית שמציעים ברנס ואחרים (Burns et al., 2020) המדגישה כי הדרכה פדגוגית איכותית נשענת על שילוב בין מוקד תוכן והוראה ובין מוקד בין-אישי ורגשי. בעוד הבוט תומך בעיקר במוקד הראשון – ניסוח מטרות, בניית משימות, בחירת ייצוגים וצפיית קשיים – עיבוד דילמות פדגוגיות מורכבות, פיתוח שיח כיתתי והעמקה רפלקטיבית מחייבים תיווך אנושי מכוון.

כאן תרומתו הייחודית של המדריך הפדגוגי מתבהרת. מחקרן של שבטי מילר ואחרות (2022) רואה בהדרכה מלאכת גישור רב-ממדית בין אקדמיה לשדה, בין ידע דיסציפלינרי לפרקטיקה כיתתית ובין פיתוח מיומנויות לטיפול זהות מקצועית. ניסיון ההוראה הקודם של המדריך הפדגוגי, היכרותו עם מורכבות ההטרוגניות הכיתתית ועם דילמות של ניהול שיח, וגם יכולתו לשלב ידע פדגוגי דידיקטי עם שיקול דעת ערכי והקשרי, ממקמים אותו במקום עיקרי בבניית ידע הוראה מסתגל. יתרה מזו, ההדרכה הפדגוגית אינה מתמצה בשיפור תוצר תכנוני, אלא כוללת רפלקציה מודרכת, משוב ממוקד וחיבור עקיב בין תאוריה לפרקטיקה, רכיבים שיש בהם תנאי להבניית ידע מקצועי עמוק.

לפיכך תרומתם של בוטים בהכשרת מורים למתמטיקה אינה מצויה בהחלפת ההדרכה האנושית, אלא בשילוב מושכל עימה. הבוט עשוי לשמש מרחב סימולציה גמיש להרחבת יכולות תכנון ולארגון שיטתי של רעיונות, בעוד המדריך הפדגוגי ממלא תפקיד של מסנן מקצועי, מעמיק ביקורתי ומתווך הקשרי. מודל משולב זה מאפשר למנף את יכולות העיבוד



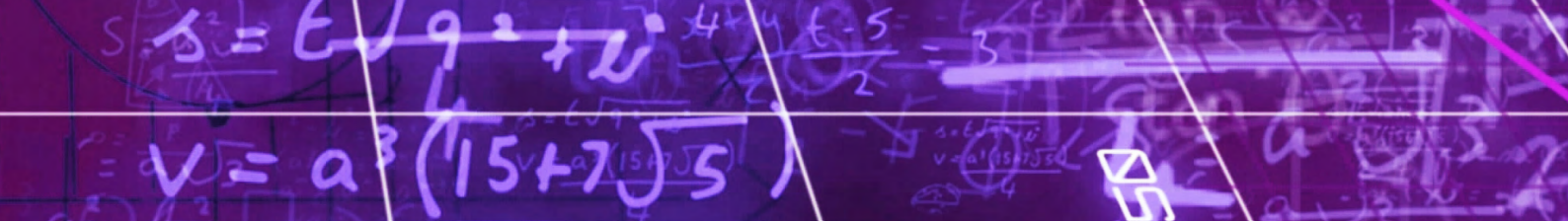
וההצעה של הבינה המלאכותית לצד הניסיון, השיפוט והזהות המקצועית של המדריך הפדגוגי האנושי.

לבסוף למחקר זה מגבלות מספר שיש להביא בחשבון. המדגם המצומצם, ההתמקדות בשיח תכנוני ולא ביישום בפועל וההסתמכות על כלי טכנולוגי מסוים הם מגבלה מתודולוגית בסבב ראשון של מחקר העיצוב. לפיכך הסבב השני של העיצוב יורחב גם לבחינת תרומת השיח עם הבוט להתפתחות ידע הוראה מסתגל ולביסוס שיח מתמטי עשיר גם בענייני כיתה אמיתיים.

יתרה מזו, עוד מגבלה היא מעורבותה של החוקרת הראשונה בפיתוח הכלי ובניתוח הנתונים שנאספו מן השימוש בו. מעורבות זו עשויה ליצור הטיה פרשנית, אף שנעשו צעדים לצמצומה באמצעות בחינה ביקורתית של הממצאים, תיעוד שיטתי של תהליך הניתוח ודיון משותף בפרשנויות. זאת ועוד, יש להביא בחשבון כי ייתכן שהסטודנטים שינו את אופי שיחותיהם עם הבוט מתוך מודעות שהשיחות עשויות להיבחן במחקר. עם זה יש לציין כי הכלי הוצג לסטודנטים ככלי עזר לתמיכה בלמידה ובהתנסות, והסטודנטים שיתפו פעולה מתוך מוטיבציה להתקדם בתהליך ההתנסות בכיתה. אף על פי כן ייתכן שמודעותם למחקר השפיעה במידת מה על אופי האינטראקציות עם הבוט.

רשימת מקורות

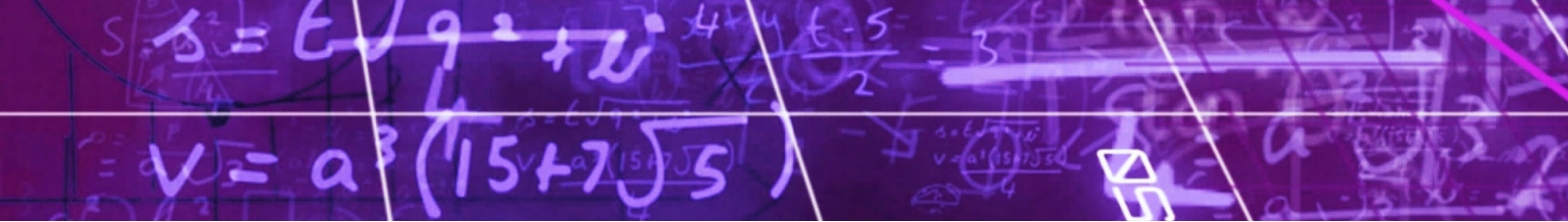
- Aga, Z. G., Sawyer, A. G., & Wolfe, M. (2024). More confidence more critical: Investigating secondary mathematics preservice teachers' use of an artificial intelligence chatbot as a curriculum development tool. *American Journal of Creative Education*, 7(2), 1–15. <https://doi.org/10.55284/ajce.v7i2.1278>
- Atta, S. A., Atta, S. O. A., Belbase, S., Assan, F. K., & Samuel, A. (2024). An investigation of the connection of bloom's taxonomy to the core mathematics curriculum for senior high schools in Ghana. *Golden Ratio of Social Science and Education*, 4(1), 1–37. <https://doi.org/10.52970/grsse.v4i1.229>
- Backfisch, I., Lachner, A., Hische, C., Loose, F., & Scheiter, K. (2020). Professional knowledge or motivation? Investigating the role of teachers' expertise on the quality of technology-enhanced lesson plans. *Learning and Instruction*, 66, Article 101300. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2019.101300>
- Bastian, A., Buchholtz, N., & Kaiser, G. (2025). Using AI chatbots to facilitate mathematics preservice teachers' noticing skills. *Frontiers in Education*, 10, Article 1605921. <https://doi.org/10.3389/feduc.2025.1605921>
- Bouncken, R. B., Czakon, W., & Schmitt, F. (2026). Purposeful sampling and saturation in qualitative research methodologies: Recommendations and review. *Review of Managerial Science*, 20, 579–615. <https://doi.org/10.1007/s11846-025-00881-2>
- Brandel, N., Deri, M., Karsenty, R., & Schwarz, B. B. (2025). The effectiveness of a principle-based professional development programme in promoting teachers' high-level talk in primary mathematics classrooms. *British Journal of Educational Psychology*, 96(1), 356–381. <https://doi.org/10.1111/bjep.70020>
- Breines, M., & Gallagher, M. (2020). A return to Teacherbot: Rethinking the development of educational technology at the University of Edinburgh. *Teaching in Higher Education*, 28(3), 517–531. <https://doi.org/10.1080/13562517.2020.1825373>
- Burns, R., Jacobs, J., & Yendol-Hoppey, D. (2020). A framework for naming the scope and nature of teacher candidate supervision in clinically-based teacher preparation: Tasks, high-leverage practices, and pedagogical routines of practice. *The Teacher Educator*, 55(2), 214–238. <https://doi.org/10.1080/08878730.2019.1682091>
- Chau, D. B., Luong, V. T., Long, T. T., & Linh, N. T. T. (2025). Personalized mathematics teaching with the support of AI chatbots to improve mathematical problem-solving competence for high school students in Vietnam. *European Journal of Educational Research*, 14(1), 323–333. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.14.1.323>
- Collins, A., Joseph, D., & Bielaczyc, K. (2016). Design research: Theoretical and methodological issues. In S. A. Barab & K. Squire (Eds.), *Design-based research* (pp. 15–42). Psychology Press. <https://doi.org/10.4324/9780203764565>



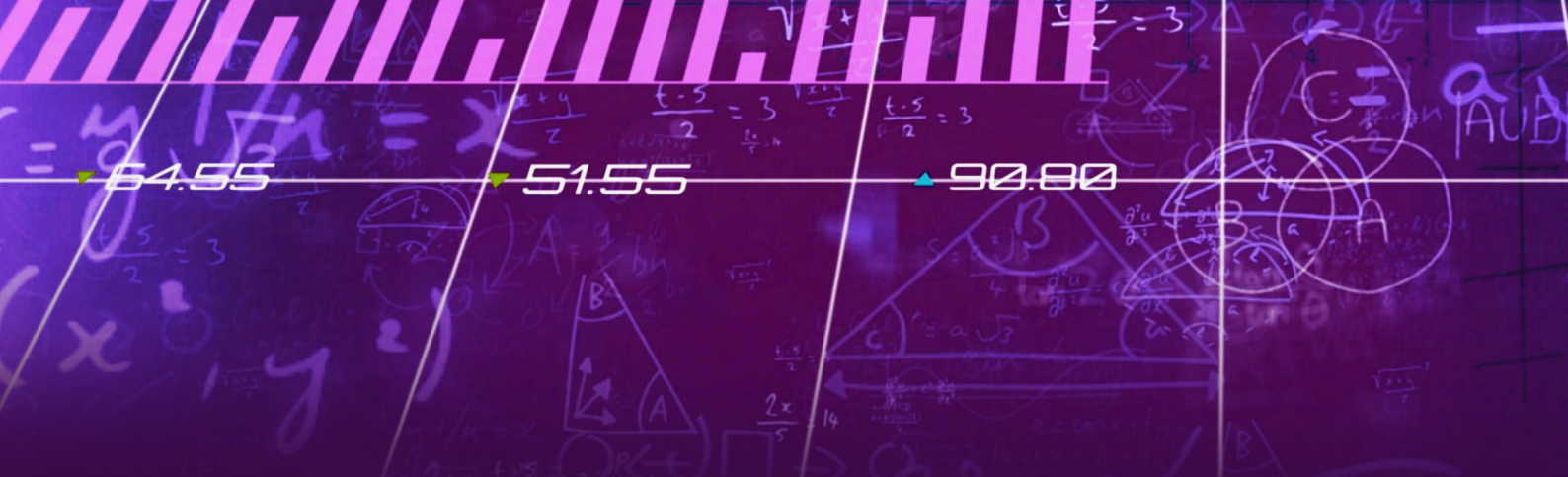
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2016). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). Sage publications.
- Ding, M., & Carlson, M. (2013). Elementary teachers' learning to construct high-quality mathematics lesson plans. *The Elementary School Journal*, 113(3), 359–385. <https://doi.org/10.1086/668505>
- Esmonde, I., & Langer-Osuna, J. M. (2013). Power in numbers: Student participation in mathematical discussions in heterogeneous spaces. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 288–315.
- Essel, H., Vlachopoulos, D., Tachie-Menson, A., Johnson, E., & Baah, P. (2022). The impact of a virtual teaching assistant (chatbot) on students' learning in Ghanaian higher education. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 19, Article 57. <https://doi.org/10.1186/s41239-022-00362-6>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38–43.
- Godino, J. D. (2023). Onto-semiotic approach to the philosophy of educational mathematics. *Paradigma*, 44(1), 7–33.
- Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 105–117). Sage Publications.
- Habiyaremye, H., Ntivuguruzwa, C., & Ntawiha, P. (2024). Developing mathematical knowledge for teaching through lesson planning and technological pedagogical content knowledge among Rwandan teacher training college tutors. *Education and Information Technologies*, 29, 21063–21093. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-12634-x>
- Harbour, K. E., & Denham, A. R. (2021). Supporting all students: Productive mathematical discourse in online environments. *Intervention in School and Clinic*, 57(2), 167–174. <https://doi.org/10.1177/10534512211001849>
- Insorio, A. O. (2024). Addressing student diversity to improve mathematics achievement through differentiated instruction. *International Journal of Professional Development, Learners and Learning*, 6(1), 46–60. <https://doi.org/10.30935/ijpdl/14462>
- Krushinskaia, K., Elen, J., & Raes, A. (2024). Design and development of a co-instructional designer bot using GPT-4 to support teachers in designing instruction. In *ALL@ AIED* (pp. 26–37). <https://ceur-ws.org/Vol-3836/paper3.pdf>
- Kuhail, M., Alturki, N., Alamlawi, S., & Alhejori, K. (2023). Interacting with educational chatbots: A systematic review. *Education and Information Technologies*, 28, 973–1018. <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11177-3>
- Larsen, T. M., Endo, B. H., Yee, A. T., Do, T., & Lo, S. M. (2022). Probing internal assumptions of the revised Bloom's taxonomy. *CBE Life Sciences Education*, 21(4), Article 66. <https://doi.org/10.1187/cbe.20-08-0170>
- Lee, D., & Yeo, S. (2022). Developing an AI-based chatbot for practicing responsive teaching in mathematics. *Computers & Education*, 191, Article 104646. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2022.104646>
- Nasution, E., & Yulia, P. (2023). The effect of problem based instruction model using Telegram Quiz Bot on students' learning motivation. *Mathline: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 8(2), 151–164. <https://doi.org/10.31943/mathline.v8i2.391>
- Novotná, J., Gosztonyi, K., Hošpesová, A., Fried, K., Moraová, H., & Györi, J. G. (2021). Mathematics teacher education in the Czech Republic and Hungary: Commonalities and differences. *ZDM – Mathematics Education*, 53, 1541–1553. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01278-7>



- Okonkwo, C. W., & Ade-Ibijola, A. (2021). Chatbots applications in education: A systematic review. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 2, Article 100033. <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2021.100033>
- Orhania, S. (2024). Preparation of tests from the subject of mathematics according to Bloom's taxonomy. *International Journal of Research Publication and Reviews*, 5(2), 2330–2337. <https://doi.org/10.55248/gengpi.5.0224.0542>
- Pérez, J., Daradoumis, T., & Puig, J. (2020). Rediscovering the use of chatbots in education: A systematic literature review. *Computer Applications in Engineering Education*, 28(6), 1549–1565. <https://doi.org/10.1002/cae.22326>
- Pozas, M., Letzel, V., & Schneider, C. (2020). Teachers and differentiated instruction: Exploring differentiation practices to address student diversity. *Journal of Research in Special Educational Needs*, 20(3), 217–230. <https://doi.org/10.1111/1471-3802.12481>
- Prast, E. J., Weijer-Bergsma, E., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2018). Differentiated instruction in primary mathematics: Effects of teacher professional development on student achievement. *Learning and Instruction*, 54, 22–34. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.01.009>
- Philippakos, Z. A., Howell, E., & Pellegrino, A. (Eds.). (2021). *Design-based research in education: Theory and applications*. Guilford Publications.
- Samsudi, M., Gafrillia, A. L., & Hazarika, A. (2024). Bloom Anderson's taxonomy-based cognitive level analysis of grade 10 interactive mathematics book questions. *Journal of Teaching and Learning Mathematics*, 1(2), 111–119. <https://doi.org/10.22219/jtltm.v1i2.28783>
- Sapkota, B., & Hayes, A. H. (2024). Preservice teachers' mathematical knowledge for teaching: Focus on lesson planning and reflection. *School Science and Mathematics*, 124(5), 323–339. <https://doi.org/10.1111/ssm.12644>
- Saralar-Aras, I., & Türker-Biber, B. (2024). Enhancing technological pedagogical content knowledge of prospective teachers through mathematics lesson plan development. *Education and Information Technologies*, 29, 14491–14512. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12435-8>
- Sawyer, A. G. (2024). Artificial intelligence chatbot as a mathematics curriculum developer: Discovering preservice teachers' overconfidence in ChatGPT. *International Journal on Responsibility*, 7(1), 1–24. <https://doi.org/10.62365/2576-0955.1106>
- Seckel, M., Salinas, C., Font, V., & Sala-Sebastià, G. (2023). Guidelines to develop computational thinking using the Bee-Bot robot from the literature. *Education and Information Technologies*, 28, 16127–16151. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-11843-0>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Staples, M. E. (2008). Promoting student collaboration in a detracked, heterogeneous secondary mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(6), 349–371. <https://doi.org/10.1007/s10857-008-9078-8>
- Suprayogi, M. N., Valcke, M., & Godwin, R. (2017). Teachers and their implementation of differentiated instruction in the classroom. *Teaching and Teacher Education*, 67, 291–301.
- Thompson, D. R. (2008). Mathematics teachers' interpretation of higher-order thinking in Bloom's taxonomy. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 3(2), 96–109. <https://doi.org/10.29333/iejme/221>
- Wollny, S., Schneider, J., Di Mitri, D., Weidlich, J., Rittberger, M., & Drachsler, H. (2021). Are we there yet? A systematic literature review on chatbots in education. *Frontiers in Artificial Intelligence*, 4, Article 654924. <https://doi.org/10.3389/frai.2021.654924>



- Woolcott, G., Marks, A., & Markopoulos, C. (2021). Differentiating instruction: Development of a practice framework for and with secondary mathematics classroom teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(2), Article em0637. <https://doi.org/10.29333/iejme/11198>
- Xu, L., & Mesiti, C. (2022). Teacher orchestration of student responses to rich mathematics tasks in the US and Japanese classrooms. *ZDM – Mathematics Education*, 54(1), 1–14. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01322-6>



בין פתרון מוכן לחשיבה עצמאית: שימוש מודרך בבינה מלאכותית (AI) בפתרון בעיות בהנדסת המרחב בקרב סטודנטיות להוראת מתמטיקה

ד"ר נלי קלר

בעלת תואר שלישי בחינוך מתמטי מהטכניון – מכון טכנולוגי לישראל, וכן תואר שני במתמטיקה שימושית ותואר שני בסוציולוגיה מאוניברסיטת פרם, רוסיה. מרצה בחוג למתמטיקה באקדמית שאנן, ומרצה למתמטיקה ולהוראת המתמטיקה בטכניון.

בעלת ניסיון רב בהוראת מתמטיקה בבתי ספר, וכיום משמשת רכזת מתמטיקה ברשת בתי ספר בישראל. תחומי המחקר שלה מתמקדים בשיטות לא פורמליות להוראה וללמידה של מתמטיקה, בשילוב טכנולוגיות עכשוויות ומתקדמות בהוראת המתמטיקה, בשיטות להכשרת מורים למתמטיקה ובגישה אתנומתמטית.



ד"ר גלית נגרי חדיף

בעלת תואר שלישי מאוניברסיטת חיפה. בוגרת לימודי בתר־דוקטורט במכון ויצמן למדע, ובמהלכם חקרה מאפיינים ואדפטציות של חקר שיעור בקהילות בית־ספריות בישראל, בהנחיית פרופ' אברהם הרכבי וד"ר רוני קרסנטי.

חוקרת ומרצה בתחום החינוך המתמטי במסגרות אקדמיות, בהן האקדמית שאנן והמרכז האקדמי לוינסקי־וינגייט. בעברה מורה למתמטיקה ומנחת קהילות מורי מתמטיקה בבתי ספר תיכוניים.

עסקה בפיתוח תוכניות לימוד ושילוב כלים דיגיטליים בהוראת המתמטיקה.



בין פתרון מוכן לחשיבה עצמאית: שימוש מודרך בבנינה מלאכותית (AI) בפתרון בעיות בהנדסת המרחב בקרב סטודנטיות להוראת מתמטיקה

נלי קלר וגלית נגרי חדיף

תקציר

התרחבות השימוש בבנינה מלאכותית יוצרת (Generative Artificial Intelligence; GenAI) מציבה לפני החינוך המתמטי שאלה פדגוגיות עיקריות: האם הבינה המלאכותית (AI) מחליפה את החשיבה העצמאית של הלומדים, או עשויה לתמוך בה כאשר השימוש בה מונחה ומבוקר. במחקר זה נבדק כיצד הנחיות לשימוש מודרך בבנינה מלאכותית מעצבות את דרכי ההתמודדות של סטודנטיות להוראת מתמטיקה עם בעיות בהנדסת המרחב בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה. המחקר נעשה על רקע קורס "הנדסת המרחב". השתתפו בו 16 סטודנטיות שהתמודדו עם שלוש בעיות שעסקו בזווית בין ישר למישור, בזווית בין ישרים מצטלבים ובמרחק בין ישרים מצטלבים. בכל בעיה נדרשו המשתתפות לנסח נקודת מוצא עצמאית, לנהל דיאלוג מונחה עם בינה מלאכותית, להציג פתרון סופי ולכתוב רפלקציה. בנתונים היו 48 מהלכי עבודה, והם נותחו באמצעות ניתוח תוכן איכותני בגישה פרשנית.

מהממצאים עולה כי מבנה המטלה סייע לשמר את עמדת הסטודנטיות בתפקיד פותרת הבעיה, וכן עודד בירור מושגי, בקשת הצדקה, בדיקת תקפות והסתייגות מתשובות לא מספקות. בייחוד בלטו שני מהלכים: זיהוי הנחה גאומטרית סמויה בשאלת הפירמידה, ומעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית בשאלת המרחק בין ישרים מצטלבים. ממצאי המחקר עולה כי אוריינות בינה מלאכותית מתמטית אינה מסתכמת במיומנות טכנית של שימוש בכלי, אלא נשענת על כשירות מתמטית, ובייחוד על הבנה מושגית, הנמקה ובקרה. לממצאים אלה יש השפעה על הכשרת מורים למתמטיקה, שכן הם מדגישים את החשיבות של פיתוח אוריינות בינה מלאכותית מתמטית הנשענת על שיקול דעת, הנמקה ובקרה, ולא רק על שימוש טכני בכלי.

מילות מפתח: שימוש מודרך בבנינה מלאכותית (AI); הנדסת המרחב; כשירות מתמטית; אוריינות בינה מלאכותית (AI); משימות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה.

מבוא

בראשית המחקר, ולפני מילוי המטלה העיקרית שנבחנה בו, נעשה עם הסטודנטיות בירור מקדים קצר שנועד למפות את עמדותיהן הראשוניות כלפי שימוש בבנינה מלאכותית יוצרת (Generative AI) בלמידת מתמטיקה. בבירור זה נשאלו הסטודנטיות שתי שאלות פתוחות: איזה תפקיד ממלאת בינה מלאכותית יוצרת בלמידה האישית שלהן, וכיצד הן מעריכות את השתלבותה בתהליך הלמידה מנקודת מבט של מורות לעתיד. תשובותיהן לא שימשו יחידת ניתוח עיקרית במחקר, אך הן סייעו לחדד את ההקשר הפדגוגי ואת המתח שהמחקר מבקש לבחון. התשובות של הסטודנטיות חשפו מתח מהותי בין ניסיון האישי בשימוש בבנינה מלאכותית ובין חששותיהן המקצועיים הפדגוגיים. מצד אחד אחת הסטודנטיות ניסחה בבהירות רבה את תרומתה של הבינה המלאכותית ללמידתה האישית: "אלמלא ה-AI לא הייתי מצליחה לסיים את התואר". מצד אחר אותן סטודנטיות עצמן הביעו דאגה ששימוש של תלמידים בבנינה מלאכותית עלול לרוקן דרכים מוכרות של עבודה לימודית, כגון הכנת שיעורי בית, פתרון עצמאי של בעיות או למידה של חומר חדש, שכן לדבריהן "הכול אפשר אחר כך לדעת בעזרת AI". מתח זה עומד בבסיס מחקר זה. השאלה העיקרית אינה אם הבינה המלאכותית היא כלי מועיל או מזיק כשהיא לעצמה, אלא כיצד השימוש בה מאורגן בתהליך הלמידה: האם היא מחליפה את החשיבה העצמאית של הלומדת, או שמא היא יכולה לתמוך בה כאשר הפנייה אליה נעשית מתוך ניסיון ראשוני, שאלה מתמטית, בקשת הבהרה, בדיקת טענה או צורך בהנמקה. נקודת המוצא של המחקר היא שהערך החינוכי של הבינה המלאכותית אינו נקבע רק ביכולותיו של הכלי, אלא במידה רבה בדרך השימוש בו ובמידת האחריות שהלומדת שומרת לעצמה בתהליך החשיבה והפתרון. בחינוך המתמטי, ChatGPT וכלים דומים אינם נחשבים עוד רק משאבים טכנולוגיים המספקים מידע, אלא כלים דינמיים המשנים את יחסי הגומלין של הלומד, הידע והטכנולוגיה, ואף עשויים לתפקד כמו "שותפים פעילים" בתהליך הלמידה (agentic partners; Pepin et al., 2025). במונח "שותפים פעילים" הכוונה היא שהבינה המלאכותית עשויה להשתתף בעיצוב מהלך הלמידה באמצעות הצעת כיוונים, הבהרת מושגים, מתן משוב ובדיקת טענות, ולא רק לספק מידע או פתרון סופי. הבחנה זו חשובה למחקר זה, המתמקד בשימוש מודרך בבנינה מלאכותית



המשמשת כלי לדיאלוג מתמטי, להנמקה ולבקרה, ולא מגוון תשובות המחליף את החשיבה העצמאית של הלומדת. מגמה זו משתלבת בהתפשטות המהירה של השימוש בבינה מלאכותית יוצרת בהשכלה הגבוהה: סקר ארצי שנעשה בבריטניה מצא כי שיעור הסטודנטים המשתמשים בכלי בינה מלאכותית לצורך מטלות אקדמיות עלה מ-53% בשנת 2024 ל-88% בשנת 2025, כאשר המניעים העיקריים לשימוש היו חיסכון בזמן ושיפור איכות העבודה (Freeman, 2025). עם זה השימוש הגובר בבינה מלאכותית מעורר גם דאגות פדגוגיות רחבות. מורים מביעים חשש מהיתכנות של פגיעה בחשיבה עצמאית, מירידה במעורבות הלומדים ומהצורך להכשיר תלמידים לבחון בביקורתיות פלטים של בינה מלאכותית (Picton & Clark, 2024). בדומה סקירות על שילוב של ChatGPT בהוראה ולמידה של מתמטיקה מלמדות שלצד הפוטנציאל הפדגוגי של הכלי, יש גם אתגרים מהותיים, ובהם אידיוקים בתשובות, קשיים בפתרון בעיות מתמטיות מורכבות, סוגיות אתיות, חשש מהסתמכות יתר וצורך בפיקוח אנושי ובהכוונה פדגוגית (Almarashdi et al., 2024; Pepin et al., 2025). מתח זה בולט בתחום המתמטיקה, ובייחוד בפתרון בעיות גאומטריות מרחביות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה. פתרון בעיות מסוג זה אינו מסתכם בהגעה לתשובה נכונה, אלא מחייב הבנה מושגית, בחירת אסטרטגיות, הנמקה ובקרה על תהליך החשיבה. לכן שימוש בבינה מלאכותית עשוי לפעול בשני כיוונים מנוגדים זה לזה: הוא עלול להוריד את רמת הדרישה הקוגניטיבית כאשר הסטודנטית רואה בו מקור לפתרון מוכן, אך עשוי לתמוך בחשיבה מתמטית כאשר הוא מאורגן במכוון באמצעות הבהרת מושגים, מתן רמזים, בדיקת טיעונים, איתור טעויות והשוואה בין דרכי פתרון. על אף הגידול המהיר במחקרים העוסקים בבינה מלאכותית יוצרת בחינוך, השאלה כיצד לומדים משתמשים בבינה מלאכותית בעת פתרון בעיות מתמטיות מורכבות עדיין לא נחקרה די הצורך. בחינוך המתמטי כבר מופיעים מחקרים שבהם בינה מלאכותית אינה נחשבת רק מקור לתשובות, אלא חלק מסיטואציה לימודית שתוכננה במיוחד. כך, למשל, במחקר שבו נותחו דיאלוגים של מורים לעתיד למתמטיקה עם ChatGPT, הצ'אטבוט תפקד כמעין "סטודנט מדומה" שהציג פתרונות שגויים או חלקיים כדי לאפשר למורים לעתיד להתנסות בתגובה על תשובות תלמידים שאינם נכונות או אינן שלמות (Gislason, 2026).

מחקר זה בוחן עיצוב פדגוגי אחר, שבו בינה מלאכותית אינה משמשת "סטודנט מדומה", אלא כלי שהסטודנטית עצמה נעזרת בו במהלך פתרון בעיות בהנדסת המרחב. לא מקרה הוא שהבחירה בהנדסת המרחב משמשת בסיס למחקר זה: תחום זה מזמן התמודדות עם בעיות שבהן הפתרון אינו נשען רק על חישוב, אלא גם על פירוש ייצוגים מרחביים, זיהוי יחסים גאומטריים שאינם נראים ישר בשרטוט ועיגון פורמלי של התרשמות חזותית. לכן הוא מתאים בייחוד לבחינת שימוש מודרך בבינה מלאכותית במשימות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה. מתוך כך מטרת המחקר להרחיב את הדיון הקיים בספרות מלבד השימוש בבינה מלאכותית המשמשת מקור לתשובות או סימולציה של לומד, ולמקד את תשומת הלב בעיצוב אינטראקציה מונחית עם בינה מלאכותית המשולבת בתהליך פתרון בעיות גאומטריות מרחביות. במחקר נבחן שימוש מודרך בבינה מלאכותית, שבה הסטודנטיות נדרשו לנסח נקודת מוצא עצמאית לפני הפנייה לכלי, לנהל דיאלוג המכוון להבנה, הנמקה ובדיקה, ולאחר מכן להציג פתרון סופי ורפלקציה. בדרך זו נבחן במחקר כיצד אינטראקציה מונחית עם בינה מלאכותית עשויה לתמוך במעורבות מתמטית פעילה, בכשירות מתמטית ובאוריינות בינה מלאכותית ביקורתית, במקום להחליף את תהליך החשיבה העצמאית.

סקירת ספרות

מבחינה תאורטית המחקר נשען על שלושה צירים משלימים. הציר הראשון נשען על מושג המשימות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה במסגרת משימות מתמטיות (mathematical tasks framework), המדגישה את הקשר בין אופי המשימה לסוג החשיבה המתמטית שהיא מזמנת (Stein et al., 1996). הציר השני נשען על תפיסת הכשירות המתמטית, כפי שניסחה המועצה הלאומית למחקר (National Research Council, 2001), המשמשת מכלול של רכיבים שזורים שיש בהם הבנה מושגית (conceptual understanding), שטף פרוצדורלי (procedural fluency), כשירות אסטרטגית (strategic competence), חשיבה אדפטיבית (adaptive reasoning) ונטייה פרודוקטיבית (productive disposition). כלפי מתמטיקה. הציר השלישי נשען על מושג אוריינות בינה מלאכותית, שפירושה יכולת להבין, להעריך בביקורתיות, לתקשר ולשתף פעולה עם מערכות בינה מלאכותית ולהשתמש בהן ביעילות ובאחריות בעניינים מגוונים (Long & Magerko, 2020). שילובם של שלושת הצירים מאפשר לבחון שימוש מודרך בבינה מלאכותית שתשמש לא תוספת טכנית ללמידה, אלא חלק מהתנאים שעשויים לתמוך באיכות הפעילות המתמטית או לחלופין להחליש אותה. מאחר שהמחקר נעשה בתחום הנדסת המרחב, שלושת הצירים נבחנים גם באתגר של חשיבה מרחבית, עבודה עם ייצוגים גאומטריים ומעבר בין ייצוג דרמטי של השרטוט לגוף התלת־ממדי.

משימות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה

הדיון בשילוב בינה מלאכותית בלמידה מתמטית מחייב לבחון את אופייה הייחודי של פעילות מתמטית. פתרון בעיות במתמטיקה אינו מסתכם בהפקת תשובה נכונה, אלא דורש הבנה של מושגים, בניית קשרים של רעיונות, בחירת אסטרטגיות, הנמקת טענות ובקרה על תקפות הפתרון. משום כך הערכת תרומתה של הבינה המלאכותית ללמידה מתמטית אינה מסתפקת רק באיכות התשובה הסופית, אלא דורשת התבוננות גם בתהליך שהניב אותה.

הדרישה הקוגניטיבית של מסגרת משימות מתמטיות מבחינה בין משימות הדורשות בעיקר הפעלה של נהלים מוכרים ובין משימות המחייבות חקר, קישור בין מושגים, הנמקה ובניית משמעות מתמטית (Stein et al., 1996). ממחקרים שעסקו בנושא זה עולה כי תרומתה החינוכית של משימה אינה נקבעת רק על פי ניסוחה, אלא גם על פי האופן שהיא מיושמת בפועל ועל פי סוג החשיבה שהתלמידים מפעילים במהלך העבודה. משימה בעלת פוטנציאל לדרישה קוגניטיבית גבוהה עלולה להפוך למשימה טכנית אם הלומד מקבל פתרון מוכן, אך עשויה לעורר חשיבה מעמיקה כאשר היא מזמנת חקירה, נימוק ובדיקה עצמאית.

במחקר זה השימוש בבינה מלאכותית מעלה שאלה פדגוגית עיקרית: האם הכלי מסייע ללומדת להתמודד עם הדרישה הקוגניטיבית של המשימה, או שמא הוא עוקף אותה בנתינת פתרון מוכן? שאלה זו חשובה בייחוד בהנדסת המרחב, שבה פתרון בעיות מחייב יצירת ייצוגים מרחביים, זיהוי יחסים גאומטריים, מעבר בין ייצוג דוממדי לתלת־ממדי ובניית שרשרת טיעונים לוגית. לכן כאן נבחן לא רק אם הסטודנטיות הגיעו לתשובה נכונה, אלא אם האינטראקציה עם בינה מלאכותית תמכה בשימור הדרישה הקוגניטיבית של המשימה.

כשירות מתמטית

כדי להבין אילו סוגי חשיבה מתמטית מופעלים במהלך פתרון הבעיה, המחקר נשען גם על תפיסת הכשירות המתמטית (mathematical proficiency) של המועצה הלאומית למחקר (National Research Council, 2001). תפיסה זו רואה בכשירות המתמטית מכלול של חמישה רכיבים שזורים זה בזה: הבנה מושגית, שטף פרוצדורלי, כשירות אסטרטגית, חשיבה אדפטיבית ונטייה פרודוקטיבית.

הבנה מושגית נוגעת להבנת מושגים, קשרים ועקרונות מתמטיים; שטף פרוצדורלי הכולל שליטה בפרוצדורות ועשייתן בדיוק ובגמישות; כשירות אסטרטגית מתבטאת ביכולת לנסח בעיה, לייצגה ולבחור דרך פעולה מתאימה; חשיבה אדפטיבית שיש בה הנמקה, הצדקה ובקרה על מהלך הפתרון; ונטייה פרודוקטיבית הנוגעת לאמונה כי המתמטיקה היא תחום הגיוני ובעל ערך ולכונות להתמיד גם בעת קושי.

רכיבים אלה מאפשרים לבחון האם הלומדת ממשיכה להפעיל חשיבה מתמטית בעת שימוש בבינה מלאכותית או שמא היא מעבירה הרבה ממנה אל הכלי. כאשר סטודנטית מבקשת פתרון מלא ומאמצת אותו בלי בדיקה, עשויים להצטמצם תהליכים של הנמקה, בקרה ובחירה אסטרטגית. לעומת זאת כאשר היא משתמשת בבינה מלאכותית כדי לבקש רמז, לבחון רעיון, לבדוק טענה, לבקש הצדקה או להשוות בין דרכי פתרון, האינטראקציה עשויה לעודד הפעלה של רכיבי הכשירות המתמטית ולתמוך בשימור הדרישה הקוגניטיבית של המשימה.

חשיבה מרחבית וייצוגים בהנדסת המרחב

פתרון בעיות בהנדסת המרחב נשען במידה רבה על חשיבה מרחבית ועל היכולת לפרש ייצוג דוממדי של גוף תלת־ממדי. ממחקרים על חשיבה מרחבית בגאומטריה עולה כי פתרון בעיות מסוג זה מחייב שילוב של ויזואליזציה עם זיהוי תכונות גאומטריות ועם הסקה מתוך השרטוט אל המבנה המרחבי עצמו (Battista, 2007; Fujita et al., 2020). כאן היבט זה מרכזי בייחוד משום שהבעיות שנבחרו מחייבות לזהות היטל מלבד ייצוג מתאים של זווית בין ישרים מצטלבים, ולבדוק קטע המשמש אנך משותף בין ישרים מצטלבים. לפיכך החשיבה המרחבית אינה רק מאפיין של תחום התוכן, אלא רכיב בדרישה הקוגניטיבית של המשימות ובכשירות המתמטית הנדרשת להתמודדות עימן.

אוריינות בינה מלאכותית בלמידה מתמטית

התרחבות השימוש בבינה מלאכותית יוצרת במערכת החינוך מציבה לפני לומדים לא רק אתגר טכנולוגי, אלא גם אתגר קוגניטיבי ופדגוגי. אוריינות בינה מלאכותית מתארת את הידע, המיומנויות והעמדות הנדרשים לשם שימוש מושכל, ביקורתי ואחראי במערכות בינה מלאכותית: להבין כיצד מערכות אלה פועלות, להעריך בביקורתיות את תוצריהן, להתקשר עימן ביעילות ולשתף עימן פעולה מתוך שמירה על שיקול דעת אנושי (Long & Magerko, 2020).



הצורך באוריינות בינה מלאכותית מקבל משנה תוקף בשל מגבלותיהן של מערכות בינה מלאכותית. כלים כגון ChatGPT עשויים לספק מידע שגוי, הסברים חלקיים או טיעונים הנראים משכנעים אף שאינם מבוססים מבחינה לוגית או מתמטית (Almarashdi et al., 2024). לכן שימוש יעיל בבינה מלאכותית אינו מתבטא בקבלת התשובה המוצעת, אלא ביכולת לבחון אותה, להטיל בה ספק בעת הצורך ולהצליבה עם ידע קודם.

אוריינות בינה מלאכותית בעת למידת מתמטיקה כוללת לא רק ניסוח פנייה יעילה, אלא גם הערכת תקפותו של הפתרון המוצע, זיהוי כשלים אפשריים במהלך ההנמקה, השוואה בין דרכי פתרון ובדיקה האם המסקנות אכן נובעות מן הנתונים. כאן אוריינות בינה מלאכותית נשענת על הכשירות המתמטית: ניסוח שאלה ממוקדת מחייב כשירות אסטרטגית; בדיקת נכונותו של פתרון מחייבת חשיבה אדפטיבית; ופרשנות של הסברים או ייצוגים מגוונים הנשענת על הבנה מושגית.

מהספרות עולה שיש הבדלים בין לומדים המשתמשים בבינה מלאכותית לצורך למידה פרואקטיבית, בדיקה והעמקה, ובין לומדים המשתמשים בו לצורך האצלת משימות וקבלת תוצרים מוכנים (Stojanov et al., 2024). הבחנה זו חשובה במיוחד בלמידת מתמטיקה, שכן היא משקפת שתי תפיסות שונות של תפקיד הבינה המלאכותית: כלי לחשיבה או תחליף לחשיבה. בדומה גיסלסון (Gíslason, 2026) תיאר דפוסי אינטראקציה בעייתיים שבהם הלומד מתקדם באמצעות שאלות מכוונות בלי לפתח הבנה עצמאית, או משתמש במונחים מתמטיים באופן הנראה תקין אך בלי הבנה מושגית ממשית. מכאן שעצם קיומו של דיאלוג עם בינה מלאכותית אינו מבטיח למידה משמעותית; יש לבחון את איכות האינטראקציה ואת מידת האחריות שהלומדת שומרת לעצמה.

שילוב הצירים התאורטיים במחקר זה

כאן אוריינות בינה מלאכותית נחשבת גורם המתווך בין האינטראקציה עם הכלי לסוגי החשיבה המתמטית המופעלים בעת העבודה. כאשר הלומדת משתמשת בבינה מלאכותית כדי לקבל פתרון מוכן, הדרישה הקוגניטיבית של המשימה עלולה להצטמצם, וחלק מן החשיבה המתמטית עשוי לעבור מהלומדת אל המערכת. לעומת זאת כאשר היא משתמשת בבינה מלאכותית כדי לנסח קושי, לבקש רמז, לבדוק השערה, להעריך פתרון, לבקש הצדקה או לזהות טעות, האינטראקציה עשויה לתמוך בהפעלת רכיבי הכשירות המתמטית ובשימור הדרישה הקוגניטיבית של המשימה. לפיכך בחינת השימוש בבינה מלאכותית בלמידת מתמטיקה אינה יכולה להסתפק בשאלה האם הכלי מספק תשובות נכונות. יש לבחון כיצד השימוש בו משפיע על אופי הפעילות המתמטית: האם הוא תומך בהבנה מושגית, בבחירת אסטרטגיה, בהנמקה ובבקרה, או שמא הוא מאפשר עקיפה של תהליכים אלה.

מטרת המחקר ושאלת המחקר

מטרת המחקר היא לבחון את תרומתו של שימוש מודרך בבינה מלאכותית לתהליכי פתרון בעיות בהנדסת המרחב בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה בקרב סטודנטיות להוראת מתמטיקה, מתוך התמקדות בכשירות מתמטית ובאוריינות בינה מלאכותית. שאלת המחקר העיקרית היא: כיצד הנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית מעצבות את דרכי ההתמודדות של סטודנטיות להוראת מתמטיקה עם בעיות בהנדסת המרחב בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה? מתוך שאלה זו נגזרות שתי שאלות משנה:

1. כיצד מתבטא השימוש המודרך בבינה מלאכותית בעת פתרון בעיות בהנדסת המרחב בקרב סטודנטיות להוראת מתמטיקה?
2. אילו פרקטיקות של כשירות מתמטית ואוריינות בינה מלאכותית ניכרות בתוצרי העבודה וברפלקציות של הסטודנטיות?

מתודולוגיה

הקשר המחקר, המשתתפות והמטלה

המחקר נעשה על רקע קורס "הנדסת המרחב" במסלול העליסודי להכשרת מורות למתמטיקה. במחקר השתתפו 16 סטודנטיות שנה ג' להוראת מתמטיקה. הידע הקודם של המשתתפות בהנדסת המרחב לא היה אחיד או שיטתי, והקורס נועד לחזק ולהעמיק מושגים מרכזיים בתחום זה. בשאלון רקע קצר, שלא שימש יחידת ניתוח עיקרית במחקר, דיווחו כל המשתתפות כי הן משתמשות תדיר בכלי בינה מלאכותית, אך לרוב לא בתחומים מתמטיים. כאשר השתמשו בבינה מלאכותית במתמטיקה, הן נטו לפנות אליו בעיקר כשהיה להן קושי בפתרון, ולעיתים כשרצו לקבל פתרון מלא. מבחינת הכלים שהשתמשו בהם, עשר סטודנטיות דיווחו על שימוש בעיקר ב-Gemini, ארבע על שימוש בעיקר ב-ChatGPT, ושתי סטודנטיות דיווחו על שימוש בשני הכלים.

המטלה המחקרית לא חייבה להשתמש בכלי בינה מלאכותית מסוים, אלא התמקדה באופן שהסטודנטיות השתמשו בכלי שבחרו בגדר ההנחיות המובנות של המטלה. המשתתפות מילאו מטלה לימודית ששילבה פתרון של שלוש בעיות בהנדסת המרחב עם שימוש מודרך בבינה מלאכותית. המטלה נבנתה מתוך מטרה כפולה: לקדם הבנה מתמטית של מושגים מרכזיים בהנדסת המרחב, ולפתח שימוש מושכל, ביקורתי ומבוקר בבינה מלאכותית המשמשת כלי ללמידה מתמטית. בכל אחת משלוש הבעיות נדרשו המשתתפות לפעול על פי מבנה אחיד: התמודדות עצמאית ראשונית, דיאלוג מונחה עם בינה מלאכותית, ניסוח פתרון סופי ורפלקציה. איור 1 מציג תיאור סכמתי של מבנה המטלה.



איור 1: תיאור סכמתי של מבנה המטלה בכל אחת משלוש בעיות המחקר

מבנה זה נועד להבטיח שהשימוש בבינה מלאכותית יהיה חלק מובנה ומונחה מן המטלה, ולא שימוש חופשי או מזדמן בכלי. ההתמודדות העצמאית הראשונית נועדה לעגן נקודת מוצא מתמטית לפני הפנייה לבינה מלאכותית; הדיאלוג המונחה נועד לעודד ברור מושגי, בקשת הנמקה, בדיקת תקפות והשוואה בין דרכי פתרון; והפתרון הסופי והרפלקציה נועדו לבחון כיצד רעיונות שעלו בדיאלוג שולבו בהבנה ובפתרון העצמאי של הסטודנטית. מוקד הניתוח לא היה הערכת איכות תשובות של הבינה המלאכותית כשהן לעצמן, אלא האופן שהמשתתפות השתמשו בהן בעת תהליך פתרון הבעיה.

שלוש הבעיות שנכללו במטלה

שאלה 1: זווית בין ישר למישור:

בפירמידה מרובעת ישרה, $SABCD$ אורך צלע הבסיס הוא a והגובה $SO=h$ כאשר O הוא מרכז הבסיס. מצאו את הזווית בין המקצוע הצדדי SC למישור הבסיס $ABCD$.

שאלה 2: זווית בין שני ישרים

נתונה קובייה $ABCD A'B'C'D'$ עם צלע שווה ל-1. מצאו גודל הזווית בין הישר $A'B$ לישר AC .

שאלה 3: המרחק בין ישרים מצטלבים

בקובייה $ABCD A'B'C'D'$ מצאו את המרחק בין הישר לישר AB אם אורך CC' מקצוע הקובייה שווה ל- a . תיאורי השאלות שלהלן אינם נועדו להציג פתרונות מלאים, אלא להבהיר את מוקד הדרישה הקוגניטיבית בכל אחת מן המשימות ואת סוג ההתמודדות המתמטית שהן זימנו.



שלוש הבעיות שנבחרו למטלה יצרו מהלך מדורג מבחינה מתמטית ומבחינת סוג ההתמודדות שנדרש מן המשתתפות. כולן נבחרו משום שאינן מסתכמות בהפעלת הליך טכני, אלא מזמנות זיהוי של אובייקט גאומטרי מתאים, מעבר בין ייצוג דו־ממדי לייצוג תלת־ממדי, בחירת אסטרטגיה והצדקה של תקפות המהלך. במונחים של מסגרת משימות מתמטיות, מדובר בבעיות בעלות פוטנציאל לדרישה קוגניטיבית גבוהה, משום שההתמודדות עימן מחייבת לקשר בין מושגים, ייצוגים, הנמקות ובקרה, ולא רק לחשב תוצאה סופית.

השאלה הראשונה עסקה בזווית בין ישר למישור בפירמידה מרובעת ישרה. אף שמדובר בנושא מוכר יחסית בקורס, השאלה נבחרה משום שהיא נראית במבט ראשון שאלה שגרתית של חישוב זווית, אך למעשה מחייבת ניתוח מדויק של משמעות הנתונים כבר בתחילת הפתרון. ניסוח השאלה מזמן להניח מייד כי בסיס הפירמידה הוא ריבוע; עם זה מטרת המשימה הייתה לעורר בירור של הנחה זו ולא לקבלה מובנת מאליה. בבעיה זו היה נדרש להצליב בין שני נתונים: מצד אחד הנתון על שוויון צלעות הבסיס, שמאפשר לראות כי הבסיס הוא מעוין; מצד אחר היות הפירמידה ישרה, שממנה נובע כי הבסיס הוא מרובע בריחסימה. השילוב בין שני הנתונים, מעוין שהוא גם מרובע בריחסימה, מאפשר להצדיק כי הבסיס הוא ריבוע. לכן הקושי העיקרי בשאלה אינו חישובי בלבד, אלא קשור לפירוש הנתונים, לזיהוי ההיטל המתאים ולהפעלת ההגדרה של זווית בין ישר למישור.

השאלה השנייה עסקה בזווית בין ישרים מצטלבים בקובייה. בשאלה זו הזווית אינה נראית ישר בשרטוט, משום שהישרים אינם נחתכים ואינם נמצאים באותו מישור. לכן נדרשו המשתתפות לברר את משמעות ההגדרה של זווית בין ישרים מצטלבים, להצדיק את היכולת להחליף אחד מן הישרים בישר מקביל לו, ולבנות ייצוג מתאים שבו שני הישרים נחתכים ואפשר לחשב את הזווית ביניהם. כאן הדרישה הקוגניטיבית בשאלה נובעת מן הצורך לעבור מן המצב המרחבי המקורי לייצוג גאומטרי שקול, מתוך שמירה על הקשר להגדרה הפורמלית ולא רק על סמך התרשמות מן השרטוט. שאלה זו אפשרה לבחון האם הסטודנטיות משתמשות בבינה מלאכותית כדי לקבל חישוב מוכן או כדי לברר ולהצדיק את המעבר הגאומטרי הנדרש.

השאלה השלישית עסקה במרחק בין ישרים מצטלבים בקובייה, מושג שהיה חדש לסטודנטיות. שאלה זו זימנה מעבר מאינטואיציה מרחבית ראשונית – בחירת ייצוג שנראה מתאים בשרטוט – אל בירור פורמלי של ההגדרה: מרחק בין ישרים מצטלבים הוא המרחק מנקודה על אחד הישרים למישור המכיל את הישר השני ומקביל לישר הראשון, ובאופן שקול אורך האנך המשותף לשני הישרים. לכן נדרשה בדיקה של תקפות הייצוג שנבחר והבחנה בין התרשמות חזותית ובין נימוק גאומטרי תקף. כאן הדרישה הקוגניטיבית בשאלה נבעה מן הצורך לעגן מבחינה פורמלית טענה שנראית תחילה אינטואיטיבית.

כך שלוש הבעיות אפשרו לבחון שלושה מצבי שימוש מגוונים בבינה מלאכותית: העמקה במושג שנלמד קודם, בירור של מושג מרחבי מורכב יותר והתמודדות עם מושג חדש באמצעות השערה, בדיקה והצדקה.

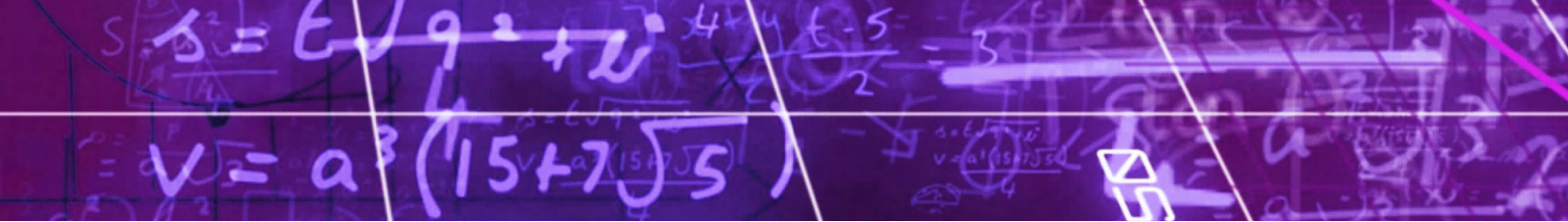
מבנה הנתונים ויחידת הניתוח

הנתונים במחקר כללו את התוצרים הכתובים שהגישו 16 משתתפות המחקר בעת המטלה. כל משתתפת התבקשה להתמודד עם שלוש בעיות ולציין ארבעה רכיבים בכל בעיה: נקודת מוצא לפני הפנייה לבינה מלאכותית, תיעוד הדיאלוג עם הבינה המלאכותית, לנסח פתרון סופי במילותיה ורפלקציה על התהליך. לפיכך במאגר הנתונים יש 48 מהלכי עבודה, כאשר כל מהלך עבודה מייצג התמודדות של משתתפת אחת עם בעיה אחת.

יחידת הניתוח העיקרית הייתה "מהלך עבודה" של משתתפת בבעיה אחת. מהלך זה כלל את רצף העבודה כולו: האופן שהמשתתפת הבינה את הנתונים בתחילת הדרך, השאלות שהפנתה לבינה מלאכותית, תגובותיה על התשובות שקיבלה, הפתרון הסופי שניסחה והרפלקציה שכתבה. הבחירה במהלך עבודה שישמש יחידת ניתוח נבעה מאופי שאלת המחקר, שכן היה צורך לבחון את הקשרים של נקודת המוצא, הדיאלוג עם הבינה המלאכותית, הפתרון הסופי והרפלקציה, ולא להסתפק בניתוח שאלות מעטות שהופנו לכלי.

הליך ניתוח הנתונים

ניתוח הנתונים נעשה באמצעות ניתוח תוכן איכותני של מהלכי העבודה, ונשען על סקירת הספרות שהוצגה לעיל: דרישה קוגניטיבית גבוהה, כשירות מתמטית, אוריינות בינה מלאכותית וחשיבה מרחבית. הניתוח נעשה בשלבים, לצד פיתוח הדרגתי של ספר הקידוד. בשלב הראשון נקראו כל התוצרים בשלמותם כדי לקבל תמונה כוללת של דרך ההתמודדות של כל משתתפת עם כל אחת מהבעיות, של מבנה מהלכי העבודה ושל סוגי האינטראקציה עם הבינה המלאכותית. בשלב השני נוסח ספר קידוד ראשוני, שמושגת על סקירת הספרות ועל שאלות המחקר ויש בו קטגוריות רחבות, כגון



כשירות מתמטית, אוריינות בינה מלאכותית ושימור הדרישה הקוגניטיבית. בשלב השלישי זהו בכל מהלך עבודה יחידות משמעות, כגון זיהוי נתונים סמויים, שימוש בייצוגים גאומטריים, ניסוח קושי או השערה, בחירת אסטרטגיית פתרון, בקשת הבהרה מושגית, דרישה לנימוק, בדיקת תקפות של תשובת הבינה המלאכותית, השוואה בין דרכי פתרון ושילוב רעיונות מן הדיאלוג בפתרון הסופי.

לאחר הקידוד הראשוני עודכנו ההגדרות של הקטגוריות, אוחדו קטגוריות חופפות ונוספו תתי-קטגוריות שנבעו מן הנתונים. בספר הקידוד הסופי הופיעו קטגוריות ניתוח עיקריות ששימשו בפרק הממצאים, ובהן שימור העמדה הפעילה של הסטודנטית בתפקיד פותרת הבעיה, הבהרה מושגית, בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי, הנמקה ובדיקת תקפות, אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית ושינוי בהבנה וברפלקציה.

הקטגוריות לא נועדו להעריך את המשתתפות בציון, אלא לתאר את האופן שהנחיות לשימוש בבינה מלאכותית תמכו או לא תמכו בהתמודדות מתמטית פעילה עם הבעיה. הקטגוריות אינן מייצגות שלבים כרונולוגיים נפרדים, אלא היבטים מגוונים של ההתמודדות המתמטית ושל השימוש בבינה מלאכותית, שעשויים להופיע באותו מהלך עבודה בו בזמן.

טבלה 1: קטגוריות הניתוח בספר הקידוד הסופי

קטגוריית הניתוח	משמעות הקטגוריה	ביטוי בנתונים	קשר למסגרת התאורטית
שימור העמדה הפעילה של הסטודנטית בתפקיד פותרת הבעיה	בחינה האם הסטודנטית נשארת אחראית על תהליך הפתרון ואינה מעבירה את מלאכת החשיבה לבינה מלאכותית	ניסוח השערה או קושי לפני הפנייה לבינה מלאכותית; בקשה לבדוק פתרון ראשוני; שילוב מבוקר של תשובות בינה מלאכותית בפתרון עצמאי	קשור לדרישה קוגניטיבית גבוהה ולשימוש בבינה מלאכותית המשמשת כלי תומך ולא תחליף לחשיבה
הבהרה מושגית והעמקת ההבנה הגאומטרית	זיהוי מצבים שבהם הדיאלוג עם הבינה המלאכותית מסייע בהבנת מושג, הגדרה או קשר גאומטרי	שאלות על היטל, זווית בין ישר למישור, זווית בין ישרים מצטלבים ומרחק בין ישרים מצטלבים; אמירות רפלקטיביות של הבנה	קישור להבנה מושגית על רקע הכשירות המתמטית
בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי מתאים	בחינת הדרך שבה הסטודנטית בוחרת דרך פעולה ומייצגת את הסיטואציה המרחבית	בחירת משולש מתאים; זיהוי היטל; העברת ישר מקביל; זיהוי אנך משותף	קישור לכשירות אסטרטגית ולמשימות שאינן פרוצדורליות בלבד
הנמקה, הצדקה ובדיקת תקפות	זיהוי מהלכים שבהם הסטודנטית מבקשת או מנסחת הצדקה מתמטית ובודקת תקפות	שאלות כגון "מדוע?", "איך יודעים?", "האם מותר להזיז ישר במקביל?", "איך בודקים שהקטע מאונך לשני הישרים?"	קישור לחשיבה אדפטיבית ולשימור הדרישה הקוגניטיבית מתוך הצדקה ולא רק קבלת תשובה
אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית	בחינה האם הסטודנטית בוחנת את הבינה המלאכותית בביקורתיות ואינה רואה בתשובותיה דבר המובן מאליו	הסתייגות מתשובה חלקית או מהירה מדי; בקשה לנימוק נוסף; השוואה בין תשובת בינה מלאכותית ובין פתרון עצמי	קישור לאוריינות בינה מלאכותית ולשימוש ביקורתי, מודע ואחראי בכלי
שינוי בהבנה וברפלקציה	בחינת התפתחות ההבנה בכל מהלך העבודה	השערה שאושרה או הופרכה; שינוי בתפיסה הראשונית; ציון שאלה או תשובת בינה מלאכותית שקידמה הבנה	קישור לרפלקציה, לבקרה עצמית ולנטייה פרודוקטיבית כלפי מתמטיקה

קידוד לצורך זיהוי יחידות משמעות מקומיות נעשה מתוך גמישות ופרשנות. מהלך עבודה אחד היה יכול להשתייך ליותר מקטגוריית ניתוח אחת, למשל כשהבינה המלאכותית התבקשה להבהיר הבהרה מושגית היה צורך גם לבחור אסטרטגיית פתרון מתאימה, לבקש הצדקה מתמטית או לבקר את תשובת הבינה. לכן הקטגוריות לא נחשבו קטגוריות בלעדיות, אלא עדשות משלימות לניתוח אותו מהלך עבודה. מאחר שבמטלה עצמה היו הנחיות מפורשות לשאול שאלות הבנה, הנמקה ובדיקה, לא נבדק בניתוח אם עצם קיומה של שאלה מעיד על עומק ההתמודדות המתמטית. במקום זאת נבחנו איכות



השאלה ותפקידה במהלך העבודה: מידת הייחודיות המתמטית שלה, הקשר שלה לתשובת הבינה המלאכותית, האם היא בדקה תקפות של מהלך מתמטי והאם היא תרמה להמשך הפתרון או לרפלקציה. נוסף על כך נעשתה הבחנה בין שאלות שבחנו את תקפותו של מהלך מתמטי ובין שאלות שבחנו את השימוש בבינה המלאכותית עצמה, כגון התאמת התשובה לבעיה המקורית, שלמות ההסבר או אמינות הפלט.

לצד הניתוח האיכותני נעשתה בדיקה תיאורית של שכיחות הדפוסים העיקריים שזוהו בקידוד. בבדיקה נספרו סטודנטיות שהופיע אצלן כל דפוס, לאחר סינון של מופעים טכניים או כלליים שלא ביטאו יחידת משמעות אנליטית ברורה. מטרת הספירה לא הייתה ללמוד מבחינה סטטיסטית, אלא להגביר את שקיפות הניתוח, לזהות דפוסים חוזרים ולהבחין בין דפוסים עיקריים ובין מקרים מדגימים או מקרי גבול. תוצאות הבדיקה התיאורית מוצגות בטבלה 2 בפרק הממצאים.

אמינות הניתוח

אמינות הניתוח חוזקה באמצעות קידוד והשוואה בין שתי החוקרות. תחילה קראה כל חוקרת את כלל 48 מהלכי העבודה וזיהתה בעצמה יחידות משמעות הקשורות לכשירות מתמטית ולאוריינות בינה מלאכותית על פי קטגוריות הניתוח. לאחר מכן הושוּוּ הקידודים, ובפעמים שהתגלו הבדלים בפרשנות נעשה דיון משותף לצד חזרה אל הציטוט המקורי, אל רכיבי מהלך העבודה ואל סקירת הספרות. הדיון התמקד בשאלות, כגון האם יחידת משמעות מסוימת מבטאת בדיקת תקפות מתמטית או בקרה על השימוש בבינה המלאכותית, והאם מדובר בדפוס חוזר או במקרה גבול. הקטגוריות עודכנו לאחר הדיונים, והקידוד הסופי גובש בהסכמה פרשנית.

שיקולים אתיים

המחקר נעשה על פי נוהלי האתיקה המקובלים במוסד. השימוש בתוצרים הלימודיים לצורכי מחקר נעשה לאחר קבלת הסכמה מן המשתתפות, ולאחר שהובהר להן כי הסכמה או אי-הסכמה לשימוש בתוצרים לא תשפיע על ציונן בקורס. הניתוח המחקרי נעשה לאחר סיום תהליך ההערכה הלימודית כדי לצמצם השפעה על יחסי מרצה-סטודנטית.

ממצאים

הניתוח נשען על 48 מהלכי עבודה של 16 סטודנטיות בנושא שלוש בעיות בהנדסת המרחב. מהממצאים עולה כי בנושא שנחקר, ההנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית תמכו בדרכי התמודדות שכללו בירור מושגי, בקשת הנמקה ובדיקת תקפות, ולא רק כיוונו את הסטודנטיות לשאול שאלות. מבנה המטלה – נקודת מוצא עצמאית, דיאלוג עם הבינה המלאכותית, פתרון סופי ורפלקציה – אפשר לזהות פרקטיקות של כשירות מתמטית לצד פרקטיקות של אוריינות בינה מלאכותית. עם זה הדפוסים לא הופיעו באותה שכיחות: מקצתם חזרו אצל כמה סטודנטיות ובכמה שאלות, ואחרים היו מקרים ממוקדים או מקרי גבול המחדדים את משמעות השימוש הביקורתי בבינה המלאכותית.

הממצאים מאורגנים בקטגוריות הניתוח שהוצגו בפרק המתודולוגיה: נקודת מוצא עצמאית ובעלות על מהלך הפתרון, הבהרה מושגית, בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי, הנמקה ובדיקת תקפות מתמטית, אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית ושינוי במהלך העבודה וברפלקציה. קטגוריות אלו אינן מוצגות ממצאים נפרדים, אלא משמשות עדשות לניתוח הדפוסים שעלו מהנתונים.

בפרק זה יוצגו תחילה הדפוסים העיקריים שעלו בניתוח, בצירוף היקף הופעתם בקרב המשתתפות. לאחר מכן יידונו בהרחבה שני ממצאים עיקריים: זיהוי הנחות גאומטריות סמויות בשאלה על זווית בין ישר למישור, ובעיקר בשאלת בסיס הפירמידה; ומעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית בשאלה על מרחק בין ישרים מצטלבים. לבסוף יוצג מקרה משלים, המחדד את אוריינות הבינה המלאכותית באמצעות בחינה ביקורתית של מידת ההתאמה של הקלט והפלט לבעיה המתמטית המקורית.

טבלה 2: הממצאים העיקריים, קטגוריות הניתוח והקשר לכשירות מתמטית ולאוריינות בינה מלאכותית

דפוס עיקרי	ביטוי בנתונים	קטגוריות ניתוח עיקריות	קשר לכשירות מתמטית ולאוריינות בינה מלאכותית	היקף הופעה בקרב המשתתפות
בירור הנחת הבסיס וההיטל בשאלת הזווית בין ישר למישור	סטודנטיות עצרו את מהלך הפתרון כדי לברר כיצד שילוב הנתון על שוויון צלעות הבסיס עם היות הפירמידה ישרה מאפשר להצדיק שהבסיס הוא ריבוע, וכן מהו ההיטל המתאים ומדוע הזווית נמדדת לעומתו	נקודת מוצא עצמאית; הבהרה מושגית; הנמקה ובדיקת תקפות מתמטית; בקרה על תשובת הבינה המלאכותית	בדיקת הנחות, קישור בין נתוני השאלה למבנה גאומטרי, וראייה בתשובת הבינה המלאכותית טענה שיש להצדיקה ואינה נחשבת מובנת מאליה	זוהה אצל 6 מתוך 16 סטודנטיות
בירור זווית בין ישרים מצטלבים והצדקת הזווה מקבילה	סטודנטיות שאלו כיצד מוגדרת זווית בין ישרים שאינם נחתכים, מדוע מותר להחליף ישר בישר מקביל, וכיצד יודעים שהזווית שנבנתה אכן מייצגת את הזווית המבוקשת	הבהרה מושגית; בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי; הנמקה ובדיקה של תקפות מתמטית	מעבר מהתבוננות בשרטוט להגדרה מתמטית, בחירת ייצוג מתאים ובדיקת החוקיות של מהלך העזר	זוהה אצל 7 מתוך 16 סטודנטיות
מעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה באמצעות אנך משותף ומינימליות	סטודנטיות זיהו בשרטוט קטע שנראה מתאים למרחק, אך ביקשו להבין מדוע הוא אכן המרחק, האם הוא מאונך לשני הישרים, והאם ייתכן קטע קצר יותר	בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי; הנמקה ובדיקה של תקפות מתמטית; שינוי במהלך העבודה וברפלקציה	מעבר מהתרשמות חזותית להגדרה מתמטית של מרחק בין ישרים מצטלבים, זיהוי אנך משותף ובדיקת מינימליות	זוהה אצל 10 מתוך 16 סטודנטיות
בקרה ביקורתית על תשובת הבינה המלאכותית	סטודנטיות הסתייגו מתשובה מהירה או חלקית, ביקשו נימוק נוסף, תיקנו את הבינה או בדקו האם ההסבר מניח הנחות שלא נאמרו בשאלה	אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית; הנמקה ובדיקה של תקפות מתמטית	בקרה על אמינות הפלט, שלמות ההסבר והתאמתו לבעיה המקורית; שימוש בבינה מלאכותית לצורך משאב לבדיקה ולא סמכות סופית	זוהה אצל 6 מתוך 16 סטודנטיות
הכללה ובדיקה של גבולות תקפות	סטודנטיות שאלו מה היה משתנה בעניין של פירמידה שאינה ישרה, תיבה במקום קובייה, קוביות אחרות, או ישרים אחרים	הנמקה ובדיקה של תקפות מתמטית; בקרה על הנחות; אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית	בדיקת התנאים שבהם הפתרון תקף, והבחנה בין פתרון הנשען על מבנה גאומטרי מסוים ובין פתרון כללי יותר	זוהה אצל 5 מתוך 16 סטודנטיות
שינוי מוצהר בין נקודת המוצא לבין הרפלקציה	סטודנטיות תיארו ברפלקציה שינוי בהבנה, באיכות ההצדקה או בביטחון שלהן; בכמה פעמים ההשערה אוששה ובאחרים הופרכה	שינוי במהלך העבודה וברפלקציה; בקרה עצמית; הטמעת רעיון מן הדיאלוג	מאפשר לזהות לא רק את התשובה הסופית, אלא את המעבר בין השערה ראשונית לניסוח מנומק יותר של הידע המתמטי	זוהה אצל 6 מתוך 16 סטודנטיות
מקרה משלים: התאמה של הבעיה הפנייה לבינה המלאכותית ותשובתה	אצל פרומה שינוי קטן בסימון גרם לבינה המלאכותית לענות על שאלה אחרת מזו שהופיעה בבעיה המקורית	אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית; בקרה על ניסוח הפנייה; בדיקת התאמה לבעיה המקורית	מחדד כי באוריינות בינה מלאכותית אין רק בדיקת הפלט, אלא גם בקרה על הקלט: האם השאלה שנשלחה לבינה אכן מייצגת את הבעיה המתמטית המקורית	מקרה משלים אחד



כפי שעולה מטבלה 2, התפלגות הדפוסים העיקריים בין שלוש הבעיות אינה אחידה, ודפוסים אלה משקפים מוקדים מגוונים של התמודדות מתמטית ושימוש בבינה מלאכותית. הדפוס השכיח ביותר היה המעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית בשאלת המרחק בין ישרים מצטלבים, שזוהה אצל 10 מתוך 16 סטודנטיות. דפוסים אחרים, כגון בירור זווית בין ישרים מצטלבים והצדקת הזווית מקבילה, בירור הנחת הבסיס וההיטל ובקרה ביקורתית על תשובת הבינה, הופיעו אצל כמה מהמשתתפות והעידו על שימוש בבינה מלאכותית לצורך הבהרה, הצדקה ובדיקת תקפות. לפיכך הטבלה אינה מציגה שכיחויות המשמשת בסיס להכללה סטטיסטית, אלא מסייעת להבחין בין דפוסים חוזרים בנתונים ובין מקרה גבול יחיד, המחדד היבט מסוים של אוריינות בינה מלאכותית. כאן הדפוסים המוצגים בטבלה משקפים את הקשר בין כשירות מתמטית – הבנה מושגית, בחירת ייצוג והנמקה – לאוריינות בינה מלאכותית ביקורתית, הכוללת בדיקת הפלט, בדיקת ההנחות ובקרה על התאמת התשובה לבעיה המקורית.

דפוסים רוחביים: נקודת מוצא, שאלות הצדקה ובקרה

ההנחה לנסח נקודת מוצא לפני הפנייה לבינה מלאכותית יצרה בסיס חשוב לניתוח, משום שאפשרה לזהות מה הסטודנטית מביאה אל הבעיה: השערה, אינטואיציה, קושי או איודאות. מתוך כך נשמרה עמדת הסטודנטית בתפקיד פותרת הבעיה, ולא מי שמתחילה את התהליך בקבלת פתרון מוכן.

בשלוש השאלות הופיע דפוס זה בדרכים מגוונות. בשאלה 1 שעסקה בזווית בין ישר למישור, רבות מן הסטודנטיות זיהו בתחילה שהבעיה היא שאלה מוכרת, אך במהלך העבודה עלו שאלות שנגעו למהותם של מונחים ומהלכים שגריים, כגון היטל, זיהוי ההיטל והקשר בין ההיטל לזווית המבוקשת. בשאלה 2 שעסקה בזווית בין ישרים מצטלבים, הקושי הופיע בעיקר בעצם ההגדרה של זווית בין ישרים שאינם נחתכים ואינם נמצאים באותו מישור. בשאלה 3 שעסקה במרחק בין ישרים מצטלבים, כמה סטודנטיות התחילו מהשערה חזותית על הקטע המייצג את המרחק, אך ציינו שעדיין אינן יודעות להצדיק את בחירתן.

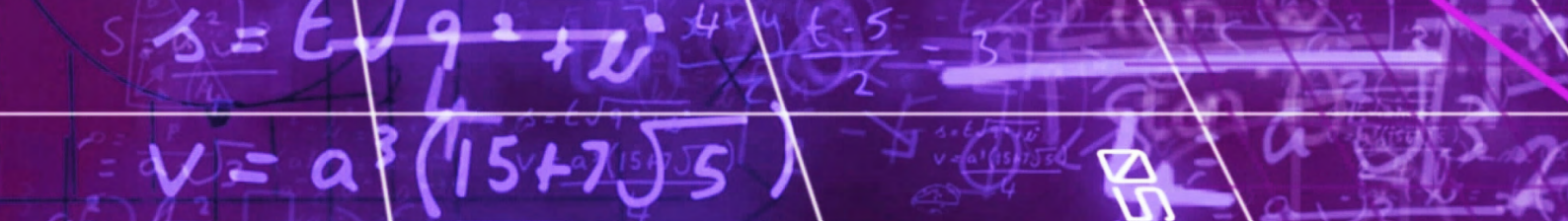
כך, למשל, חוה כתבה על שאלה 3: "במבט ראשוני ההשערה שלי היא שהמרחק הוא כי כביכול הישרים מקבילים, אבל אני לא יודעת בדיוק איך להוכיח את זה". ניסוח זה מלמד על כשירות מתמטית ראשונית: זיהוי כיוון אפשרי לצד ההבנה שאין די באינטואיציה בלי הוכחה.

גם שאלות ההמשך שהופנו לבינה מלאכותית מלמדות על מעבר מקבלת תשובה לבחינת תנאי התקפות של המהלך. בשאלה 1, למשל, גיטה שאלה: "מדוע הזווית בין הישר למישור היא דווקא הזווית עם ההיטל?" נעה כתבה: "עדיין לא הבנתי למה OC הוא ההיטל". שירה ניסחה את השאלה בדיוק רב: "למה ההיטל של המקצוע SC על בסיס הפירמידה הוא דווקא הקטע OC ? מהי ההצדקה הגאומטרית של זה בתוך פירמידה ישרה?" בשאלה 2 הופיע דפוס דומה בנושא ההזווית המקבילה של ישרים מצטלבים. טלי שאלה: "אבל למה מותר בכלל לעשות הזווית מקבילה?" וגיטה שאלה: "למה הזווית מקבילה לא משנה את הזווית?".

שאלות אלה אינן מכוונות רק לתוצאה הסופית, אלא לתנאים המאפשרים את הפתרון: מהו ההיטל המתאים, מדוע מותר להשתמש בישר מקביל וכיצד יודעים שמהלך מסוים אכן שומר על משמעות השאלה המקורית. לפיכך ההנחות לשימוש בבינה מלאכותית כיוונו את הסטודנטיות לעבור מנוהל לבירור מושגי, מעשיית מהלך לבדיקת תקפותו ומהסתמכות על ייצוג חזותי לדרישה להנמקה.

זיהוי הנחה גאומטרית סמויה: האם בסיס הפירמידה הוא ריבוע?

אחד הממצאים הבולטים בניתוח שאלה 1 נוגע לאופן שהסטודנטיות בחנו את הנתון "פירמידה מרובעת ישרה שצלע הבסיס שלה שווה ל- a ". בחלק מן העבודות הופיע מעבר ישיר לחישוב הזווית: הסטודנטיות קיבלו כמובן מאליו שהבסיס הוא ריבוע, בחרו את המשולש המתאים והמשיכו לפתרון טריגונומטרי. ואולם אצל כמה מהסטודנטיות הופיעה עצירה מהותית דווקא בנקודה זו. הן זיהו כי הפתרון המקובל נשען על הנחה שיש לברר אותה: האם מן הנתונים אכן נובע שבסיס הפירמידה הוא ריבוע? עצירה זו בולטת בייחוד בעבודתה של יסכה, שכתבה: "נתקעתי בשאלה: האם בסיס הפירמידה הוא ריבוע?" בהמשך הסבירה כי כדי לפתור את השאלה עליה לדעת האם בסיס הפירמידה הוא ריבוע, ולכן פנתה לבינה מלאכותית בשאלה ממוקדת וביקשה שלא לפתור את כל השאלה, אלא לבחון רק נקודה זו. הדוגמה ממחישה כי השימוש בבינה מלאכותית לא החליף את מהלך הפתרון, אלא שימש לבירור נקודת קושי שהסטודנטית עצמה זיהתה. בהמשך הפתרון שילבה הסטודנטית את בירור צורת הבסיס במהלך החישוב, באופן המעיד כי הדיאלוג עם הבינה מלאכותית לא נשאר חיצוני לפתרון, אלא שימש לביסוס אחד התנאים שנשען עליהם הפתרון. לכן השאלה "האם הבסיס הוא ריבוע?" אינה שאלה צדדית או טכנית, אלא בדיקת תקפות של דרך הפתרון כולה.



ממצא זה מעיד על מעבר מן השאלה "איך מחשבים את הזווית?" אל השאלה "על אילו הנחות גאומטריות החישוב נשען?". הקושי העיקרי כאן אינו נעוץ בחישוב הטריגונומטרי עצמו, אלא בזיהוי התנאים שמאפשרים אותו: צורת הבסיס, ההיטל והמשולש המתאים. הסטודנטיות שעצרו בנקודה זו לא הסתפקו בהפעלת הליך מוכר, אלא בחנו את תנאי האפשרות שלה. מתוך כך מיושמות הבנה מושגית, בחירת ייצוג מתאים והנמקה בעניין תקפות המהלך.

עוד היבט של הממצא נוגע לאופן שהסטודנטיות בחנו את התשובות של הבינה המלאכותית. יש שהבינה המלאכותית ענתה בביטחון שהבסיס הוא ריבוע, ולעיתים ביססה זאת על ניסוח כללי כגון "פירמידה מרובעת ישרה". ואולם כמה מהסטודנטיות לא ראו בקביעה זו סמכות סופית. למשל רחל ציינה כי יש לבדוק מחדש את תשובת הבינה המלאכותית משום שהבינה המלאכותית הניחה אוטומטית כי מן הנתון "פירמידה מרובעת ישרה" נובע שהבסיס הוא ריבוע, אך טענה זו דרשה הסבר מעמיק יותר.

לפיכך ניכר שילוב של כשירות מתמטית עם אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית: מצד אחד הסטודנטיות בדקו הנחות גאומטריות וקישרו בין נתוני השאלה לייצוג המרחבי; מצד אחר הן ראו בתשובת הבינה המלאכותית טענה שיש לבדוק אותה ולא סמכות סופית. במונחי קטגוריות הניתוח, ממצא זה מבטא שילוב של נקודת מוצא עצמאית ובעלות על מהלך הפתרון, הבהרה מושגית, הנמקה ובדיקת תקפות ואוריינות בינה מלאכותית ביקורתית. מתוך כך הוא מדגים כיצד שימוש מודרך בבינה מלאכותית עשוי להפוך נקודת איזודאות מתמטית להזדמנות לבירור, להנמקה ולבקרה.

מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית: מרחק בין ישרים מצטלבים

עוד ממצא עיקרי עלה בניתוח ההתמודדות עם שאלה 3, שעסקה במרחק בין ישרים מצטלבים. בשל המבנה הסימטרי והמוכר של הקובייה, כמה מהסטודנטיות זיהו בשרטוט קטע שנראה מתאים לתפקיד המרחק, אך עדיין לא ידעו להצדיק מדוע הוא אכן המרחק. מתוך כך נחשף הפער בין אינטואיציה חזותית ובין הצדקה מתמטית פורמלית. פער זה תואם את הספרות על חשיבה מרחבית בגאומטריה, המדגישה כי פתרון בעיות בהנדסת המרחב מחייב שילוב של ויזואליזציה עם פירוש של ייצוג דו־ממדי ועם ניתוח פורמלי של היחסים הגאומטריים בגוף התלת־ממדי (Battista, 2007; Fujita et al., 2020).

כך, למשל, כתבה חוה: "במבט ראשוני ההשערה שלי היא שהמרחק הוא a כי כביכול הישרים מקבילים, אבל אני לא יודעת בדיוק איך להוכיח את זה". ניסוח זה מלמד על כשירות מתמטית ראשונית: זיהוי כיוון אפשרי לפתרון לצד ההכרה שאין די באינטואיציה בלי הוכחה. כאן נקודת המוצא העצמאית חשפה את תחילת הדרישה הקוגניטיבית של המשימה: המעבר מן השאלה "איזה קטע נראה מתאים?" אל השאלה "מדוע קטע זה אכן מייצג את המרחק?".

הדיאלוג עם בינה מלאכותית שימש בפעמים אלה לבירור התנאי המתמטי הנדרש. לא די לבחור קטע שנראה מתאים בשרטוט, אלא יש להראות שהוא מאונך לשני הישרים ולכן הוא האנך המשותף. אצל שירה הדבר הופיע בניסוח הכללי: "כדי למצוא מרחק בין שני ישרים צריך למצוא ישר שאנך לשניהם". כלומר השימוש בבינה מלאכותית סייע להעביר את מוקד ההתמודדות מן הזיהוי החזותי אל בדיקת תנאים מתמטיים.

ממצא זה מדגים כי הקושי העיקרי בשאלה לא היה חישובי, אלא מושגי והצדקתי. עצם ההגעה לתשובה a לא בהכרח מבטא פתרון מלא, אלא הפתרון נעשה מתמטי רק כאשר הסטודנטית מסוגלת להסביר מדוע הקטע שנבחר מאונך לשני הישרים ומדוע מכאן נובע שהוא מייצג את המרחק ביניהם. מתוך כך ניכרת כשירות אסטרטגית של בחירת קטע מתאים וייצוג הסיטואציה המרחבית וחשיבה אדפטיבית, כלומר הצדקת תקפות הבחירה.

בד בבד כמה מהסטודנטיות הפעילו בקרה על התשובות שקיבלו מן הבינה המלאכותית. גיטה שאלה: "זו נשמעת תשובה פשוטה מדי. למה זה באמת המרחק?" ובהמשך הוסיפה: "אם אנך משותף נראה לי ברור בשרטוט, האם מספיק לומר את זה?" פרידה כתבה: "קשה לי לדמיין האם קיים קו 'אלכסוני' יותר שיהיה קצר יותר מהצלע a ". שאלות אלה מראות כי הסטודנטיות לא הסתפקו בקבלת התשובה, אלא ביקשו לבדוק את תקפותה בהגדרה ובדרישת המינימליות.

הרפלקציות חזקו ממצא זה והראו כי אצל כמה מהסטודנטיות התנהל שינוי במהלך העבודה. אצל שלומית הופיע שינוי מסוג אחד – הפרכת השערה ראשונית: "ההשערה שלי לגמרי הופרכה". אצל יסכה הופיע שינוי מסוג אחר: ההשערה הראשונית אוששה, אך השתנתה איכות ההצדקה. היא תיארה שנקודת המוצא שלה "אינטואיטיבית וללא כלל ברור", ולאחר הדיאלוג כתבה ש"הפעם הבנתי למה זה כך ומהו הכלל". כלומר השינוי לא בהכרח היה בתשובה הסופית, אלא במעמד המתמטי שלה: מהשערה חזותית לא מנומקת אל טענה הנשענת על כלל והצדקה.

לכן בשאלה 3 לא ניכרה רק הגעה לתשובה נכונה, אלא מעבר מאינטואיציה מרחבית אל הנמקה מתמטית מבוקרת. הסטודנטיות למדו כי בבעיות בהנדסת המרחב אי אפשר להסתפק במה שנראה נכון בשרטוט, גם כאשר השרטוט משכנע



מאוד; יש לזהות את התנאים המגדירים את האובייקט המתמטי ולבדוק שהקטע שנבחר אכן מקיים אותם.

לפיכך ממצא זה מדגים את תרומת ההנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית: נקודת המוצא העצמאית אפשרה לזהות את האינטואיציה הראשונית; שאלות ההבנה, ההצדקה והבדיקה כיוונו לבירור התנאים המתמטיים; והרפלקציה אפשרה לראות האם היה שינוי בהבנה. כאן תרומת הבינה המלאכותית לא הייתה שסיפקה את התשובה, אלא שבתוך מבנה מונחה היא שימשה מרחב לבירור, להנמקה ולבדיקה. במונחי קטגוריות הניתוח, ממצא זה מדגים בעיקר בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי מתאים, הנמקה ובדיקת תקפות ושינוי בהבנה וברפלקציה.

לצד שני הממצאים העיקריים שתוארו לעיל, עלה מן הנתונים עוד עניין המדגים היבט אחר של אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית: לא רק בדיקת נכונות התשובה, אלא בדיקת התאמתה לשאלה שנשאלה ולבעיה המתמטית המקורית.

אוריינות בינה מלאכותית המשמשת לבדיקת התאמה של הבעיה, הפנייה והתשובה

ממצא שלישי, ממוקד אך בעל חשיבות אנליטית, עוסק באוריינות בינה מלאכותית המתבטאת ביכולת לבחון את ההתאמה בין דרישות הבעיה המתמטית, דרך ניסוח הפנייה לבינה המלאכותית ואיכות התשובה שהתקבלה ממנה. אף שממצא זה נשען על בעיה יחידה, הוא חושף ממד חשוב של שימוש ביקורתי בבינה מלאכותית: הצורך לבדוק לא רק את נכונות הפלט, אלא גם את התאמתו לשאלה שנדרשה להיפתר.

הבעיה הופיעה בעבודתה של פרומה בשאלה 2. בנקודת המוצא העצמאית שלה זיהתה פרומה קושי מתמטי ממשי: הישרים AC ו-A'B' אינם נחתכים, הם נמצאים "בקומות שונות" ואינם מקבילים זה לזה, ולכן יש לברר כיצד אפשר להגדיר ולמצוא את הזווית ביניהם. אולם כאשר ניסחה את שאלתה לבינה מלאכותית, היא כתבה בטעות את הישר B'A' במקום A'B'. תשובתה של הבינה המלאכותית הייתה כי הישרים נחתכים משום שיש להם נקודה משותפת A. כלומר הבינה המלאכותית סיפקה תשובה מנומקת ומשכנעת לשאלה שקיבלה אך לא לשאלה המתמטית המקורית. בשל תשובה זו כתבה פרומה ברפלקציה כי "ההשערה שלי הייתה לא נכונה", והסבירה כי הבינה ששני הישרים יוצאים מאותה נקודה ולכן הם יוצרים זווית של משולש. דוגמה זה מדגימה כי לא די ברפלקציה על שינוי בהבנה כשהיא לעצמה כדי להעיד על למידה מתמטית תקפה, אלא יש לבחון את הקשר של נקודת המוצא, ניסוח השאלה לבינה מלאכותית, תשובת הבינה המלאכותית והרפלקציה הסופית. כאן השינוי שדווח ברפלקציה נבע ככל הנראה מטעות בניסוח הפנייה לבינה מלאכותית, ולא מבירור תקף של הבעיה המקורית.

אירוע זה מרחיב את הבנתה של אוריינות בינה מלאכותית מתמטית, ומדגיש כי היא אינה מצטמצמת לזיהוי טעויות בתשובת הכלי. כאן הבעיה אינה שהבינה המלאכותית "טעתה" במובן הפשוט, אלא שהיא סיפקה פתרון לשאלה אחרת מזו שהייתה אמורה להישאל. לפיכך באוריינות בינה מלאכותית מתמטית אין רק ביקורת על הפלט, אלא גם בקרה על ניסוח הקלט, בחינת ההתאמה בין התשובה לבעיה המקורית והבנה מושכלת של האופן שהסטודנטית מפרשת את התשובה ומשלבת אותה במהלך הפתרון. במונחי קטגוריות הניתוח, האירוע מדגים אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית, בקרה על ניסוח הפנייה, בדיקת התאמה לבעיה המקורית ושימור אחריותה של הסטודנטית למהלך הפתרון.

סיכום הממצאים

לסיכום, מהממצאים עולה כי השימוש המודרך בבינה מלאכותית באירוע לעיל תמך בהתמודדות של הסטודנטיות עם הבעיות בשלוש דרכים עיקריות. ראשית, הדרישה לנקודת מוצא עצמאית אפשרה לזהות את האינטואיציה הראשונית של הסטודנטיות, את הקושי או ההשערה שנכנסו עימה לתהליך ולעקוב אחר התפתחות הבנתן בעבודה. שנית, ההנחיות לשאלות הבנה, הצדקה ובדיקה זימנו פרקטיקות של כשירות מתמטית, ובהן בירור מושגי, בחירת ייצוג, הנמקה ובדיקת תקפות. שלישית, העבודה עם בינה מלאכותית זימנה פרקטיקות של אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית, כגון ניסוח שאלות ממוקדות, בקשת נימוק, הסתייגות מתשובות חלקיות ובדיקת התאמת התשובה לשאלה המתמטית המקורית.

כאן תרומת המטלה אינה נעוצה בטענה שהבינה מלאכותית סיפקה פתרונות, אלא בטענה שההנחיות יצרו תנאים שבהם הסטודנטיות השתמשו בה לצורך בירור, הנמקה ובקרה. שני הממצאים העיקריים – זיהוי ההנחה הגאומטרית בשאלת הפירמידה והמעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית בשאלת המרחק בין ישרים מצטלבים – מדגימים כי אוריינות בינה מלאכותית בלמידת מתמטיקה נשענת על כשירות מתמטית, ולפעמים אף מחדדת את הצורך בה. מהממצא השלישי שעסק בהתאמה של הבעיה, הפנייה לבינה מלאכותית והתשובה, עולה כי שימוש ביקורתי בבינה מלאכותית מחייב לא רק לבדוק את הפלט, אלא גם לבקר את ניסוח הקלט ולהתאים את הדיאלוג עם הכלי לבעיה המקורית.

דיון

במחקר זה נבדק כיצד הנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית מעצבות את דרכי ההתמודדות של סטודנטיות להוראת מתמטיקה עם בעיות בהנדסת המרחב בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה. מתוך כך נבחנו שני היבטים המשלימים זה את זה: האופן שהסטודנטיות השתמשו בבינה מלאכותית בעת פתרון הבעיות והפרקטיקות של כשירות מתמטית ואוריינות בינה מלאכותית שניכרו בתוצרי העבודה וברפלקציות. ממצאי המחקר עולה כי כאן תרומתה של בינה מלאכותית ללמידה מתמטית אינה נעוצה בעצם זמינותו של הכלי או ביכולתו לספק תשובות, אלא באופן שהשימוש בו מאורגן פדגוגית. כאשר הפנייה לבינה מלאכותית נעשית לאחר ניסיון עצמאי ראשוני, מתוך קושי מוגדר, בקשת הבהרה, דרישה לנימוק או בדיקת תקפות, היא עשויה לתמוך בהתמודדות מתמטית פעילה במקום להחליף אותה. התמודדות זו מיושמת בקטגוריות הניתוח העיקריות: שימור העמדה הפעילה של הסטודנטית בתפקיד פותרת הבעיה, הבהרה מושגית, בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי, הנמקה ובדיקת תקפות, אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית ושינוי בהבנה.

ממצא זה חוזר אל המתח שהוצג במבוא בין הבינה מלאכותית המשמשת משאב מהותי ללמידה ובין החשש שהיא תרוקן מתוכן תהליכים של פתרון עצמאי. ממצאי המחקר עולה כי מתח זה אינו מוכרע בעצם השימוש בבינה מלאכותית, אלא באופי האינטראקציה עימה. אותו כלי עצמו יכול לשמש מקור לפתרון מוכן, אך גם מרחב לבירור מושגי, לבדיקת הנחות, לבחינת ייצוגים ולהעמקת ההנמקה.

שימוש מודרך בבינה מלאכותית ושימור הדרישה הקוגניטיבית של המשימה

מהממצאים עולה כי כאן ההנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית סייעו לשמר היבטים של הדרישה הקוגניטיבית של המשימות. טענה זו נשענת לא רק על דוגמאות איכותניות, אלא גם על הבדיקה התיאורית של הדפוסים העיקריים שהוצגה בטבלה 2. כך, למשל, בירור זווית בין ישרים מצטלבים והצדקת הזווה מקבילה זוהו אצל 7 מתוך 16 סטודנטיות, מעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית זוהו אצל 10 מתוך 16 סטודנטיות, ובקרה ביקורתית על תשובת הבינה המלאכותית זוהתה אצל 6 מתוך 16 סטודנטיות. נתונים אלה אינם מיועדים להכללה סטטיסטית, אך הם מחזקים את הטענה כי הדוגמאות שנדונו אינן מבודדות בלבד, אלא חלק מן הדפוסים חוזרים בנתונים. ממצא זה עולה בקנה אחד עם מסגרת משימות מתמטיות, שלפיה רמת הדרישה הקוגניטיבית של משימה אינה נקבעת רק על פי נוסח המשימה, אלא גם על פי דרך יישומה בפועל ועל פי סוג הפעילות המתמטית שהלומדים מפעילים במהלכה (Stein et al., 1996). במטלה שנחקרה, שלוש הבעיות יכלו להפוך לתרגילים טכניים אילו הסטודנטיות היו מבקשות מן הבינה המלאכותית פתרון מלא ומאמצות אותו בלי עיבוד נוסף. אולם המבנה הפדגוגי של המטלה – נקודת מוצא עצמאית, דיאלוג מונחה, פתרון סופי ורפלקציה – יצר תנאים שבהם הסטודנטיות נדרשו להישאר פעילות בתהליך הפתרון. הדבר בלט בפעמים שהסטודנטיות לא הסתפקו בשאלה "מה התשובה?", אלא ניסחו שאלות כגון "מדוע?", "איך יודעים?", "האם מותר?", או "איך אפשר לבדוק?". שאלות אלה משקפות את קטגוריות ההנמקה ובדיקת התקפות, ההבהרה המושגית ונקודת המוצא העצמאית ובעלות על מהלך הפתרון, משום שהן מעבירות את מוקד העבודה מהפעלה של נוהל אל בחינת תנאי התקפות שלו. לפיכך בשאלה על הזווית בין המקצוע הצדדי למישור הבסיס, הקושי לא היה רק לחשב זווית באמצעות טריגונומטריה, אלא לברר מהו ההיטל, איזה משולש מתאים לחישוב, והאם אפשר ללמוד מן הנתונים שהבסיס הוא ריבוע. בשאלה על מרחק בין ישרים מצטלבים, האתגר לא היה רק לזהות את הקטע המתאים בשרטוט, אלא להצדיק שהוא מאונך לשני הישרים ולכן מייצג את המרחק ביניהם. כאן השימוש המודרך בבינה מלאכותית דווקא הוריד את רמת הדרישה הקוגניטיבית של המשימה, ולפעמים הוא חשף אותה. הדוגמה של בירור מהי צורת בסיס הפירמידה ממחישה זאת היטב: נתון שנראה לכאורה שגרת הפך לנושא של חקירה מתמטית. הסטודנטיות שזיהו את ההנחה הסמויה לא הסתפקו בהפעלת דרך פתרון מוכרת, אלא בדקו על אילו תנאים היא נשענת.

אוריינות בינה מלאכותית הנשענת על כשירות מתמטית

ממצאי המחקר עולה כי שימוש מודרך בבינה מלאכותית יכול לזמן ביטויים מגוונים של כשירות מתמטית. לפיכך מוצעת הרחבה יישומית של תפיסת הכשירות המתמטית של המועצה הלאומית למחקר (National Research Council, 2001) משום שהם מראים כיצד רכיבי הכשירות עשויים להתבטא גם באינטראקציה עם מערכת בינה מלאכותית, ולא רק בפתרון עצמאי בלי כלי דיגיטלי. עם זה אין הכוונה לטעון כי אוריינות בינה מלאכותית היא רכיב של הכשירות המתמטית בכלליות. מהממצאים עולה כי בפתרון בעיות בהנדסת המרחב באמצעות שימוש מודרך בבינה מלאכותית, אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית נשענה על רכיבים של כשירות מתמטית. קשר זה בלט בייחוד בשלושה רכיבים: הבנה מושגית, כשירות אסטרטגית וחשיבה אדפטיבית. היכולת להעריך את תשובת הכלי, לבדוק את התאמתה לנתוני הבעיה ולדרוש נימוק תקף הייתה כרוכה בהבנת המושגים המתמטיים, בבחירת ייצוג או אסטרטגיית פתרון מתאימה ובבחינת תקפות המהלך.



הבנה מושגית הופיעה כאשר הסטודנטיות ביקשו לברר מושגים, כגון היטל, זווית בין ישר למישור, זווית בין ישרים מצטלבים או מרחק בין ישרים מצטלבים; כשירות אסטרטגית ניכרת בבחירת ייצוג מתאים, בבחירת המשולש שבו תחושב הזווית, בהעברת ישר מקביל לצורך חישוב זווית בין ישרים מצטלבים או בחיפוש אחר אנך משותף. כמו כן חשיבה אדפטיבית הופיעה בבקשות להצדקה, בבדיקת תקפות של מהלך, בערעור על תשובת הבינה המלאכותית ובניסיון לברר האם פתרון מסוים נכון תמיד או רק באירוע נתון. לעומת זאת שטף פרוצדורלי שימש בעיקר רכיב משלים כאשר הסטודנטיות יישמו חישובים טריגונומטריים או גאומטריים לאחר בירור הייצוג המתאים. נטייה פרודוקטיבית ממומשת בעקיפין, בנכונות להתעכב על קושי, להטיל ספק בתשובה ראשונית ולחזור אל ההגדרה או אל הנתונים במקום להסתפק בפתרון מוכן. הבחנה זו מחדדת כי במחקר זה אוריינות בינה מלאכותית מתמטית נשענה בראש ובראשונה על שיקול דעת מושגי, אסטרטגי והצדקתי, ולא על מיומנות טכנית של הפעלת הכלי בלבד.

עם זה תרומה זו לא הופיעה בכל אינטראקצייה באותה מידה. האינטראקצייה תמכה בכשירות מתמטית בעיקר כאשר הסטודנטיות היו אחראיות לפתרון: כאשר הן פנו לבינה מלאכותית מתוך נקודת מוצא משלהן, הן ביקשו הסבר ולא רק תשובה, או בדקו את תקפות הפלט שקיבלו. לעומת זאת בפעמים שקיבלו את תשובת הבינה מלאכותית בלי בירור נוסף, התרומה המתמטית של הדיאלוג הייתה מוגבלת יותר. מכאן שהשאלה אינה האם בינה מלאכותית "מפתח כשירות מתמטית" בכלליות, אלא באילו תנאים פדגוגיים הוא עשוי לתמוך בה.

אחד הממצאים החשובים במחקר הוא שאוריינות הבינה המלאכותית שמיושמת בתוצרים לא הייתה אוריינות טכנית בלבד. הסטודנטיות לא נדרשו רק לדעת כיצד לנסח פנייה לבינה מלאכותית, אלא כיצד להעריך את תשובותיה בעניין מתמטי. ממצא זה עולה בקנה אחד עם ההגדרה של אוריינות בינה מלאכותית שהיא היכולת להבין, להעריך ולתקשר עם מערכות בינה מלאכותית במידה ביקורתית ואחראית (Long & Magerko, 2020), אך נוסף עליה ממד מתמטי מפורש: בעת פתרון בעיות, הערכת תשובת הבינה המלאכותית מחייבת בדיקה של תקפות מתמטית, התאמה לנתונים ונימוק לוגי.

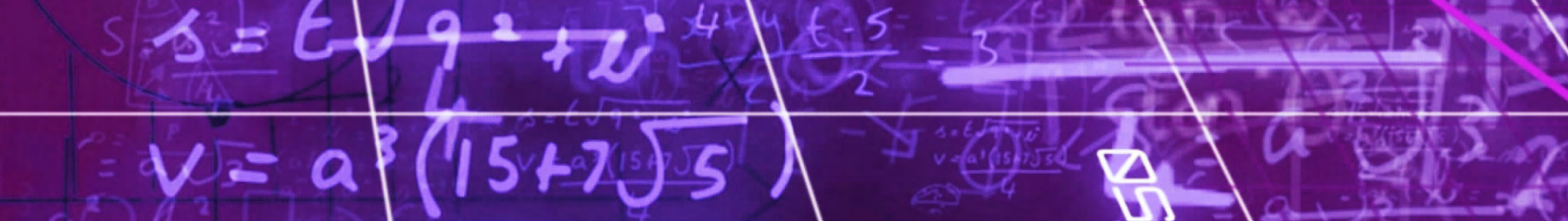
הדוגמה של בסיס הפירמידה מדגימה קשר הדוק בין אוריינות בינה מלאכותית לכשירות מתמטית. כאשר הבינה מלאכותית קובעת שהבסיס הוא ריבוע, הסטודנטית צריכה לשאול האם הטענה נובעת מהנתונים, האם ההסבר נשען על הגדרה מדויקת של פירמידה ישרה, והאם ייתכנו אירועים אחרים. שאלות אלה הן בעת ובעונה אחת שאלות של חשיבה מתמטית ושל אוריינות בינה מלאכותית. לכן שימוש ביקורתי בבינה מלאכותית אינו מחליף את הכשירות המתמטית אלא נשען עליה.

הקשר בין אוריינות בינה מלאכותית לכשירות מתמטית התחדד גם אצל פרומה. בנקודת המוצא העצמאית שלה היא זיהתה קושי מתמטי ממשי: הישרים AC ו-B' אינם נחתכים, הם נמצאים "בקומות שונות" ואינם מקבילים זה לזה, ולכן יש לברר כיצד אפשר להגדיר ולמצוא את הזווית ביניהם. אולם כאשר ניסחה את שאלתה לבינה מלאכותית, היא כתבה בטעות את הישר A'B במקום AB'. תשובתה של הבינה המלאכותית הייתה כי הישרים נחתכים משום שיש להם נקודה משותפת A. התשובה הייתה מנומקת ומשכנעת בעניין השאלה שנוסחה בפועל, אך לא בעניין הבעיה המקורית.

אירוע זה מדהדה את האזהרה מפני דיאלוג שנראה מתמטי על פני השטח אך אינו מבטיח הבנה מושגית אמיתית (Gíslason, 2026), אך מוסיף עליו עוד ממד: לא רק איכות הפלט דורשת בדיקה, אלא גם התאמת הקלט לבעיה המקורית. אצל פרומה הבינה המלאכותית לא "טעתה" במובן הפשוט, אלא היא ענתה על שאלה אחרת שהייתה אמורה להישאל. לכן אוריינות בינה מלאכותית מתמטית אינה מסתכמת בזיהוי טעות גלויה בתשובת הכלי, אלא יש בה בקרה על כל שרשרת העבודה: ניסוח השאלה, התאמת התשובה לבעיה המקורית, פרשנות הפלט ושילובו בפתרון העצמאי. כאן היא אינה נחשבת מיומנות טכנית נפרדת מן הפעילות המתמטית, אלא ביטוי עכשווי של כשירות מתמטית בסביבה שהלומדת פועלת בה עם מערכת המסוגלת לייצר תשובות משכנעות אך לא תמיד תקפות.

בין פתרון מוכן לחשיבה עצמאית: חשיבות העיצוב הפדגוגי

הממצאים מאפשרים לחזק את התרומה העיקרית של המחקר לספרות הקיימת. בסקירת הספרות הוצג החשש כי שימוש בבינה מלאכותית עלול להביא לידי הסתמכות יתר, קבלת פתרונות מוכנים והחלשת מעורבות הלומדים; לצד זה הוצג כי בינה מלאכותית יכולה לשמש משאב ללמידה, למשוב ולהעמקה. במחקר זה מוצע כי אין לראות בשתי הדרכים האלה תכונות קבועות של הכלי, אלא תוצרים של עיצוב פדגוגי. ממצא זה מתחבר להבחנה של סטויאנוב ועמיתיו (Stojanov et al., 2024) בין שימוש בבינה מלאכותית לצורך למידה פראקטיבית, בדיקה והעמקה ובין שימוש בה לצורך האצלת משימות וקבלת תוצרים מוכנים. לפיכך כאשר הסטודנטית פונה לבינה מלאכותית בלי נקודת מוצא ובלי אחריות על המשך הפתרון, הכלי עלול לשמש תחליף לחשיבה. אולם כאשר הפנייה אליו נעשית לאחר ניסיון עצמאי ומתוך דרישה מפורשת להסבר, בדיקה, השוואה או ביקורת, הוא עשוי להפוך למרחב שבו החשיבה העצמאית מתחדדת. כאן הממצא העיקרי אינו שבינה מלאכותית "עוזרת" או "מזיקה", אלא שהשפעתה תלויה באופן שהיא משולבת במבנה המשימה.



הנחיות המטלה מילאו כאן תפקיד מכריע. הדרישה לנסח נקודת מוצא לפני הפנייה לבינה מלאכותית מנעה לפעמים התחלה של התהליך מפתרון מוכן. הדרישה לנהל דיאלוג שהיו בו שאלות הבנה, הנמקה, בדיקה וביקורת, עודדה את הסטודנטיות לראות בתשובות של הבינה המלאכותית חומר לעיבוד ולא תוצר סופי. הדרישה לנסח פתרון סופי עצמאי ורפלקציה אפשרה לבחון האם רעיונות שעלו בדיאלוג הפכו לחלק מן ההבנה של הסטודנטית או נשארו העתקה חיצונית.

תרומה להכשרת מורות למתמטיקה

למחקר יש משמעות מיוחדת בעניין של הכשרת מורות למתמטיקה. המשתתפות במחקר אינן רק לומדות מתמטיקה, אלא מורות לעתיד שיידרשו להתמודד בכיתותיהן עם תלמידים המשתמשים בבינה מלאכותית. לכן ההתנסות שלהן אינה רק התנסות של לומדות בכלי חדש, אלא גם הזדמנות לפתח גישה פדגוגית כלפי שימוש אחראי בו.

מהממצאים עולה כי התנסות מודרכת בבינה מלאכותית עשויה לסייע למורות לעתיד להבין את ההבדל בין שימוש המחליף חשיבה ובין שימוש התומך בה. כאשר סטודנטית חווה בעצמה מצב שבו תשובת בינה מלאכותית נראית משכנעת אך דורשת בדיקה, או מצב שבו שאלה טובה לבינה מלאכותית מביאה לידי הבנה עמוקה יותר של מושג, היא רוכשת לא רק ידע מתמטי אלא גם רגישות פדגוגית כלפי תפקיד הכלי בתהליך הלמידה.

מכאן עולות שלוש מסקנות יישומיות להכשרת מורות למתמטיקה. ראשית, יש ללמד מורות לעתיד כיצד לבנות משימות שבהן הפנייה לבינה מלאכותית אינה נקודת הפתיחה של הפתרון, אלא שלב המגיע לאחר ניסוח השערה, קושי או ניסיון עצמאי ראשוני. שנית, יש לפתח כלים להערכת דיאלוגים עם בינה מלאכותית, שאינם מסתפקים בבדיקת נכונות התשובה הסופית, אלא בוחנים את איכות השאלות, את בקשת ההנמקה, את בדיקת התקפות ואת האופן שרעיונות מן הדיאלוג שולבו בפתרון העצמאי. שלישית, יש ללמד תלמידים לבדוק תשובות של בינה מלאכותית לשאלות מתמטיות באמצעות שאלות ביקורתיות: האם התשובה נוגעת לנתוני הבעיה המקורית? האם ההסבר מנמק את המעבר המתמטי? האם יש הנחות סמויות? והאם אפשר להצדיק את הפתרון בלא הסתמכות על סמכות הכלי בלבד?

כאן יש תרומה לדיון רחב יותר בחינוך מתמטי בעידן הבינה המלאכותית. מוצע כי הכשרת מורים אינה יכולה להסתפק באזהרה מפני שימוש לא ראוי בבינה מלאכותית, אך גם אינה יכולה להסתפק בעידוד כללי להשתמש בו. יש צורך לפתח משימות והנחיות שממקמות את הבינה המלאכותית בתוך תהליך פתרון שבו הלומד נשאר אחראי לחשיבה, להנמקה ולבדיקת התקפות.

מגבלות המחקר וכיווני המשך

למחקר זה כמה מגבלות. ראשית, הוא נעשה בקרב קבוצה קטנה יחסית של 16 סטודנטיות להוראת מתמטיקה הלומדות בקורס מסוים בהנדסת המרחב. לכן אין לראות בממצאים הכללה סטטיסטית, אלא תיאור איכותני של דפוסי התמודדות מסוימים במחקר זה. שנית, הנתונים נשענו על תוצרים כתובים שהסטודנטיות הגישו בעת המטלה, ולא על תצפית בזמן אמת במהלך העבודה או על ראיונות עומק לאחריה. לכן הם משקפים את האופן שהמשתתפות בחרו לתעד, לנסח ולהציג את תהליך העבודה שלהן, אך אינם מאפשרים לעקוב במלואו אחר כל תהליכי החשיבה, ההתלבטויות והבחירות שהתנהלו בזמן העבודה.

מגבלה אחרת היא שבמחקר לא הייתה קבוצת השוואה של סטודנטיות שפתרו אותן בעיות בלי בינה מלאכותית או בלי הנחיות לשימוש מודרך. לפיכך אי אפשר לקשר את הדפוסים שזוהו לשימוש בבינה מלאכותית בלבד או להבחין במלואם בין תרומת הכלי לתרומת מבנה המטלה וההנחיות. כמו כן המחקר התמקד באופן שהסטודנטיות השתמשו בתשובות הבינה מלאכותית, ולא בבדיקה שיטתית של איכות תשובות הבינה מלאכותית עצמן. לכן אין בממצאים הערכה כוללת של אמינות הכלי, אלא ניתוח של האופן שהמשתתפות פירשו, בדקו ושילבו את תשובותיו במהלך פתרון הבעיות. נוסף על כך במחקר הייתה התמקדות בשלוש בעיות בהנדסת המרחב, תחום שבו יש חשיבות מיוחדת לייצוגים מרחביים, להבחנה בין אינטואיציה חזותית ובין הצדקה פורמלית, ולבדיקת תקפות של בחירות גאומטריות. מחקרים עתידיים יוכלו לבחון האם דפוסים דומים מופיעים גם בתחומים מתמטיים אחרים, כגון אלגברה, אנליזה או הסתברות, וכן לבדוק כיצד תלמידי בית ספר מתמודדים עם שימוש מודרך בבינה מלאכותית.

כיוון המשך אחר הוא בחינה מפורטת יותר של סוגי ההנחיות. במחקר זה ההנחיות כללו ניסוח נקודת מוצא, שאלות הבנה, בקשת הצדקה, בדיקה, השוואה ורפלקציה. מחקרי המשך יוכלו לבדוק אילו מרכיבים בהנחיות משפיעים בייחוד על שימור הדרישה הקוגניטיבית של המשימה ועל פיתוח אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית בעניינים מתמטיים.

סיכום

במחקר זה לומדים כי שימוש בבינה מלאכותית בלמידת מתמטיקה לאו דווקא מחליף חשיבה עצמאית, אך גם אינו מבטיח למידה משמעותית מעצם קיומו. תרומת הבינה המלאכותית תלויה באופן שהיא משולבת בתוך משימה מתמטית ובמידת האחריות שהלומדת שומרת לעצמה בתהליך. כאשר השימוש בבינה מלאכותית מונחה באמצעות דרישות לנקודת מוצא עצמאית, בירור מושגי, בקשת הצדקה, בדיקת תקפות ורפלקציה, הוא עשוי לתמוך בשימור היבטים של הדרישה הקוגניטיבית של המשימה ובהפעלת פרקטיקות של כשירות מתמטית. שני הממצאים העיקריים, זיהוי ההנחה הגאומטרית הסמויה בשאלת הפירמידה והמעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית בשאלת המרחק בין ישרים מצטלבים, מדגימים כי דווקא בעבודה עם בינה מלאכותית נדרשות פעולות מתמטיות מובהקות: ניסוח מדויק, בדיקת הנחות, דרישת נימוק והכרעה עצמאית בעניין תקפות הפתרון. לפיכך תרומת המחקר היא בהצגת יכולת לעיצוב פדגוגי של שימוש מודרך בבינה מלאכותית, העשוי להפוך את הכלי ממקור לפתרון מוכן למרחב של התמודדות מתמטית פעילה. כאן אוריינות בינה מלאכותית מתמטית נשענת על רכיבים של כשירות מתמטית ומשתלבת בתהליכי פתרון בעיות, בייחוד כאשר הלומדת נדרשת לבדוק הנחות, לדרוש נימוק ולהכריע בעצמה את תקפות הפתרון.

רשימת מקורות

- Almarashdi, H. S., Jarrah, A. M., Abu Khurma, O., & Gningue, S. M. (2024). Unveiling the potential: A systematic review of ChatGPT in transforming mathematics teaching and learning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(12), Article em2555. <https://doi.org/10.29333/ejmste/15739>
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–908). Information Age Publishing
- Freeman, J. (2025). *Student generative AI survey 2025* (HEPI Policy Note 61). Higher Education Policy Institute. <https://www.hepi.ac.uk/reports/student-generative-ai-survey-2025/>
- Fujita, T., Kondo, Y., Kumakura, H., Kunimune, S., & Jones, K. (2020). Spatial reasoning skills about 2D representations of 3D geometrical shapes in grades 4 to 9. *Mathematics Education Research Journal*, 32(2), 235–255. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00335-w>
- Gíslason, I. (2026). Learning about human mathematical dialogue from dialogue with chatbots: Babbling, gargling and funnelling. *The Mathematics Enthusiast*, 23(1), 167–184. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1685>
- Long, D., & Magerko, B. (2020). What is AI literacy? Competencies and design considerations. In *Proceedings of the 2020 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems* (pp. 1–16). Association for Computing Machinery. <https://doi.org/10.1145/3313831.3376727>
- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics* (J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell, Eds.). The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/9822>
- Pepin, B., Buchholtz, N., & Salinas-Hernández, U. (2025). A scoping survey of ChatGPT in mathematics education. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 11, 9–41. <https://doi.org/10.1007/s40751-025-00172-1>
- Picton, I., & Clark, C. (2024). *Teachers' use of generative AI to support literacy in 2024*. National Literacy Trust. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED660537.pdf>
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455–488. <https://doi.org/10.3102/00028312033002455>
- Stojanov, A., Liu, Q., & Koh, J. H. L. (2024). University students' self-reported reliance on ChatGPT for learning: A latent profile analysis. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 6, Article 100243. <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2024.100243>

שיקולים מנחים בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה בתיכון בדחיית הצעות בינה מלאכותית יוצרת בדו־שיח של חיבור בעיות והאוטונומיה הפדגוגית המתפתחת

פרופ' רותי סגל



מרצה בחוג למתמטיקה באקדמית שאנן וראש החוג לחינוך מתמטי וראש התוכנית לתואר שני בהוראת מתמטיקה ומדעים בבית הספר היסודי במכללת אורנים. בעלת תואר ראשון במתמטיקה ומדעי המחשב (B.Sc.) מאוניברסיטת חיפה. תואר שני בהוראת מתמטיקה (M.Sc.) באוניברסיטה העברית, ותואר שלישי בפקולטה לחינוך מדע וטכנולוגיה (Ph.D.) בטכניון בחיפה. השתלמה בלימודי פוסט דוקטורט במוסד נאמן לחקר מדיניות בטכניון חיפה ובפקולטה לחינוך מדע וטכנולוגיה בטכניון. תחומי מחקר העיקריים: התפתחות מקצועית של סטודנטים להוראת מתמטיקה, מורים למתמטיקה ומורי מורים למתמטיקה, בין השאר גם בנושא התפתחות ידע טכנולוגי פדגוגי ומתמטי (TPACK) שלהם בשילוב טכנולוגיות מגוונות, ובייחוד בשילוב סביבות בינה מלאכותית.

פרופ' יניב ביטון



מרצה בכיר בחוג למתמטיקה באקדמית שאנן ומנהל אשכול STEM במרכז לטכנולוגיה חינוכית. חבר בוועדה לקידום איכות ההוראה והלמידה ובוועדה לשילוב בינה מלאכותית בהשכלה הגבוהה, המועצה להשכלה גבוהה (מל"ג). מחקריו מתמקדים בהערכה ובשילוב טכנולוגיה בחינוך מתמטי.

שיקולים מנחים בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה בתיכון בדחיית הצעות בינה מלאכותית יוצרת בדו־שיח של חיבור בעיות והאוטונומיה הפדגוגית המתפתחת

רותי סגל ויניב ביטון

תקציר

מחקר זה הוא חלק ממחקר רחב יותר בנושא חיבור בעיות במתמטיקה בשילוב בינה מלאכותית יוצרת (Generative AI), אך מתמקד בתופעה שטרם זכתה לעיסוק מספק בספרות – דחיית מנומקת של הצעות הבינה המלאכותית. התמקדות זו נשענת על ההנחה כי דווקא ברגעי הדחייה ולא רק בקבלה או בשימוש בהמלצות מתחדדים שיקולי הדעת המקצועיים, הידע הדידקטי והעמדות הפדגוגיות של פרחי ההוראה. לפיכך המחקר מבקש לאפיין את הדפוסים המנחים דחייה זו, ולבחון כיצד היא תורמת להתפתחות האוטונומיה הפדגוגית בעידן של שותפות עם מערכות בינה מלאכותית. משתתפי המחקר הם חמישה עשר סטודנטים הלומדים בתוכנית ייחודית להכשרת מתמטיקה בתיכון. כל אחד מהם התבקש לחבר שתי בעיות במתמטיקה ולשכלל אותן מתוך דו־שיח עם GenAI. במחקר הרחב בלט הממצא ש-11 מתוך 24 רשומות (46%) הביעו דחייה מפורשת של לפחות חלק מן ההמלצות של ה־GenAI, נתון המעיד כי אין מדובר בתגובה שולית אלא בדפוס של ממש הראוי לבחינה מעמיקה שעומדת בפני עצמה במוקד מחקר. מתוך הממצאים עולים שלושה דפוסים של שיקולים המנחים את הסטודנטים בדחיית הצעות ה־ChatGPT, ועל התרומה של הדו־שיח עם הבינה המלאכותית לבניית האוטונומיה הפדגוגית שלהם.

מילות מפתח: סטודנטים להוראת מתמטיקה; חיבור בעיות במתמטיקה; בינה מלאכותית יוצרת (GenAI); ChatGPT; אוטונומיה פדגוגית.

מבוא

בחיבור בעיות במתמטיקה יש תהליך של חיבור בעיות חדשות או חיבור בעיות שניסוחן נשען על בעיות קיימות. חיבור בעיות במתמטיקה משמש אחד מכישורי הליבה של מורים למתמטיקה (Silver & Cai, 1996), ויש בו פוטנציאל לקדם הבנה מתמטית, חשיבה ביקורתית וחיבור התלמידים לעולם האמיתי שמחוץ לכותלי הכיתה (Nedaei et al., 2021). עם זה חיבור בעיות נחשב לאחת המשימות המאתגרות ביותר בעבור מורים למתמטיקה, ובייחוד בעבור אלו הנמצאים בתהליך הכשרתם לתפקיד מורים למתמטיקה (Cai & Jiang, 2017; Mallart et al., 2018; Segal, 2025).

הופעתן של סביבות בינה מלאכותית יוצרת (GenAI) פותחות אפיקים חדשים לתמיכה בתהליך זה. כלים אלה מסוגלים לנהל דו־שיח פדגוגי, להציע רעיונות לשיפור ניסוח, להעשיר את נושא הבעיה ולספק פיגום לפתרון אתגרים מתמטיים ופדגוגיים מורכבים בעת דו־שיח מובנה ומושכל (Segal & Biton, 2024; Biton & Segal, 2025). עם זה השימוש בבינה מלאכותית יוצרת בחינוך עדיין נמצא בשלבי הראשונים, ויש צורך לעשות מחקרים המתמקדים באפיון הדו־שיח עם הבינה המלאכותית ותרומתו להתפתחות המקצועית של מורים למתמטיקה.

מאמר זה הוא חלק ממחקר רחב יותר העוסק בחיבור בעיות במתמטיקה בשילוב בינה מלאכותית, (Segal & Biton, 2024; Biton & Segal, 2025) שהתמקדו בתרומת ה־ChatGPT לתהליך של חיבור בעיות מתמטיות להתפתחות הידע הטכנולוגי, פדגוגי ותוכן (TPACK – Technological Pedagogical and Content Knowledge) של סטודנטים בהכשרה להוראת מתמטיקה בתיכון. מהממצאים של מחקרים אלה עולה כי השימוש בבינה מלאכותית חשף מורים להצעות פדגוגיות חדשות, עזר להם לשפר את ניסוח הבעיה ופיתח את החשיבה הביקורתית.

מחקר זה מתמקד בניתוח הבעיות שחיברו סטודנטים להוראת מתמטיקה בתיכון לפני ההיוועצות עם הבינה המלאכותית ולאחריה כדי לחשוף היבטים מעניינים בעניין השיקולים המנחים את המורים בדחיית הצעות ה־ChatGPT בעת דו־שיח על חיבור בעיות במתמטיקה, וכיצד דו־שיח זה תרם לפיתוח אוטונומיה פדגוגית פעילה. ממד זה המתאר דו־שיח לצורך שיתוף פעולה והתנגדות ביקורתית, משמש נקודת מבט חדשה שטרם נחקרה במאמרים הקודמים ומציעה תרומה מקורית לספרות.

סקירת ספרות

חיבור בעיות במתמטיקה – אתגרים והזדמנויות

חיבור בעיות מתמטיות נחשב תהליך של יצירת בעיות מקוריות או ניסוח מחדש של בעיות קיימות (Silver & Cai, 1996). בתהליך של ניסוח מחדש של בעיות קיימות יכולים להיות שינוי בנתונים, הוספת אילוצים, חיבור לחיי היום-יום או התאמת הבעיה לרמת הקושי ולצורכי לומדים מסוימים (Brown & Walter, 1983). חיבור בעיות נחשבת מיומנות משלימה לפתרון בעיות ועשויה לקדם את הבנת המושגים המתמטיים המשולבים בהן, הן בקרב מורים הן בקרב תלמידים (Mallart et al., 2018).

קאי ורוט (Cai & Rott, 2024) הציעו מודל לתהליך חיבור בעיות במתמטיקה שיש בו ארבעה שלבים מחזוריים:

1. אוריינטציה – הבנת הבעיה וזיהוי מה יש לשפר; 2. חיבור – פיתוח רעיונות לבעיות חדשות מתוך שינוי הקשר; 3. יצירה – ניסוח הבעיה החדשה; 4. רפלקציה – בחינה מחדש ושיפור. מודל זה שימש מסגרת מארגנת לשני המחקרים שבבסיס המאמר.

בפועל, חיבור בעיות מתמטיות מציב אתגרים של ממש לפני מורים בכלל ומורים בהכשרה בפרט. מחקרים חושפים כי קשה להם להתאים בעיות לרמת הלומד, ליצור בעיות הרלוונטיות לחיי יום-יום ולנסח בעיות ברמת מורכבות נכונה (Mallart et al., 2018; Liljedahl & Cai, 2021). כאשר טכנולוגיות דיגיטליות משולבות בתהליך, כמו תוכנות גאומטריה דינמית, נפתחות הזדמנויות חדשות, ואולם גם נוצרות דרישות ידע אחרות (Gros, 2016; Guzey & Roehrig, 2012; Segal et al., 2018; Segal, 2026).

אוטונומיה פדגוגית ודרכים לפיתוחה בקרב מורים

אוטונומיה פדגוגית היא מושג עיקרי בחקר מקצועיות המורה, והיא רכיב חשוב בתהליך ההתפתחות המקצועית של מורים (Parker, 2015). בספרות המחקר אפשר למצוא מגוון הגדרות למונח זה. בהגדרה הרחבה, אוטונומיה פדגוגית או אוטונומיה התנהגותית של מורה הנוגעת לעצמאות המקצועית של המורה, והמידה שבה הוא מסוגל לקבל החלטות עצמאיות ומושכלות ומממש את עצמאותו בתכנון ההוראה, בבחירת האסטרטגיות הדידקטיות ובהתמודדות עם אתגרים פדגוגיים הנוגעים לשאלות מה ללמד וכיצד ללמד (Pearson & Moomaw, 2005; Evers et al., 2017). בין השאר אפשר למצוא שיקול דעת של המורה בבחירת חומרי לימוד, ברצף ההוראה ובתוכנו (Evers et al., 2017).

יש קשר חיובי בין אוטונומיה פדגוגית לשביעות רצון מקצועית, מוטיבציה, תחושת מסוגלות עצמית ורווחה נפשית של מורים (Paradis et al., 2018). מלבד התועלת האישית של המורה, לאוטונומיה פדגוגית יש השפעה ניכרת על איכות תכנון ההוראה. מורה הפועל מתוך שיקול דעת עצמאי ולא ממלא הנחיות בלבד, נוטה לבנות רצפי למידה מורכבים ומתאימים יותר לצורכי תלמידיו, לאמץ אסטרטגיות הוראה מגוונות ולפתח מטלות מקוריות (Reeve, 2009). בעניין מורים למתמטיקה, בול ובס (Ball & Bass, 2003) הראו כי מורים בעלי אוטונומיה פדגוגית מפותחת מסוגלים להתאים בעיות מתמטיות לצרכים הייחודיים של כיתתם, לזהות טעויות מושגיות אצל תלמידיהם ולנקוט תגובה פדגוגית מדויקת.

אשר לסטודנטים להוראה, המחקר מראה כי חשיפה לחוויות שבהן הם נדרשים לקבל החלטות פדגוגיות עצמאיות ולא רק ליישם חומרי הוראה מוכנים, מקדמת את פיתוח הזהות המקצועית שלהם ואת תחושת המסוגלות לתכנן ולנהל הוראה (Beijaard et al., 2004; Flores & Day, 2006). נוסף על כך קים (Kim, 2024) מראה כי בשיתוף פעולה בין מורים לכלים טכנולוגיים יש יכולת לפתח את האוטונומיה שלב אחר שלב, מסלול שבו הביקורת המקצועית ושיקול הדעת הם מאפיינים של הבשלות המקצועית.

על אף חשיבותה, פיתוח אוטונומיה פדגוגית בקרב מורים בכלל ומורים למתמטיקה בפרט טומן בחובו אתגרים הן ברמת המערכת הן ברמת הפרט. ברמת המערכת, התקינה (סטנדרטיזציה) הגוברת ותוכניות הלימודים המוכתבות מלמעלה ומבחינה הישגים חיצוניים מצמצמים בפועל את מרחב שיקול הדעת של המורה, מה שמקשה על אימוץ גישות הוראת חקר המפתחות אוטונומיה (Hargreaves, 2003; Ball, 2003; Liljedahl & Cai, 2021). ברמת הפרט, מורים לפני השירות מתקשים לעיתים לממש אוטונומיה פדגוגית משום שהם טרם הספיקו לפתח ידע פדגוגי-תוכני, ולכן הם עלולים להסתמך על הנחיות חיצוניות ולוותר על שיקול הדעת העצמי שלהם (Mallart et al., 2018). קושי זה בולט בייחוד בתחומים שדורשים מומחיות, כמו חיבור בעיות, פיתוח מטלות ותכנון יחידות לימוד (Cai & Jiang, 2017).

עוד אתגר קשור לסביבות הוראה/למידה חדשות, ובכללן שילוב כלי בינה מלאכותית. במחקרים נמצא כי חשיפה לכלים מבוססי בינה מלאכותית (AI) עלולה ליצור תלות יתר (over reliance), שבה הסטודנט מאמץ המלצות בלי להפעיל



שיקול דעת ביקורתי (Chan & Hu, 2023). לכן פיתוח אוטונומיה פדגוגית בעידן הבינה המלאכותית מחייב חינוך מפורש לאוריינות בינה מלאכותית ביקורתית, המאפשר למורה להשתמש בכלי לתמיכה מחשבתית מתוך שמירה על סמכותו המקצועית (Ng et al., 2021).

בינה מלאכותית יוצרת בחינוך בכלל ובחינוך מתמטי בפרט

בינה מלאכותית יוצרת (GenAI) קשורה לאלגוריתמים של למידת מכונה המאפשרים למשתמשים ליצור תוכן חדש באמצעות שאילת שאלות (פרומפטים). מערכות אלה מסוגלות לספר מידע עובדתי, לערוך טקסטים קיימים ולנהל דו־שיח עם המשתמש (Segal & Klemer, 2025; Chan & Hu, 2023; Baidoo-Anu & Ansah, 2023), ומתוך כך הפכו לכלי נגיש ומוכר בסביבות חינוכיות רבות.

השימוש בבינה מלאכותית יוצרת בחינוך מציע יתרונות, כגון הוראה פרסונלית המותאמת אישית, תמיכה מיידית בלמידה, סיוע בכתיבה ובסיעור מוחות ולמידה אינטראקטיבית ומסתגלת (Baidoo-Anu & Ansah, 2023). מנגד ידועות גם מגבלותיו הכוללות בין השאר חוסר אינטראקצייה אנושית, טעויות בהבנת מושגים מתמטיים, חוסר יצירתיות ותלות בנתונים (Chan & Hu, 2023; Rane, 2023; Segal & Klemer, 2025).

המפתח לניצול יעיל של סביבות מבוססות בינה מלאכותית יוצרת טמון בניסיון המצטבר של השימוש בהן, ומתואר באמצעות מודל המתאר שלושה שלבים בשיתוף פעולה בין מורה לבינה מלאכותית יוצרת: מורה כמקבל פסיבי של פלטי בינה מלאכותית יוצרת, מורה כמשתמש פעיל ומורה ובינה מלאכותית יוצרת כשותפים (Kim, 2024). הניסיון המצטבר בשימוש בבינה מלאכותית יוצרת מביא לידי פיתוח אוריינות בינה מלאכותית הכוללת מיומנויות וידע הנדרשים להבנת סביבות אלו ולהערכה ביקורתית של תוצריה (Long & Magerko, 2020), ומשמש רכיב חשוב לשילוב מוצלח של שימוש בבינה מלאכותית יוצרת גם בתהליכי הוראה (Zhao et al., 2022).

בעניין הוראת מתמטיקה, בינה מלאכותית יוצרת יכולה לספק פיגום מותאם אישית, לסייע בהסברת מושגים ובהמחשתם ולתמוך בדו־שיח אינטראקטיבי על תהליכי פתרון (Biton & Segal, 2025; Biton et al., 2025; Kasneci et al., 2023; Segal, 2023; Wardat, 2023; & Klemer, 2025). עם זה איהדיוק של סביבות בינה מלאכותית יוצרת כמו ChatGPT בנושאים מסוימים, כגון טעויות שימוש בפונקציה הנגזרת, הכללה שגויה של משפט פיתגורס לכל המשולשים, שימוש לא מדויק בהגדרות של מושגים מתמטיים וכדומה, מדגיש את הצורך בחשיבה ביקורתית שבה המשתמשים חייבים לבחון כל הצעה ולהצליב אותה עם מקורות אחרים (Rane, 2023; Segal & Biton, 2024; Segal & Klemer, 2025; Wardat et al., 2023).

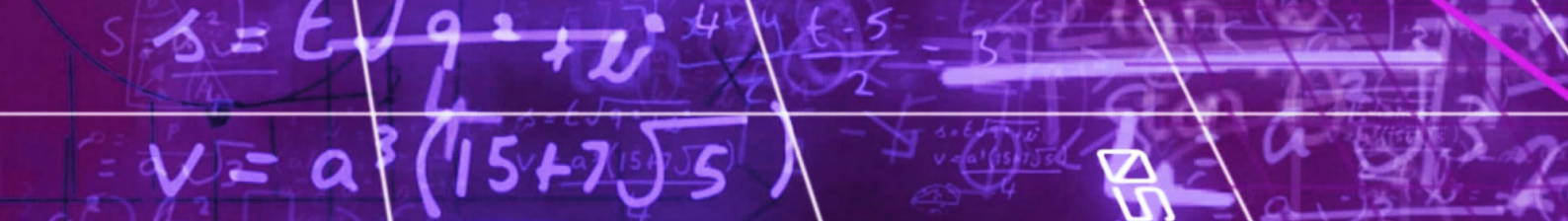
אוקלי ואחרים (Oakley et al., 2026) מציינים אתגרים וסכנות הטמונים ביישום בינה מלאכותית בחינוך. האתגר הראשון מכונה עצלנות מטאקוגניטיבית, ובו לומדים מראים התנהגויות מופחתות של תיקון עצמי ומאמץ קוגניטיבי מופחת, באתגר השני יש הסתמכות מוגזמת על כלי בינה מלאכותית המונעת את היכולת להשיג ביצועים טובים באופן עצמאי, ובאתגר השלישי יש תיאור של תלות בבינה מלאכותית המשבשת את התפתחותן של יכולות קוגניטיביות אוטונומיות כגון היכולת להעריך מקורות באופן ביקורתי.

שאלות המחקר

1. באילו מצבים סטודנטים להוראת מתמטיקה בתיכון **דוחים** המלצות של ה־ChatGPT בעת חיבור בעיות במתמטיקה, ומה מניע אותם לדחייה זו?
2. כיצד מתבטאת **האוטונומיה הפדגוגית** של הסטודנטים בדחייה של המלצות ה־ChatGPT בתהליך חיבור בעיות במתמטיקה?

שיטה

משתתפי המחקר וסביבת המחקר: המשתתפים היו 15 סטודנטים בעלי תארים אקדמיים וניסיון עבודה במקצועות ההייטק וההנדסה הלומדים בתוכנית אקדמית ארצית ייחודית "מההייטק להוראה" הפועלת להסבתם להוראת מתמטיקה בתיכון. משתתפי המחקר למדו בתוכנית זו במכללה אקדמית לחינוך במרכז הארץ. בתוכנית היו כמה קורסים מתמטיים ופדגוגיים שמטרתם להכשיר את הסטודנטים להוראת מתמטיקה מתקדמת בתיכון. מחקר זה נעשה בקורס שנתי בשם "הוראת מתמטיקה ברמת 5 יחידות" שכלל היכרות עם הנושאים הנלמדים ברמה זו, פתרון בעיות בנושאים מגוונים במתמטיקה ברמה זו, שילוב טכנולוגיה בהוראה ולמידת מתמטיקה ועוד. שני מפגשים בקורס זה התמקדו בחיבור בעיות



באמצעות בינה מלאכותית יוצרת (למשל ChatGPT), שבהם התבקשו המשתתפים למלא שלבים מסוימים. מחקר זה נעשה במפגשים אלה.

כלי מחקר: מחקר זה מתמקד בניתוח תוכן איכותני של הנתונים שנאספו מחיבור הבעיה בסיוע הבינה בשלבי חיבור הבעיות: 1. הבעיה המקורית שחיברו; 2. ניתוח ידע נדרש וקשיים שייכתנו בעת פתרון הבעיה; 3. ההנחיות שכתבו לבינה (עברית ואנגלית) כדי לענות על צורך פדגוגי/מתמטי; 4. תשובה של הבינה המלאכותית להנחיות; 5. הבעיה המעודכנת; 6. רפלקציה של הסטודנט על תרומת הבינה המלאכותית; 7. סבב שאלות נוסף ותגובות.

ניתוח הנתונים: הנתונים האיכותניים שנאספו מהתהליך שפורט לעיל, נותחו באמצעות ניתוח תוכן איכותני בשיטת ההשוואה המתמדת (Charmaz, 2014; Glaser & Strauss, 2017), ולאחר מכן נעשתה חלוקה לקטגוריות ותמות (Fram, 2013). שלושה מומחים בחינוך מתמטי ניתחו ותיקפו את הנתונים כדי להבטיח מהימנות ותוקף פנימי של התהליך הקידוד. כל אחד מהמומחים ניתח את הנתונים בעצמו ולאחר מכן נעשה דיון משותף שבו הם השוו את הקטגוריזציה שעשה כל אחד מהם עד שהשיגו הסכמה מלאה על קטגוריות ותמות שעלו מהניתוח.

כל משתתף נדרש להשלים שתי מטלות של חיבור בעיות בסיוע ה-ChatGPT, חיבור או בעיה מקורית שהמשתתף בחר ובעיה לאחר דו־שיח עם ChatGPT. בפועל נאספו 28 רשומות, שכן שני משתתפים השלימו מטלה אחת בלבד. הניתוח המוצג במחקר זה מתמקד בשלבי הרפלקציה ובדו־שיח האחר. מתוך 28 הרשומות ב-24 רשומות יש נתוני רפלקציה מלאים. לפיכך כל הנתונים הכמותיים המוצגים (מספרי המופעים והאחוזים לכל תמה), מחושבים מתוך בסיס של 24 רשומות אלו. ארבע הרשומות שאינן כוללות נתוני רפלקציה הושמטו מהניתוח התמתי, אך הן נכללות בתיאור הכללי של המחקר.

ממצאים

מטרת מחקר זה היא לבחון את הדו־שיח של סטודנטים להוראת מתמטיקה בתיכון עם ה-ChatGPT בתהליך חיבור בעיות במתמטיקה, בניתוח המצבים שבהם הם דוחים המלצות של ChatGPT וכיצד מתבטאת האוטונומיה הפדגוגית של המורים בשיח עם ה-ChatGPT. מתוך כך בחרנו להציג פרק זה על פי תשובה לשתי שאלות המחקר.

שאלת מחקר 1: באילו מצבים סטודנטים להוראת מתמטיקה בתיכון דוחים במפורש את המלצות ה'צ'אט, ומה מניע דחייה זו?

אחד עשר מתוך 24 המשתתפים (46%) דחו דחייה מפורשת ומנומקת של לפחות חלק מהמלצות ה-ChatGPT. ניתוח הנימוקים לדחייה חשף שלושה דפוסי עיקריים שהוצגו ב-14 רשומות.

דפוס א: דחייה לשימור החשיבה וקידום הלמידה העצמאית (4/24 - 17%)

דפוס זה מאופיין בדחייה מנומקת לצורך שימור תהליכי החשיבה וקידום לומד עצמאי מתוך החלטה מקצועית מודעת. למשל, כאשר ה-ChatGPT המליץ להבהיר בשאלה את מיקום האיבר החיובי הראשון בסדרה. זו הייתה תגובת המשתתף: "דווקא את ההמלצה הזו לא רציתי ליישם כי אני רוצה שתלמידים ישקיעו מחשבה ויגלו בעצמם מה המיקום של האיבר". עוד דוגמה היא כאשר ה'צ'אט הציע שאלות מנחות שפישטו את הבעיה: "לא קיבלתי את ההמלצות של ה-ChatGPT כי הן הורידו את רמת החשיבה הנדרשת לצורך פתרון הבעיה. אני מעוניין שהתלמיד יבצע את הפישוט הזה בעצמו". שתי דוגמאות אחרות של סטודנטים שחיברו שאלה בנושא סדרה חשבונית:

"ה'צ'אט המליץ לי לשנות את השאלה האחרונה ולהשתמש בכתיבה של ההפרש כפרמטר. לדעתי זה מפספס את הרעיון של השאלה שבה התלמיד צריך למצוא מהו ההפרש ולכן בחרתי לא לשנות את השאלה."

"ההצעה הראשונה של ה-ChatGPT כבר הייתה כתובה. ההצעה להציג את הסדרה בצורה ויזואלית אפשרית אך לא הכרחית לשאלה כזו פשוטה, לי נראה ברור מאליהו המודל שמשתמשים כדי לפתור את השאלה."

סטודנט אחר שניסה לשפר את ניסוח הבעיה שחיבר, כתב זאת: "לא קיבלתי את הניסוח של ה-ChatGPT. הוא הציג ניסוח בהתאם לשלבי פתרון לשאלה, זה לא אמור להיות בשאלה ותלמידים אמורים להגיע לדרך הפתרון לבד".

דפוס ב: דחייה על בסיס היכרות מעמיקה עם הבעיה וזיהוי כי ה־ChatGPT לא הוסיף דבר (7/24 - 29%)

בדפוס זה הסטודנט הכיר את הבעיה לעומק ומזהה כי ה־ChatGPT אינו מוסיף ערך כלשהו לבעיה מלבד מה שכבר ידוע לו. למשל בתהליך חיבור בעיה בסדרה חשבונית ש' כתב "האמת היא שלא הייתה תרומה משמעותית לעצותיו אבל הרעיונות שלו איך השימוש בסדרה חשבונית בא לידי ביטוי בחיי היום־יום היו טובים ומועילים להסבר לשימוש בעתיד". בתהליך חיבור בעיה בנושא תולעים ותפוחים לאחר שה־ChatGPT הציע לשנות את ניסוח השאלה כתב: "לא שינית! כי זה לא הפך את השאלה ליותר ברורה, וגם לא שינה את השאלה".

במשימה אחרת שחיברה אחת הסטודנטיות, היא כתבה זאת: "הפעם ההצעות של ה־ChatGPT לא שיפרו. הצעה ראשונה היא משהו שהתלמידים צריכים לדעת לעשות, לזהות סדרה חשבונית ולזכור את הנוסחה של איבר כללי. הצעה שנייה, כוללת בדיוק מה שכבר מופיע בבעיה אך במילים אחרות".

סטודנטית אחרת שחיברה בעיה בנושא דמיון משולשים, כתבה זאת: "מעבר לכך, המלצותיו לא עזרו לי לשיפור השאלה. הן אפילו לא היו רלוונטיות ופספסו את המטרה".

דפוס ג: דחייה לאחר כשלים מתמטיים ופדגוגיים בתשובת ה־ChatGPT (3/24 - 13%)

בדפוס זה הסטודנט דוחה את ההצעות של ה־ChatGPT לאחר שהוא מזהה שגיאה מתמטית או מגבלה פדגוגית. למשל בתהליך של חיבור בעיה בנושא חקירת פונקציה עם פרמטר, כתבה אחת הסטודנטיות: "ניסיתי שוב לבקש סעיף עם תוספת נתון מספרי לשאלה, כזה שיאפשר למצוא את ערך הפרמטר, אבל הצ'אט לא הבין את מה שביקשתי".

סטודנט אחר כתב: "ניסיתי לגרום ל־ChatGPT לכתוב לי את השאלה בשילוב קישור לעולם האמיתי, אך פה נתקלתי בבעיה. ה־ChatGPT שינה את נתוני השאלה וזו כבר לא הייתה יותר השאלה ששאלתי. בסוף החלטתי לאמץ את הרעיון שלו לקישור לעולם האמיתי וניסחתי את השאלה לבד".

בניסיון להוסיף סעיף מאתגר למשימה בגאומטריה כתב הסטודנט כי "ה־ChatGPT הציע לשלב סעיף נוסף והציע לעשות שימוש במשפט פיתגורס במשולש שאינו ישר זוויית. לא קיבלתי את ההצעה כי זה לא נכון".

חשוב לציין כי לצד הנתונים על הדפוסים לדחיית הצעות של ה־ChatGPT, היו גם משתתפים (8 מתוך 24, 33%) שנעזרו מאוד בהצעות שקיבלו מהבינה המלאכותית ונשענו עליה. מחציתם קיבלו בפסיביות את הצעות הבינה המלאכותית וראו בה סמכות מספקת בלי שיקול דעת: "קיבלתי את כל ההצעות של הבינה"; או קבלה של השיקולים הפדגוגיים שהציג ה־ChatGPT בלי שיקול דעת על השיקולים הפדגוגיים שלהם: "בהתאם להמלצות ה־ChatGPT הרחבתי את הבעיה והוספתי סעיפים, כדי להוביל את התלמידים כמה שאפשר לדרך ואיך אנחנו יכולים לפתור את התרגיל ולהגיע לתשובות נכונות". הסטודנטים האחרים קיבלו את הצעות הבינה המלאכותית עם שיקול דעת מזערי: "הוא עזר לי לתקן את נוסח השאלה וזה היה נכון".

שאלת מחקר 2: כיצד מתבטאת האוטונומיה הפדגוגית של המורים בדחיית ההצעות של הבינה המלאכותית?

9 סטודנטים מתוך 24 (38%) הציגו אוטונומיה פדגוגית בתהליך חיבור הבעיות והוסיפו רעיונות משלהם שלא עלו בתשובת ה־ChatGPT, או השתמשו ברעיון של ה־ChatGPT מתוך נקודת מוצא בלבד, או העמיקו את הרעיונות שלהם מלבד הצעות ה־ChatGPT. הרוב עסקו בהעמקה מעבר להמלצה (7) ומעט מהם ראו ברעיון של ה־ChatGPT נקודת מוצא (2).

ביטוי א: רעיון המשמש נקודת מוצא בלבד (2/24)

אחד הסטודנטים קיבל חלק מההמלצות, דחה אחרות ואז גילה שגיאה בשאלה שלו לא משום שה־ChatGPT ציין אותה, אלא לאחר תהליך הדו־שיח עצמו: "בתרגיל המקורי, לאחר שהוספתי סעיף לשאלה לגבי סכום של איברים זוגיים ואי־זוגיים של סדרה חשבונית, גיליתי שבסדרה שבחרתי אין איברים שהם מספרים זוגיים. בעזרת השיח עם ה־ChatGPT, שיניתי מעט את הנתונים והתנאים של התרגיל על מנת שיהיו איברים זוגיים ואי־זוגיים".

דוגמה אחרת של שינוי שמקורו לא בהצעה של ה־ChatGPT אלא תוצאה מהדו־שיח איתו בעת הניסיון שלה לתרגם ולנסח את השאלה מחדש: "במהלך התרגום והשאלות שניסחתי ל־ChatGPT החלטתי לשנות את ניסוח הבעיה המתמטית, במקום לשאול על יחס הסכומים של איברי הסדרה החלטתי לשאול על הפרש הסכומים כי זה יהיה יותר קל לסטודנטים".

מתוך ניסיון לחבר שאלה בנושא דמיון משולשים, כתב אחד הסטודנטים: "ההצעה של ה-ChatGPT גרמה לי להבין שהשאלה שלי לא הייתה ברורה, ובעקבות רעיון מה-ChatGPT ניסחתי את השאלה כך שגם תלמידים מתקשים יצליחו להגיע לפתרון".

ביטוי ב: העמקה מעבר להמלצה (7/24)

אף שבמטלה הראשונה אחד הסטודנטים דחה את ההצעות של ה-ChatGPT לחלוטין, במטלה השנייה אימץ את הצעתו בחלקיות: "ההמלצה של ה-ChatGPT עודד חיפוש פתרונות נוספים" תרמה לי. הוספתי סעיפים שמרחיבים את השאלה כמו למשל למצוא איבר אחרון בסדרה חשבונית, וגם סעיף שדורש מהתלמיד לבנות את נוסחת הסדרה החשבונית באופן כללי, ולא לחשב את הסכום מייד". סטודנטית אחרת כתבה: "השיח עם ה-ChatGPT הרחיב לי מאוד את השאלה ונתן לי כלים לקישור בין הסיטואציה המתוארת בבעיה של מציאת איבר כללי בסדרה חשבונית לבין חיי היום-יום. זה סייע לי להוסיף תתי-סעיפים בשאלה שגורמים לתלמיד לקשר את המתמטיקה לחיי יום-יום, להניע את החשיבה המתמטית להם, באופן הדרגתי, תוך בניית הבנה אצל התלמיד אודות משמעות הפרמטרים".

דוגמה אחרת מתבטאת בתהליך חיבור בעיה בנושא חקירת פונקציות: "הבעיה שחיברתי במקור הייתה מאוד ריטואלית למצוא את האסימפטוטה האנכית של פונקציה נתונה. ה-ChatGPT הציע לאתגר את התלמידים ולנסח שאלות שבונות הבנה והתקדמות בשלבים, תעורר סקרנות חקר מתמטי. בעקבות כך ניסחתי סעיפים נוספים המתמקדים בערכים של הפונקציה כאשר מתקרבים לנקודת אי-הגדרה שלה ומשם להשיג הכללה".

דיון

מחקר זה מתמקד בתופעה שטרם קיבלה בחינה מספקת בספרות המחקר: דחייה מנומקת של הצעות ה-ChatGPT מסטודנטים להוראת מתמטיקה בתיכון בתהליך חיבור בעיות. הממצאים מאירים שלושה דפוסים מובחנים של דחייה, המשמשים זירה שבה מתפתחת האוטונומיה הפדגוגית בבירור.

הממצא הבולט ביותר במחקר הוא שכמעט מחצית מהרשומות של המשתתפים (46%) הביעו דחייה מפורשת ומנומקת. ממצא זה מהותי, משום שמתוך ניגוד לחשש המוצג בספרות המחקר בעניין עצלות מטאקוגניטיבית ותלות יתר בכלי (Oakley et al., 2026), נראה כי הסטודנטים פתחו יכולת ביקורתית פעילה בתוך תהליך הדורשיה עצמו, על בסיס שיקול דעת פדגוגי מודע.

ממצא זה עולה בקנה אחד עם המודל של קים (Kim, 2024), המתאר שלושה שלבים בשיתוף פעולה בין מורה לבינה מלאכותית יוצרת: מקבל פסיבי, משתמש פעיל ושותף. הדחייה המנומקת כפי שעולה מממצאי המחקר מציבה את הסטודנטים הדוחים לפחות בשלב השני ולעיתים בשלב השלישי של מודל זה. כלומר שלב שבו הכלי משמש אמצעי לחשיבה ולא מקור סמכות. החיבור בין רמת הדחייה לבשלות מקצועית הולכת ומתפתחת הוא ממצא שכדאי לבחון במחקרים עתידיים עם מדגמים גדולים יותר.

נוסף על כך ניתוח הנימוקים לדחייה חשף שלושה דפוסים עיקריים הנשענים על בסיסי ידע מגוונים:

דפוס ראשון: דחייה לשימור דרישת החשיבה ועידוד למידה עצמאית, המייצגים את הביטוי המובהק ביותר לאוטונומיה פדגוגית מפותחת. כאשר סטודנט דוחה המלצה של ה-ChatGPT כדי לקדם תהליכי חשיבה של הלומדים, הוא מציג ידע פדגוגי-תוכני מתוך הבנה כי עמימות מחושבת היא לעיתים כלי הוראתי. ממצא זה מחזק את טענתם של בול ובס (Ball & Bass, 2003) שלפיה מורה בעל אוטונומיה פדגוגית מפותחת מסוגל לזהות מה לא לתת לתלמיד ומה כן לתת לו. כלומר הדחייה כאן נובעת מבחירה פדגוגית מודעת.

דפוס שני: דחייה מתוך היכרות מעמיקה עם הבעיה והנפוץ (29%) ביותר משלושת הדפוסים. כאשר הסטודנט כבר מכיר את הבעיה ומלמד על תופעה מעניינת, ה-ChatGPT אינו תמיד מוסיף ערך. הבינה המלאכותית עלולה להציע ניסוחים מיותרים, חלופות שכבר נשקלו או הצעות שפשוט אינן מתאימות לעניין הפדגוגי. הכרה ביכולת לזהות מצב זה ולהגיב אליו היא עצמה מיומנות שצריך ללמד במפורש. ממצא זה תומך בטענה כי פיתוח אוריינות צריך לכלול לא רק את היכולת להשתמש בכלי אלא גם יכולת לזהות את גבולותיו (Ng et al., 2021).

דפוס השלישי: דחייה לאחר זיהוי כשלים מתמטיים ופדגוגיים, הוא הנדיר ביותר (13%), אך בעל משמעות מיוחדת. כאשר ה-ChatGPT הציע להשתמש במשפט פיתגורס במשולש שאינו ישר זווית הסטודנט מזהה שזוהי שגיאה מתמטית מפורשת ודוחה את ההצעה. הוא מממש ידע מתמטי עמוק המאפשר לו לפקח על הכלי ולא להפך. ממצא זה מחזק את



הטענה של ראנה (Rane, 2023) ושל סגל וביטון (Segal & Biton, 2024) כי כשלי ה-ChatGPT אינם רק חיסרון אלא הזדמנות פדגוגית שאפשר לשלב בתוכניות הכשרה באמצעות הצגת שגיאות של הבינה המלאכותית ודיון עם הסטודנטים על זיהוין ותיקונן.

לצד הסטודנטים שהראו דחייה ביקורתית, עולה ממצא חשוב אחר שכי-33% מהמשתתפים נעזרו מאוד בהצעות של הבינה המלאכותית, בלי שיקול דעת. ניתוח הנתונים מלמד על שתי קבוצות משנה בתוך קבוצה זו. בעוד קבוצה אחת זקוקה לחשיפה מפורשת שכלי הבינה המלאכותית לא בהכרח מדויק, הקבוצה השנייה זקוקה לפיתוח הביטחון הפדגוגי שיאפשר לה לסמוך על שיקול הדעת שלה גם עם מערכת שנחשבת סמכותית. ממצא זה תומך בטענתם של צ'אן והו (Chan & Hu, 2023) ונג ואחרים (Ng et al., 2021) כי נדרש חינוך מפורש לאוריינות ביקורתית בתוכניות להכשרת מורים, בעיקר כיצד לשמור על שיקול הדעת המקצועי לצד השימוש בבינה המלאכותית.

ממצאי שאלת המחקר השנייה חושפים כי הדושיה עם ה-ChatGPT תרם לפיתוח אוטונומיה פדגוגית אצל 38% מהמשתתפים בשני ביטויים עיקריים: ראייה ברעיון של הבינה המלאכותית נקודת מוצא בלבד, והעמקה של רעיון הבינה המלאכותית מעבר להמלצה. ביטוי מעניין במיוחד בממצאים הוא כאשר הסטודנטים גילו שגיאה בשאלה שלהם, לא בזכות הצעת הבינה המלאכותית, אלא לאחר תהליך הדושיה עצמו. מהלך זה מדגים כיצד השיח עם כלי הבינה המלאכותית גם כאשר אינו מספק פתרון, עשוי לעורר מטאקוגניציה ולעודד את הסטודנט לגלות תובנות בכוחות עצמו. ממצא זה מחזק את ההצעה התאורטית של פרקר (Parker, 2015) שלפיה אוטונומיה פדגוגית מתפתחת מתוך חוויות של קבלת החלטות עצמאית, ומלמד כי הדושיה עם הבינה יכול לשמש זירה לחוויות כאלה. הביטוי השני של העמקה מעבר להמלצה, חוש, כיצד הסטודנטים משתמשים בהצעת הבינה המלאכותית המשמשת זרז לחשיבה פדגוגית ולא תוצר מוגמר. כאשר סטודנטית מספרת שהמלצת ה-ChatGPT הרחיבה לה את השאלה ונתנה כלים לקישור השאלה לחיי היום-יום. אפשר לזהות כאן את המעבר בין שלב המשתמש הפעיל לשלב השותפות שמתואר אצל קים (Kim, 2024), כלומר לקחת רעיון ולהעמיד אותו.

ממצאי מחקר זה עולה כי יש כמה השפעות מעשיות על התוכניות להכשרת מורים למתמטיקה. ראשית, יש לשלב דיון על "דחייה מנומקת" שהיא מיומנויות בפני עצמה. תוכנית הכשרה נוטות לשים דגש בשימוש הנכון בכלי בינה מלאכותית, ממצאי מחקר זה מראים כי חשוב ללמד את הסטודנטים מתי ומדוע לדחות את הצעות הבינה המלאכותית, ולפתח אצלם את הביטחון הפדגוגי לעמוד מאחורי החלטה זו.

כמו כן יש לטפל במפורש בסכנת ההסתמכות יתר (over-reliance) של הסטודנטים. כלומר לא די ללמד כיצד להשתמש בכלי, אלא גם לפתח מודעות מפורשת לסכנת אימוץ המלצות בלי שיקול דעת ולהציע הזדמנויות לבחינה ביקורתית של הצעות הבינה המלאכותית.

מגבלות המחקר וכיוונים עתידיים

למחקר זה יש כמה מגבלות. ראשית, המדגם קטן (15 סטודנטים, 24 רשומות) ואינו מאפשר הכללה. שנית, כלל המשתתפים הגיעו מרקע הייטק והנדסי, רקע שעשוי להסביר את שיעור הדחייה הגבוה יחסית, שכן ייתכן שכישורים אנליטיים וביקורתיים שנרכשו בעולם ההנדסי תורמים ליכולת הסינון. מחקרים עתידיים יכולים לבדוק האם יש הבדלים בדפוסי הדחייה בקרב סטודנטים מרגעים מגוונים. כיווני מחקר עתידיים יכולים לכלול מחקר אורכי הבוחן האם הנטייה לדחות הצעות של בינה מלאכותית גדלה עם הניסיון או להשוות בין סטודנטים מרקעים מגוונים.

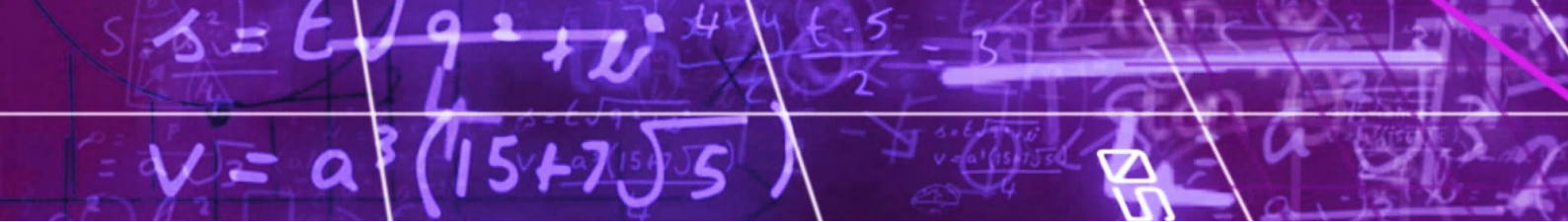
סיכום

ממצאי מחקר זה אפשר ללמוד כי דחייה מנומקת של הצעות הבינה המלאכותית אינה תגובה שולית, אלא ביטוי לשיקול דעת מקצועי בהתהוות. אפשר להציע כי הדושיה עם הבינה המלאכותית המלווה בהכשרה מתאימה, יכול לשמש זירה לפיתוח אוטונומיה פדגוגית, לא מתוך ציון להמלצות הכללי, אלא מתוך השיח הביקורתי עימו.

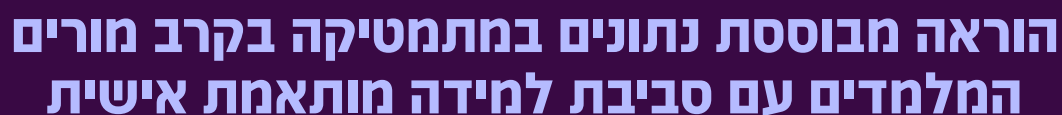
- Baidoo-Anu, D., & Ansah, L. O. (2023). Education in the era of generative artificial intelligence (AI): Understanding the potential benefits of ChatGPT in promoting teaching and learning. *Journal of AI*, 7(1), 52–62. <https://doi.org/10.61969/jai.1337500>
- Ball, S. J. (2003). The teacher's soul and the terrors of performativity. *Journal of Education Policy*, 18(2), 215–228. <https://doi.org/10.1080/0268093022000043065>
- Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In B. Davis & E. Simmt (Eds.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3–14). CMESG/GCEDM.
- Beijaard, D., Meijer, P. C., & Verloop, N. (2004). Reconsidering research on teachers' professional identity. *Teaching and Teacher Education*, 20, 107–128. <https://hdl.handle.net/1887/11190>
- Biton, Y., & Segal, R. (2025). Learning to craft and critically evaluate prompts: The role of generative AI (ChatGPT) in enhancing pre-service mathematics teachers' TPACK and problem-posing skills. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 13(1), 202–223. <https://doi.org/10.46328/ijemst.4654>
- Biton, Y., Segal, R., & Alush, K. (2025). How utilizing generative AI when addressing pedagogical and mathematical events contributes to mathematics teacher educators' TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge). *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 13(4), 895–912. <https://doi.org/10.46328/ijemst.4928>
- Brown, S. I., & Walter, M. I. (1983). *The art of problem posing*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Cai, J., & Jiang, C. (2017). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and U.S. elementary mathematics textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 1521–1540. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9758-2>
- Cai, J., & Rott, B. (2024). On understanding mathematical problem-posing processes. *ZDM Mathematics Education*, 56, 61–71. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01536-w>
- Chan, C. K. Y., & Hu, W. (2023). Students' voices on generative AI: Perceptions, benefits, and challenges in higher education. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 20, Article 43. <https://doi.org/10.1186/s41239-023-00411-8>
- Charmaz, K. (2014). *Constructing grounded theory* (2nd ed.). Sage.
- Evers, A. T., Yamkovenko, B., & Van Amersfoort, D. (2017). How to keep teachers healthy and growing: The influence of job demands and resources. *European Journal of Training and Development*, 41(8), 670–686. <https://doi.org/10.1108/EJTD-03-2017-0018>
- Flores, M. A., & Day, C. (2006). Contexts which shape and reshape new teachers' identities. *Teaching and Teacher Education*, 22(2), 219–232. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2005.09.002>
- Fram, S. M. (2013). The constant comparative analysis method outside of grounded theory. *The Qualitative Report*, 18(1), 1–25. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2013.1569>
- Glaser, B. G., & Strauss, A. L. (2017). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Routledge.
- Gros, B. (2016). The dialogue between emerging pedagogies and emerging technologies. In B. Gros, Kinshuk, & M. Maina (Eds.), *The future of ubiquitous learning: Designs for emerging pedagogies* (pp. 3–23). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-47724-3_1
- Guzey, S. S., & Roehrig, G. H. (2012). Integrating educational technology into secondary science teaching. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 12(2), 162–183.
- Hargreaves, A. (2003). *Teaching in the knowledge society: Education in the age of insecurity*. Teachers College Press.



- Kasneci, E., Seßler, K., Küchemann, S., Bannert, M., Dementieva, D., Fischer, F., Gasser, U., Groh, G., Günemann, S., Hüllermeier, E., Krusche, S., Kutyniok, G., Michaeli, T., Nerdel, C., Pfeffer, J., Poquet, O., Sailer, M., Schmidt, A., Seidel, T., Stadler, M. . . Kasneci, G. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. *Learning and Individual Differences*, 103, Article 102274. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274>
- Kim, J. (2024). Leading teachers' perspective on teacher-AI in education. *Education and Information Technologies*, 29(7), 8693–8724. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12109-5>
- Liljedahl, P., & Cai, J. (2021). Empirical research on problem-solving and problem posing: A look at the state of the art. *ZDM – Mathematics Education*, 53(4), 723–735. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291-w>
- Long, D., & Magerko, B. (2020). What is AI literacy? Competencies and design considerations. In *CHI '20: Proceedings of the 2020 CHI conference on human factors in computing systems* (pp. 1–16). Association for Computing Machinery. <https://doi.org/10.1145/3313831.3376727>
- Mallart, A., Font, V., & Diez, J. (2018). Case study on mathematics pre-service teachers' difficulties in problem posing. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(4), 1465–1481. <https://doi.org/10.29333/ejmste/83682>
- Nedaei, M., Radmehr, F., & Drake, M. (2021). Exploring undergraduate engineering students' mathematical problem-posing: The case of integral-area relationships in integral calculus. *Mathematical Thinking and Learning*, 24(2), 149–175. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1858516>
- Ng, D. T. K., Leung, J. K. L., Chu, S. K. W., & Qiao, M. S. (2021). Conceptualizing AI literacy: An exploratory review. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 2, Article 100041. <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2021.100041>
- Oakley, B., Johnston, M., Chen, K.-Z., Jung, E., & Sejnowski, T. (2026). The memory paradox: Why our brains need knowledge in an age of AI. In M. Rangele & N. Fairfax (Eds.), *The artificial intelligence revolution: Challenges and opportunities* (pp. 573–628). Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-032-11814-1_22
- Paradis, A., Lutovac, S., Jokikokko, K., & Kaasila, R. (2018). Canadian and finnish upper-secondary school mathematics teachers' perceptions of autonomy. *Pedagogy, Culture and Society*, 26(3), 381–396. <https://doi.org/10.1080/14681366.2017.1407957>
- Parker, G. (2015) Teachers' autonomy. *Research in Education*, 93(1), 19–33. <https://doi.org/10.7227/RIE.0008>
- Pearson, L. C., & Moomaw, W. (2005). The relationship between teacher autonomy and stress, work satisfaction, empowerment, and professionalism. *Educational Research Quarterly*, 29(1), 38–54.
- Segal, R. (2026). Mathematics teachers convert textbook tasks to dynamic ones: How changing the problem architecture enhances teachers' TPACK. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 24, Article 15. <https://doi.org/10.1007/s10763-025-10641-z>
- Segal, R., & Biton, Y. (2024). The contribution that utilizing generative AI for problem posing makes to pre-service high school mathematics teachers' TPACK. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology*, 12(6), 1559–1582. <https://doi.org/10.46328/ijemst.4591>
- Segal, R., Stupel, M., Sigler, A., & Jahangiril, J. (2018). The effectiveness of the 'what if not' strategy coupled with dynamic geometry software in an inquiry-based geometry classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 4(7), 1099–1109. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1452302>
- Segal, R., & Klemer, A. (2025). Dialogic interactions between mathematics teachers and GenAI: Multi-environment task design and its contribution to TPACK. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2551363>



- Silver, E., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521–539. <https://doi.org/10.2307/749846>
- Wardat, Y., Tashtoush, M. A., AlAli, R., & Jarrah, A. M. (2023). ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(7), Article em2286. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13272>
- Zhao, L., Wu, X., & Luo, H. (2022). Developing AI literacy for primary and middle school teachers in China: Based on a structural equation modeling analysis. *Sustainability*, 14(21), Article 14549. <https://doi.org/10.3390/su142114549>

A circular portrait of Dr. Susan M. Branson, a woman with short brown hair, wearing glasses and a yellow headband. She is smiling slightly and looking towards the camera. The background is a solid purple color.

Dr. David A. Clark

הוראה מבוססת נתונים במתמטיקה בקרב מורים המלמדים עם סביבת למידה מותאמת אישית*

רותי ברגר ברבן ז"ל, מיכל איילון ויניב ביטון

תקציר

מחקר זה נעשה על רקע המגמה העולמית של קבלת החלטות ותכנון הוראה מבוססי נתונים בהוראת המתמטיקה. בעשורים האחרונים התפתחה בעולם החינוך הגישה של קבלת החלטות ותכנון ההוראה על בסיס נתונים כדי לשפר את ההוראה ולהתאים התאמה מיטבית את חומרי הלמידה, בייחוד בהוראת מתמטיקה. המחקר מוסיף על הידע הקיים בנושא קבלת החלטות של מורי מתמטיקה על סמך נתוני הערכה ממערכת אדפטיבית (DBDM) והמסלולים המכוונים להחלטות התערבות בלמידה.

במחקר זה נבחנו תהליכי קבלת ההחלטות של מורים למתמטיקה המשתמשים במערכת אדפטיבית חדשנית מבית מטה, ששמה "בדרך שלי". היא מיועדת ללימוד נושא שברים במתמטיקה בכיתות ד'-ה' בשילוב טכנולוגיה. במחקר השתתפו חמש מורות למתמטיקה בעלות ותק של למעלה מ-15 שנים בהוראה ושלוש שנים ניסיון בשימוש במערכת אדפטיבית. כלי המחקר כללו ראיונות ותצפיות בלתי משתתפות. ממצאי המחקר העלו שלושה סוגי מסלולים שלפיהם מורים עובדים בדרך להחליט החלטות בענייני הוראה: 1. מסלול ישיר חלקי – עובר על חלק מן אבני הדרך; 2. מסלול ישיר מלא – עובר על כל אבני הדרך ברצף; 3. מסלול איטרטיבי – שיש בו חזרות לאבני דרך קודמות כדי לקבל מידע נוסף.

המסלול האיטרטיבי נמצא מנצל את הנתונים היטב, בעוד המסלולים הישירים מציגים ניצול בסיסי של הנתונים. המחקר מספק תובנות חשובות למקבלי החלטות בתחום החינוך המתמטי ולמפתחי סביבות למידה דיגיטליות. נוסף על כך הוא מדגיש את הפוטנציאל של מערכות אדפטיביות בשיפור תהליכי קבלת החלטות מבוססת נתונים של מורים.

מילות מפתח: קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM); מערכת למידה אדפטיבית; מסלולי קבלת החלטות; הערכה מעצבת; לוח המכוונים (dashboard).

מבוא

בעשורים האחרונים נפוץ בעולם החינוך הרעיון של קבלת החלטות על בסיס נתוני הערכה, כחלק בלתי נפרד מתכנון ההוראה והלמידה, ואף נשמעת קריאה למחקרים נוספים בתחום (אלכסנדרון והרשקוביץ, 2018; Hershkovitz & Alexandron, 2020). מהספרות שנסקרה עולה כי מורים אוספים נתוני הערכה מעצבת ומסכמת בדרכים מגוונות למטרת עיצוב ההוראה והלמידה (Kippers et al., 2018). חשיבות מיוחדת נודעת לצורך בקבלת נתונים אלה בזמן אמת המשמש בסיס למשוב בונה לתכנון ההוראה (זוהר ובושריאן, 2020; 2020; Rakoczy et al., 2019; Diefes-Dux et al., 2012).

כיוון שההערכה של המורים בנושא נתוני הישגים כרוכה בתפיסות סובייקטיביות, פרשנויות והטיות, עלול להיווצר קושי בזיהוי של אירועי הערכה ואפיונם, בתהליכים של קבלת החלטות על בסיס נתונים אלה (DBDM) ומתוך כך מתוכננת התערבות מתאימה (Attali, 2015; Ayalon & Wilkie, 2021). כדי שמורים ידעו להשתמש היטב בנתוני הערכה ולהחליט החלטות מושכלות (informative) המסתמכות עליהם, מן הראוי לחקור מתי, מדוע וכיצד המורים מחליטים באמצעות כלי הערכה ממוחשבים (כגון מערכת אדפטיבית). על החלטות אלו להתנהל על פי קשייהם, צורכיהם והתקדמותם של התלמידים, וגם על פי יעדי החינוך המתמטי, תוכנית הלימודים ומטרות ההוראה.

למיטב ידיעתנו, טרם נחקר בהוראת המתמטיקה כיצד מורים מזהים ומאפיינים אירועי הערכה באמצעות נתוני הערכה ממוחשבים המשמשים בסיס לקבלת החלטות להמשך ההוראה, מהם המסלולים לקבלת החלטות מבוססת נתונים שהמערכת האדפטיבית מאפשרת לצורך קביעת התערבות (או אי-התערבות) בהוראה לשם שיפור ההוראה והלמידה ולשם תכנון תגובה מתאימה.

מחקר זה מתמקד בבחינת מאפיינים של החלטות שמחליטים מורים למתמטיקה בעניין התערבות בהוראה ולמידה על בסיס נתוני הערכה המתקבלים במהלך הלמידה ממערכת אדפטיבית. מערכת זו מאפשרת ללומדים להתקדם בקצב אישי ומספקת

* המאמר הוא עיבוד מתוך עבודת המוסמך של רותי ברגר ברבן ז"ל באוניברסיטת חיפה, בהנחיית פרופ' מיכל איילון וד"ר יניב ביטון והוא מוקדש לזכרה.



להם משוב מיידי ומתמשך. מערכת "שברים בדרך שלי" היא מערכת טכנולוגית אדפטיבית חדשנית ללימוד נושא שברים במתמטיקה לכיתות ד'-ה'. המערכת פותחה במרכז לטכנולוגיה חינוכית בשיתוף פעולה עם מיקרוסופט ונותנת פתרון להטרונגיות הכיתתית ומתאימה ללמידה במודל היברידי בכיתה ובבית.

במחקר זה זוהו ואופיינו אירועי הערכה המשמשים נקודת מוצא למסלולים מגוונים לקבלת החלטות של המורים על סמך הנתונים של המערכת האדפטיבית, לשם בחירה בהתערבות או אי-התערבות בהוראה.

לפיכך מטרת המחקר היא לזהות את המסלולים שמורים בוחרים במערכת אדפטיבית על סמך קבלת החלטות מבוססת נתונים, וכן לאפיין תהליכי הערכה שבהם מורים למתמטיקה מחליטים להמשיך את ההוראה על בסיס נתונים המשמשים משוב מסביבת הלמידה האדפטיבית.

סקירת ספרות

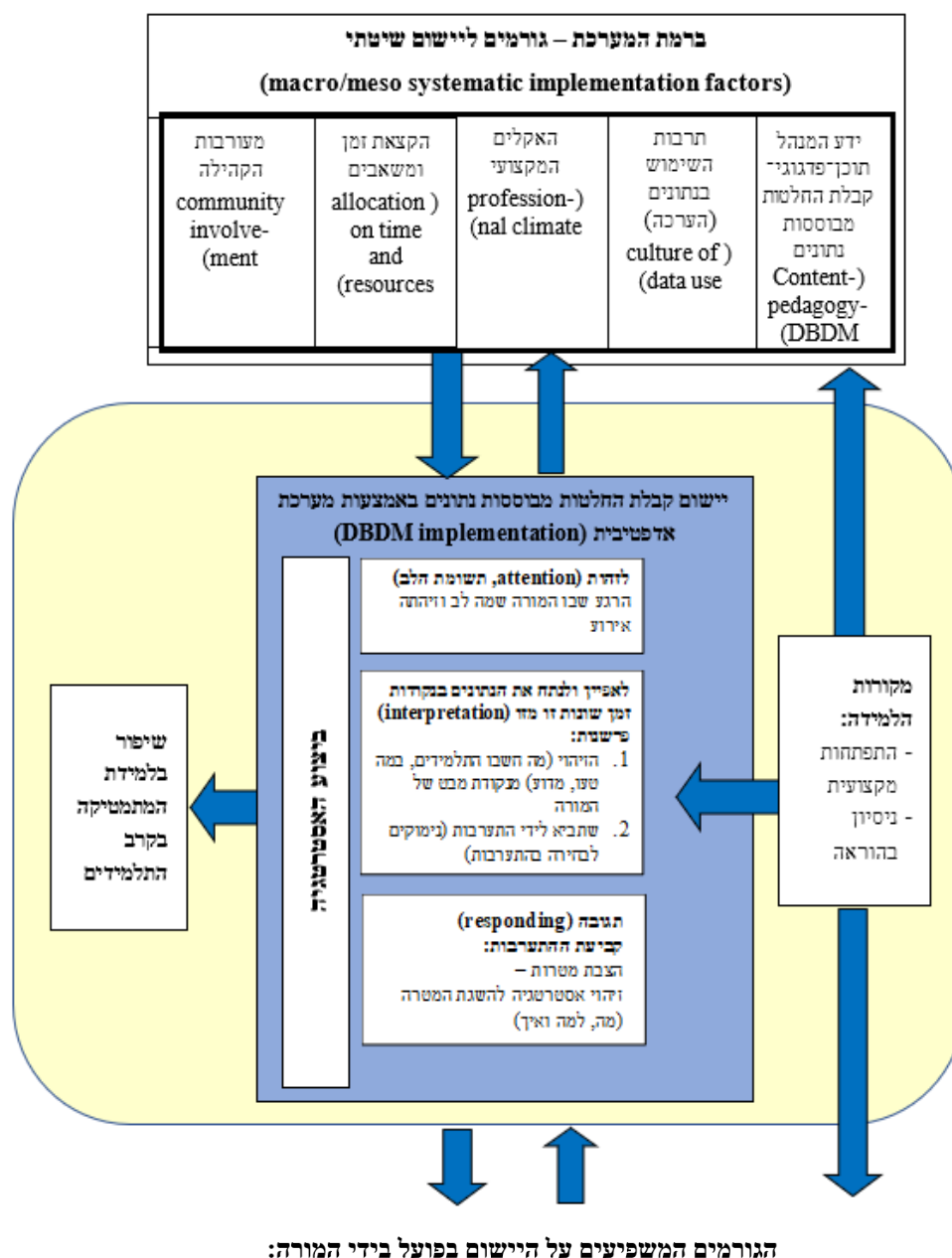
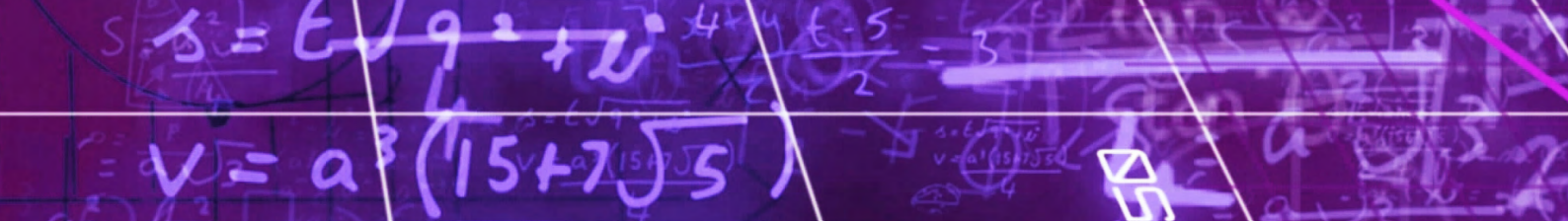
קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) בהוראה

בעשורים האחרונים התפתחה בעולם החינוך הגישה של קבלת החלטות ותכנון הוראה על בסיס נתונים כדי לשפר את ההוראה ולהתאים התאמה מיטבית את חומרי הלמידה, בייחוד בהוראת מתמטיקה (Cai et al., 2020; Janssen et al., 2017).

קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM – Data-Based Decision Making) מוגדרת תהליך שבו מורים, מנהלים וחברי צוות ניהול אוספים ומנתחים נתונים על בית הספר ותלמידיו בשיטתיות ומתוך ניתוח הנתונים הם מקבלים מגוון החלטות לשם תמיכה בלמידת התלמידים. החלטות אלו עשויות לכלול מגוון פעולות, כגון קביעת צורכי ההוראה של התלמידים, הצבת יעדים, התאמת ההוראה, התאמה של תוכנית הלימודים, הערכת יעילות התוכניות והפרקטיקות ושיפור מדיניות בית הספר (Van Geel et al., 2016).

מטרת קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) היא למקסם בשיטתיות את ההישגים של כלל התלמידים ושל תלמידים יחידים מתוך התמקדות מפורשת ומכוונת בהערכה ובניתוח של נתונים על ביצועי התלמידים. מחקרים הראו כי שימוש בנתונים יכול להביא לידי שיפור בהישגי התלמידים כאשר נעשה בהם שימוש נכון. אולם כדי להשתמש בנתונים, המורים צריכים להיות בעלי ידע ומיומנויות הדרושים לניתוח ופרשנות של נתונים (Hebbecke et al., 2022). כדי שקבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) תהיה יעילה, יש צורך לקבל נתונים מדויקים ובאיכות גבוהה. לצורך שיפור כישורי המורים להחליט החלטות על בסיס נתונים יש לספק להם מערכות תומכות למידה מתאימות ובד בבד להכשירם באמצעות מסגרות לפיתוח מקצועי לצורך ניצול והפקה של נתונים ומידע מתאימים לביסוס החלטותיהם באשר לדרכי ההוראה שישתמשו בהם (Mandinach & Schildkamp, 2021; Visscher, 2021).

התפתחותם המקצועית של המורים וניסיונם בהוראה על בסיס מקורות הלמידה שלהם נעשית באמצעות קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) בדרך הזו: המורים מזהים "אירוע" שתשומת ליבם מופנית אליו (נתוני הערכה המוצגים לפנייהם בלוח המחווניים של המערכת האדפטיבית); המורים מתבוננים בנתוני המשוב המוצגים בלוח המחווניים והם מאפיינים, מפרשים ומנתחים אותם לפי הנושאים, הפעילויות והתלמידים בנקודות זמן מגוונות (לפני השיעור, במהלך השיעור, אחרי השיעור). ההתמקדות של המורים בזיהוי החשיבה והלמידה מכוונת אותם להחליט החלטה מנומקת אם להתערב או לא להתערב; קביעת ההתערבות, התגובה, כרוכה בהצבת מטרות ובזיהוי אסטרטגיה המתאימה להשגתן. על בסיס מודל זה (Kearns et al., 2021, ראו איור 1), התוצר המצופה מהמורים הוא שיפור בלמידת המתמטיקה של התלמידים. במחקר הזה יש הנחה כי המודל ישים להוראה ולתלמיד היחיד, לקבוצת תלמידים או לכיתה כולה. ישימות זו מתנהלת באמצעות הלוח המחווניים של סביבת למידה אדפטיבית המציג נתוני הערכה לפני המורה בזמן אמת ובכל זמן נתון. ההחלטות שמתקבלות בתום תהליך זה יכולות לשפר את הלמידה במתמטיקה. לדוגמה, שינוי אסטרטגיות הוראה, תוספת שעות הוראה, חיזוק תלמידים מסוימים או יצירת קבוצות הוראה ממוקדות יותר. במחקרים קודמים נמצא קשר חיובי בין יישום התערבות קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) להישגי התלמידים במתמטיקה, וזאת בלי קשר למאפייני הרקע של התלמידים, ונמצא כי משיטת קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) מרוויחים בעיקר התלמידים הממוצעים בהישגיהם, המצליחים לשפרם במובהק לאחר יישום קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM), ולא דווקא המחוננים או המתקשים מאוד (Kearns et al., 2021; Van Geel et al., 2016).



הגורמים המשפיעים על היישום בפועל בידי המורה:

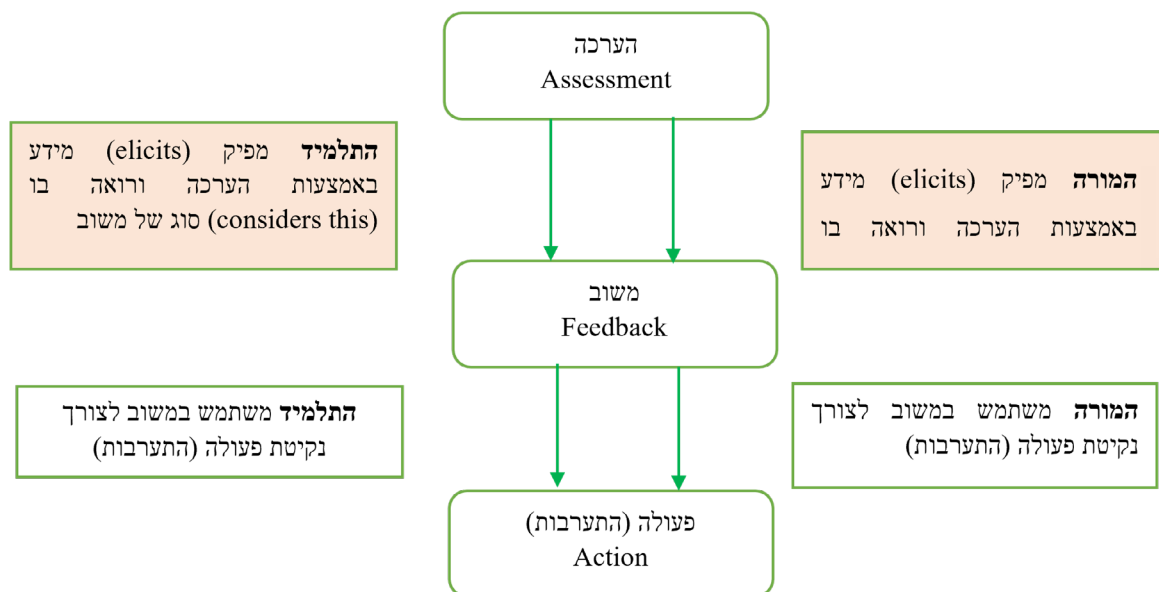
אמונות ועמדות:		ידע ומיומנויות:	
חוללות עצמית self-Efficacy	שימוש בנתונים data use	קבלת החלטות מבוססות נתונים DBDM	תוכן content
	שיתוף פעולה collaboration	שיתוף פעולה collaboration	פדגוגיה pedagogy

איור 1: מודל לתיאור הגורמים הקשורים ליישום יעיל של קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) לשם שיפור ההוראה במתמטיקה (מבוסס על Kearns et al., 2021)

יישום הערכה מעצבת באמצעות קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM)

הערכה מעצבת (formative assessment) מוגדרת כשימוש בראיות על ידע והבנה של הלומד בכיתה והישגיו, תהליך "מעצב" המכוון את המורים, הלומדים ועמיתיהם להחליט על צעדיהם הנדרשים לקדם ולשפר את ההוראה והלמידה (Kyaruzi et al., 2018). הערכה מעצבת מכוונת ליצירת "מצבים מאפשרים" במהלך הלמידה כדי למפות את הידע וההבנה של התלמידים לשם תכנון המשך ההוראה. "מצבים מאפשרים" אלה יכולים להיות במהלך דיון בשיעור, בהוראה יחידנית, בשימוש בעדויות מתוך תוצרי תלמידים, והם מזמנים משוב של המורה והעמיתים על הלמידה ועל התוצרים ומייצרים תובנות (Brooks et al., 2021).

הערכה מעצבת לשיפור הלמידה וקבלת החלטות מבוססת נתונים הן בעלות מאפיין הערכה משותף – התמקדות באיסוף מידע חינוכי המעניק תמונה אובייקטיבית ומקיפה ביותר של התקדמות התלמידים, כדי לשפר את ההוראה ולהתאימה לצורכי התלמידים ולשיפור למידתם בסביבת מידה מושכלת ויעילה. על סמך תובנות המופקות משימוש בגישות הערכה אלו, מורים יכולים לשנות את הדרך שהם מלמדים בה (Brooks et al., 2021; Mandinach & Schildkamp, 2021).



איור 2: מסגרת מושגית של הערכה מעצבת (Kippers et al., 2016; Kippers et al., 2018, p. 201)

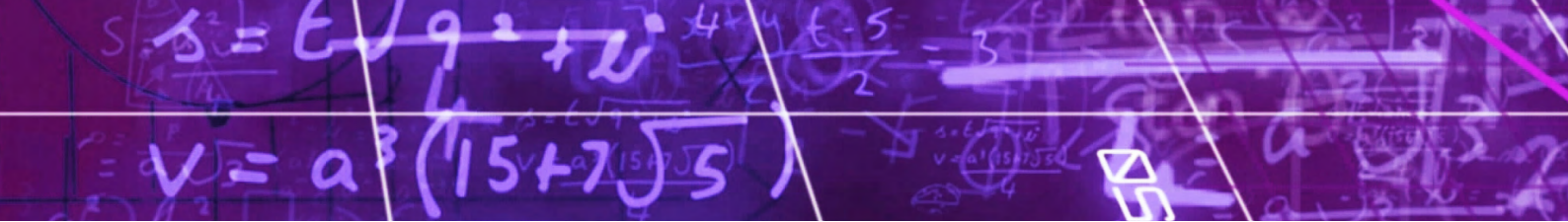
הנחת היסוד במחקר היא ששימוש יעיל בהערכה מעצבת, לצד קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM), מותנה באיסוף נתונים הרלוונטיים למטרות ההוראה והלמידה, המוגדרות במדויק ובנות-מידה, ברמת התלמיד, הקבוצה והכיתה, בתהליך הלמידה ובתוצריה (Hershkovitz & Alexandron, 2020; Visscher, 2021). כלומר כאשר מורים מקבלים נתונים ומידע מפעילות או מהערכה – עליהם לגבש החלטות כיצד עליהם לפעול, תהליך שראשיתו בזיהוי האירוע המחייב (או שאינו מחייב) אותם להתערב ולתכנן תגובה מתאימה.

סביבת הלמידה "שברים בדרך שלי"

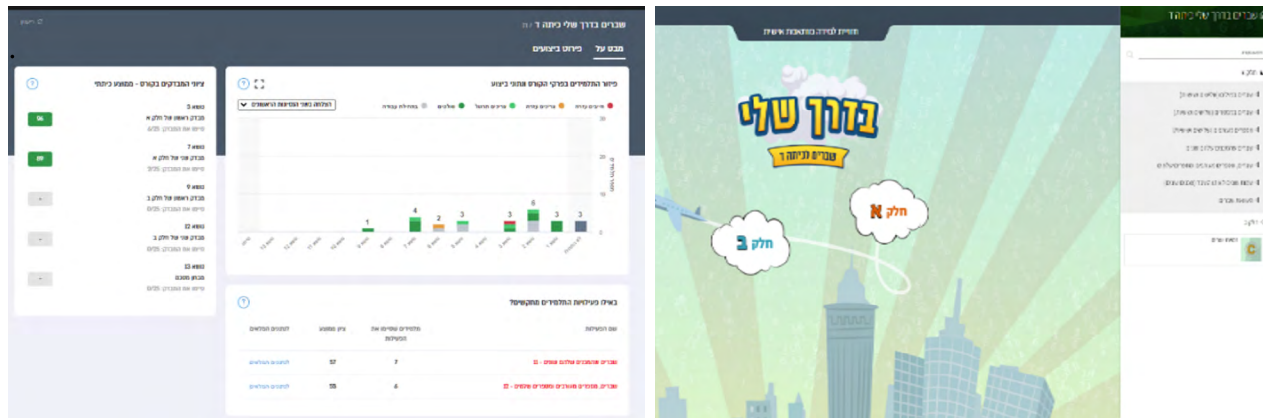
"סביבת למידה אדפטיבית" מוגדרת כמערכת ממוחשבת הלומדת את דרך הפעולה של התלמיד – היא מזהה קשיים וחוזקות ומתאימה מסלול למידה גמיש וייחודי בשביל כל תלמיד, לפי הקצב שלו ויכולותיו (Kabudi et al., 2021). המערכת מאפשרת למורה לקבל נתונים על כל תלמיד בכל זמן ובמרוצת הזמן, חוסכת למורה זמן של הכנת מערכי שיעור ובדיקת מבחנים ותרגילים, ומפנה למורה זמן לדיאלוג אנושי של שיח, דיונים והרחבות עם התלמידים (Barana & Marchisio, 2016).

במחקר זה נבחנת מערכת אדפטיבית המספקת סביבת למידה אדפטיבית – "שברים בדרך שלי" (לכיתות ד'-ה'), שפותחה בשיתוף של מטח ומיקרוסופט. מערכת למידה זו נועדה להקנות, לחזק ולתרגל את נושא השברים בכיתות ד'-ה' ולהעשיר את התלמידים ב-30 שעות לימודיות בערך. המערכת מבחינה בין תלמיד חזק, שבשבילו המנוע מדלג על משימות תרגול ומציע משימות העשרה, ובין תלמיד מתקשה שבשבילו הלמידה מותאמת לרמתו באמצעות דילוג על משימות העשרה.

המערכת מציגה לפני המורה דוחות לצפייה בלוח המחוונים (dashboard), ועל סמך הנתונים המוצגים בלוח הבקרה הוא יכול לנהל את התקדמות התלמידים באמצעות סגירה ופתיחה של פרקים לפי התקדמותם. לוח הבקרה מתעדכן בכל שלוש



שניות, ולכן מורים המתבוננים בו יכולים לראות: 1. כמה תלמידים נמצאים בכל פרק של תוכנית הלימודים; 2. מה מצבם הלימודי; 3. תוצאות המבדקים שניתנו בפרק. מידע זה מתמצת בעבור המורים את מצב הכיתה ומשמש "אירוע הערכה"



איור 4: לוח הבקרה – לוח המחוונים המוצג לפני המורה ("מבט-על")

איור 3: מסך פתיחה של "שברים בדרך שלי" לכיתה ד'



איור 5: לוח המחוונים במערכת אדפטיבית – דוגמה ל"אירוע הערכה"

שיטת המחקר

במחקר זה רצינו לבחון את האופן שבו מורים משתמשים בנתונים המוצגים במערכת למידה אדפטיבית לצורך קבלת החלטות פדגוגיות והתאמת ההוראה לצורכי התלמידים. המחקר נשען על תאוריות של הערכה מעצבת וקבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM), ומציע מודל ראשוני לתייעוד ולמיפוי של תהליכי קבלת ההחלטות של מורים. מטרת המחקר הייתה לאפיין מסלולים של קבלת החלטות של המורים על סמך נתוני ההערכה המוצגים בלוח המחוונים, ולבחון את פרשנותם, את נימוקיהם ואת שיקוליהם להתערב או לא להתערב.

מערכת המחקר והליך המחקר

שאלת המחקר: מהם המסלולים בתהליך קבלת ההחלטות על בסיס נתונים מסביבת למידה אדפטיבית ומהם הנימוקים להחלטת המורים להתערב או לא להתערב?

נעשו חמישה חקרי מקרה באמצעות ראיונות ותצפיות בלתי משתתפות. בכל חקר מקרה יש סדרה של שלושה שיעורים בנושא "שברים" אצל מורות למתמטיקה המשתמשות בסביבת למידה אדפטיבית בשיעוריהן. התנהלו ראיונות עם המורות



לפני השיעור ובתום השיעור, והכותבת הראשונה נכחה בהם בתפקיד צופה בלבד. הראיונות נעשו בתיאום מראש עם המורות כדי לפנות להן זמן מייד עם תום השיעור. הנתונים מהראיונות ומהתצפיות אפשרו לחשוף את שיקולי הדעת של המורה למתמטיקה בתהליכים של קבלת החלטות מבוססת נתונים שסיפקה מערכת אדפטיבית, ואת האופן שפירשו המורות נתונים אלה עד לקבלת החלטה.

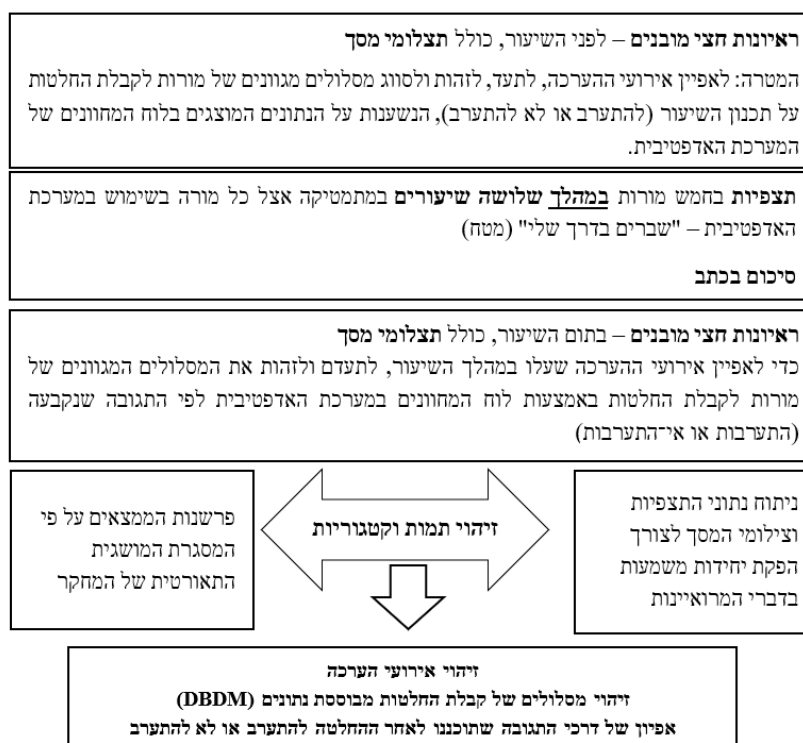
המשתתפות במחקר

במחקר השתתפו חמש מורות למתמטיקה בבית ספר יסודי המלמדות בכיתות ד'–ה' (כיתות רגילות שיש בהן גם תלמידים עם לקויות למידה) במגזר היהודי (ממלכתי וממלכתי-דתי), שנבחרו בדגימה בלתי הסתברותית מסוג דגימת זמינות (nonprobability availability sampling, Daniel, 2011). לכולן יש ותק של למעלה מ-15 שנים בהוראת מתמטיקה ולכולן יש ותק של שלוש שנים בהוראה בסביבת למידה אדפטיבית – שילוב מערכת אדפטיבית – "שברים בדרך שלי" בשיעורי המתמטיקה.

עיבוד הנתונים וניתוחם

הראיונות תומללו ונותחו בעבור כל סדרת שאלות בגיליון אקסל בנפרד. לכל מורה נבנה גיליון נפרד. התשובות נותחו באמצעות ניתוח תוכן שיטתי. מטרות הניתוח היו לאפיין שימוש בלוח המחוונים במערכת האדפטיבית לצורך קבלת החלטות ולזהות סוגי מסלולים לקבלת החלטות כדי לשרטט מפה לתיעוד מסלולים אלה. בניתוח האיכותני, התשובות לראיונות חולקו ליחידות משמעות (units of meaning – ממילה בודדת ועד לכמה משפטים שמביעים רעיון אחד) באמצעות זיהוי "מילות מפתח" ונושאים שחוזרים בתשובות. העיסוק בראיונות בהסברים ובפרשנות של המורות בדבר קבלת החלטות מבוססת נתונים להמשך ההוראה התמקד בפרשנותן ובישקולי דעתן רק באירוע ההערכה שזיהו במערכת האדפטיבית.

בתיאור הממצאים מהראיונות משולבות תובנות מהתצפיות ומצילומי מסך רלוונטיים מהראיונות. מערך המחקר ומהלכו – המשתתפות, הכלים והניתוח על בסיס התאוריה (כמסגרת מושגית) וכן הפקת תמות העולות מהתצפיות ומדברי המשתתפות בראיונות – מוצגים באיור 6.



איור 6: מערך המחקר ומהלכו

ממצאים

במחקר זה נעשו חמישה חקרי מקרה באמצעות ראיונות ותצפיות בלתי משתתפות כדי ללמוד מהם המסלולים בתהליך קבלת ההחלטות על בסיס נתונים מסביבת למידה אדפטיבית ומהם הנימוקים להחלטת המורים להתערב או לא להתערב.

ניתוח הראיונות העלה דפוסים מאפיינים שאפשרו לזהות שלושה סוגי מסלולים של קבלת החלטות מבוססת נתונים:

1. **מסלול ישיר בין כמה מאבני הדרך ורכיביהן** – מסלול שעברה בו המורה ($\leftarrow$) מנקודת הפתיחה של המסלול, אבן הדרך הראשונה: התבוננות בלוח המחוננים במערכת האדפטיבית במבט־על ועד לתום המסלול באבן הדרך הרביעית: "קבלת החלטה" או החמישית: "תגובה והתערבות", **מתוך דילוג על כמה מאבני הדרך ורכיביהן** (אבן דרך שנייה: "מיקוד הזיהוי", אבן דרך שלישית: "פרשנות").

2. **מסלול ישיר בין כל אבני הדרך ורכיביהן** – מסלול שעברה בו המורה מנקודת הפתיחה של המסלול, אבן הדרך הראשונה: התבוננות בלוח המחוננים במערכת האדפטיבית במבט־על ועד לתום המסלול באבן הדרך הרביעית: "קבלת החלטה" או החמישית: "תגובה והתערבות", **בלא דילוג על שאר אבני הדרך**. לאורך המסלול התבוננות בו בזמן ($\leftrightarrow$) בנתוני הלוח המחוננים נעשתה רק ברכיבים שבתוך אבני הדרך.

3. **מסלול איטרטיבי (iterative) בין כל אבני הדרך ורכיביהן** – מנקודת הפתיחה של המסלול, אבן הדרך הראשונה: התבוננות בלוח המחוננים במערכת האדפטיבית במבט־על ועד לתום מסלול קבלת ההחלטות באבן הדרך הרביעית: "קבלת החלטה" או החמישית: "תגובה והתערבות", המורה **עשויה לחזור** לאבני דרך קודמות (**איטרציה**), כדי לקבל נתונים אחרים על ההחלטה והתגובה. לאורך המסלול התבוננות בנתוני הלוח המחוננים נעשתה **הן בין אבני הדרך הן ברכיביהן**.

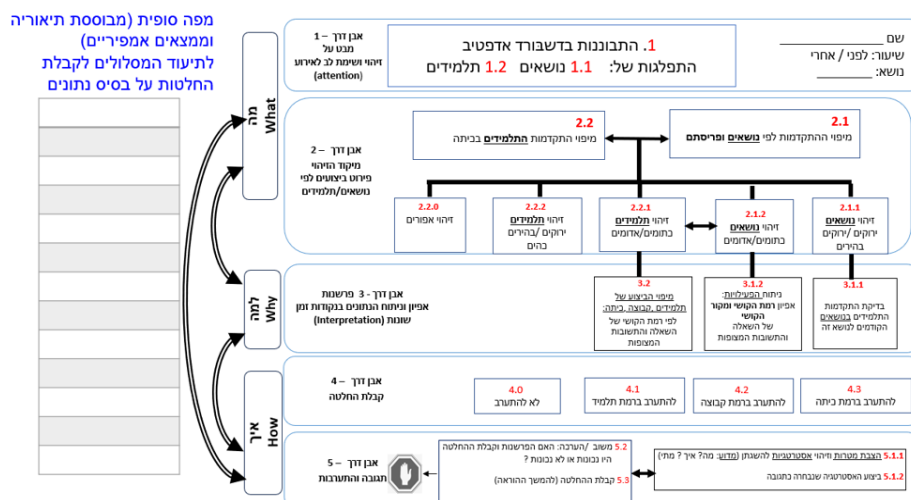
סך הכול תועדו ונותחו 50 מסלולים המתארים אירועי הערכה, ונבחרו 15 (30%) מהם לניתוח מעמיק (שלושה מהם מוצגים להלן בממצאים). העיקרון לבחירתם היה תשובה מפורטת של המורה לשאלות הריאיון ופירוט הנמקה ברורה להחלטות שהתקבלו. תחילה זוהו ביטויים חוזרים שעלו בתשובות, ונבנה מהם מודל של קטגוריות לתיאור ההנמקה לבחירות בהמשך, נותחו אירועי ההערכה שתיארו בראיונות על פי הסכמה החדשה.

לצורך הניתוח נקבעו הסימנים האלה:

- חץ ישיר ($\leftarrow$) – מתאר נתיב (pathway) במסלול (route) שבו המורה מתבוננת ברכיב אחד של אבן דרך ועוברת לרכיב אחר באותה אבן דרך, או רכיב אחר באבן הדרך שלאחריה.
- חץ איטרטיבי ($\leftrightarrow$) – מתאר נתיב במסלול שבו המורה מתבוננת בו בזמן בכמה רכיבים של אבן דרך אחת או התבוננות בו בזמן בשתי אבני דרך שונות זו מזו. לדוגמה, מיקוד זיהוי בתלמיד מסוים (אבן דרך 2) בעת פרשנות (אבן דרך 3).

בניתוח של 15 אירועי ההערכה נמצאו שני מסלולים ישירים בין כמה מאבני הדרך, חמישה מסלולים ישירים בין כל אבני הדרך ורכיביהן ושמונה מסלולים איטרטיביים בין כל אבני הדרך ורכיביהן.

לסיכום, להלן המפה המעודכנת לתיעוד מסלולי קבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) לאחר אירוע הערכה שזוהה בלוח המחוננים על בסיס התאוריה וממצאי הראיונות. ממצאי הראיונות יוצגו להלן על גבי המפה המעודכנת (איור 7).



איור 7: מפה מעודכנת לתיעוד מסלולים לקבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) על בסיס התאוריה והממצאים

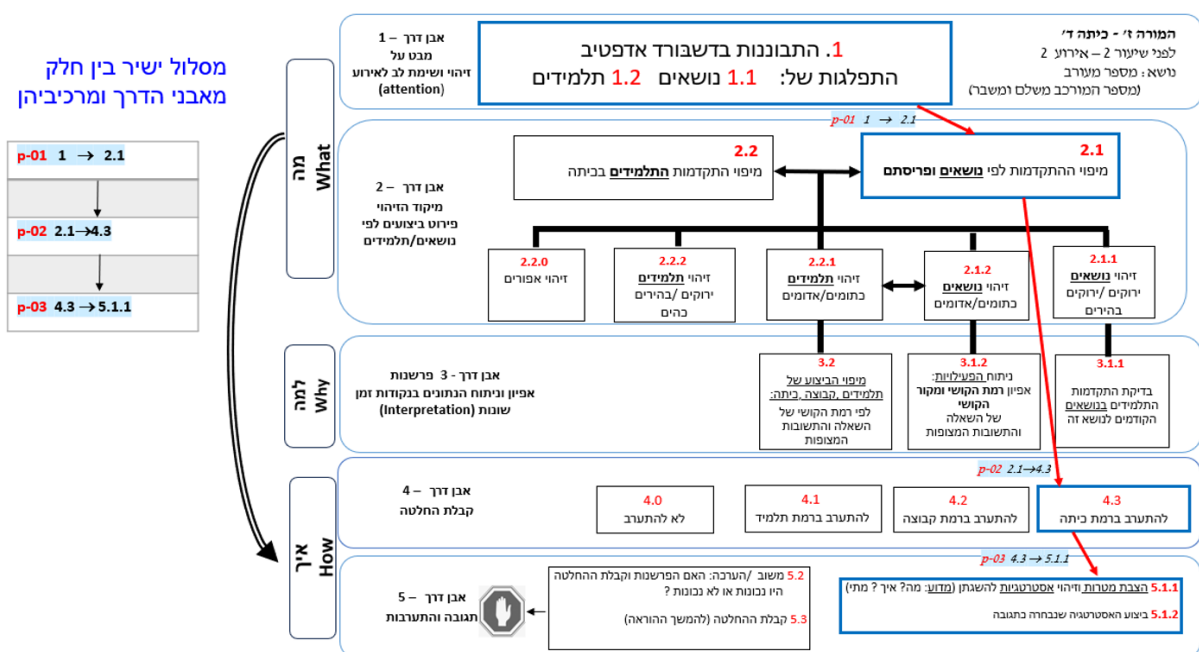
העדכון של מפת המסלולים היה באמצעות הוספת חיצים דו־כיווניים לתיעוד התבוננות בו בזמן בשתי אבני דרך (ולא רק בין הרכיבים של כל אבן דרך): מאבן דרך "מה" לאבן דרך "איך" ומאבן דרך "מה" לאבן דרך "איך" (הקשרים מסומנים בקשת עם שני קווים וחץ בכל קצה).

בסעיפים לאחר מכן מתוארים שלושת המסלולים שזוהו במחקר. בפרק הממצאים מוצגת דוגמה אחת לכל מסלול.

1. מסלול ישיר בין כמה מאבני הדרך ורכיביהן

מסלול קבלת ההחלטות באירוע הערכה ב' – קבלת החלטה לאחר התבוננות תכליתית בנתוני המערכת האדפטיבית בנושאי הלימוד ופריסתם – "זהו מושג חדש בנושא השברים – ואני ארצה לפתוח בו".

לפני שיעור בכיתה ד' בנושא "מספר מעורב" (מספר המורכב משלם ומשבר), המורה ז' מתבוננת בלוח המחווניים. באירוע הערכה זה, איור 8 מציג את המסלול שהתמקד בנושאים בלבד וכיוון ישירות להצבת מטרות ואסטרטגיות להשגתן.



איור 8: מסלול ישיר בין כמה מאבני הדרך ורכיביהן, הממוקד בהתבוננות תכליתית בנושאים בלבד, שמכוון להצבת מטרות ואסטרטגיות להשגתן

במסלול זה אירוע ההערכה מתחיל בהתבוננות משולבת בלוח המחווניים – בנושא ובתלמידים. ההתבוננות בלוח המחווניים מכוונת את המורה להתמקד בנושאים שנלמדו ופריסתם (2.1): "ראיתי שרוב הכנות נמצאות כבר אחרי נושא 3 – מספרים מעורבים". מיקוד הזיהוי של האירוע נשען על ניסיונה של המורה. לדבריה "אני עדיין לא לימדתי בכלל את המושג הזה, למרות שהן השתמשו בשברים גדולים מ-1 רק בזיהוי וייצוגם".

נתיב 2 – $p-02 \ 2.1 \rightarrow 4.3$ על כן היא מקבלת ישר החלטה (כלי פרשנות של הזיהוי, אבן דרך 3) המסתמכת על ניסיונה בהוראת הנושא: "זהו מושג חדש בנושא השברים ואני ארצה לפתוח בו בתחילת השיעור, פתיחה במליאה".

נתיב 3 – $p-03 \ 4.3 \rightarrow 5.1.1$ על סמך תיאור המטרה בהחלטתה, היא מציגה את האסטרטגיות להשגתה (5.1.1): "רציתי להכיר להן, למי שלא יודעת ולמי שכבר יודעת זה יהיה חזרה. במליאה לרשום על הלוח את השבר $\frac{8}{6}$ והשבר $\frac{1}{6}$. לבקש מאחד התלמידים שיצייר את השבר על הלוח בעזרת אמצעי המחשה".

מאפייני המסלול

במסלול ישיר זה המורה בודקת בתכליתיות במבט־על את נושאי הלימוד ופריסתם בזיקה להתקדמות הבנות. היא אינה מנצלת את הרכיבים של אבן דרך 2 (זיהוי נושאים ותלמידים לפי ירוק-כתום-אדום-אפור) ושל אבן דרך 3 (פרשנות וניתוח הנתונים שהמערכת האדפטיבית מספקת), אלא מחליטה ללמד במליאה (4.3) על בסיס ניסיונה והכרתה בחשיבות הנושא מבחינה מתמטית.

מאפיינים ייחודיים

מבט־העל במערכת אדפטיבית מאפשר למורה מנוסה לוותר על שלב ה"למה" (הרכיבים של אבן דרך 2 ושל אבן דרך 3), ולמעשה לקבל בתכליתיות ובו בזמן תשובה לשאלות "מה-למה-איך", ומתוך כך להחליט ישר על ההתערבות ומטרותיה

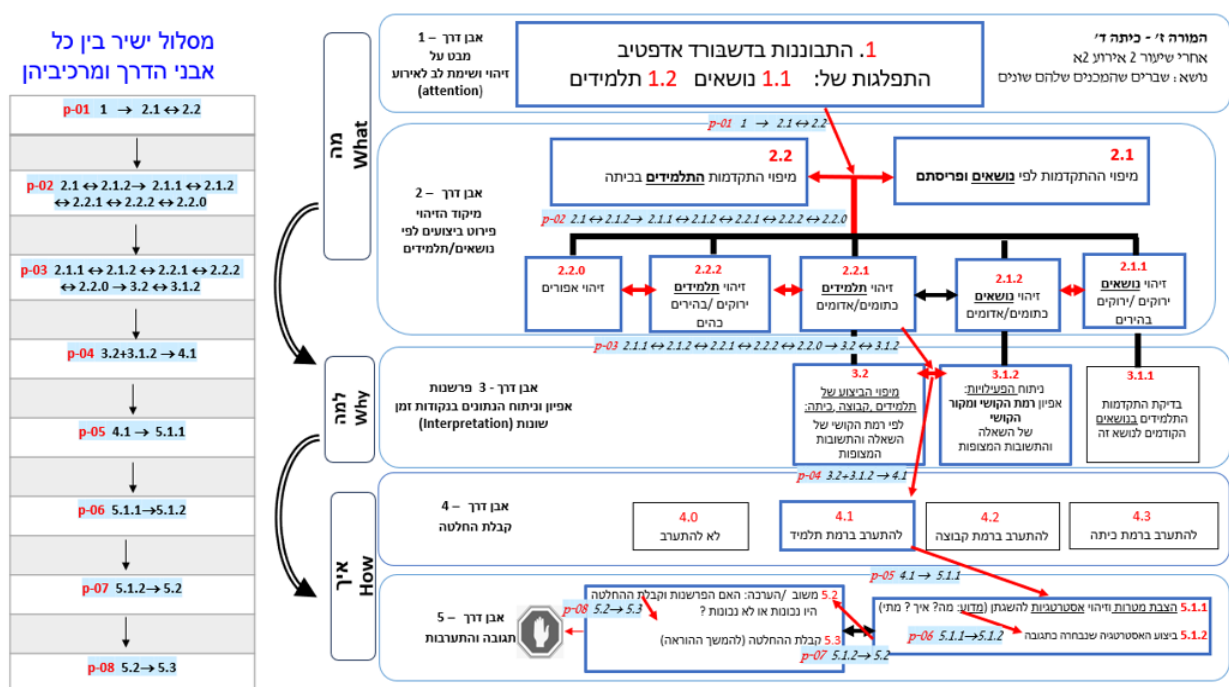
מאפייני ההתערבות

ההתערבות ברמת הכיתה שהמורה בחרה מכוונת אותה לפעול ("אני ארצה", "רציתי להכיר להן"). את החלטתה היא מנמקת באמצעות שיקול משולב בין הנושא הנלמד ובין הידע של התלמידים על רקע ההצלחה של כמה מהם ואי-הצלחה של אחרים ברצף הפעילויות.

2. מסלול ישיר בין כל אבני הדרך ורכיביהן

מסלול קבלת ההחלטות באירוע הערכה א' – קבלת החלטות באמצעות התבוננויות בו בזמן ברכיבים של אבני הדרך – "עד פעילות 9 [...] הצבע ירוק [...] בדקתי מה השאלות. משאלה 8 ואילך – היו כבר אפורים כתומים ואדומים".

אחרי שיעור בכיתה ד' שנשא ד"ר שבריר שהמכנים שלהם שונים, המורה ז' מתכוננת בלוח המחווים. באירוע הערכה זה איור 9 מציג את המסלול הישיר שכיוון להחלטה מוכללת בנושא הוראת המתמטיקה.



איור 9: מסלול ישיר בין כל אבני הדרך ורכיביהן, באמצעות התבוננות בו בזמן ברכיבים, שמכוון להחלטה מוכללת בנושא הוראת מתמטיקה

נתיב $1 \rightarrow 2.1 \leftrightarrow 2.2 - 1$

במסלול זה אירוע ההערכה מתחיל בהתבוננות משולבת בלוח המחוונים – בנושא ובתלמידים. הוא נמשך במיפוי ההתקדמות לפי נושאים ופריסתם (2.1) בידי המורה באמצעות המערכת האדפטיבית לצד ($\leftrightarrow$) זיהוי התקדמות התלמידים (2.2): "בדקתי בלוח המחוונים את הנושא הבא, שבו גם בנות כבר התקדמו, והנושא 4 היה שברים שהמכנים שלהם הם שונים".

נתיב 2 – 2.2.0 ↔ 2.2.2 ↔ 2.2.1 ↔ 2.1.2 ↔ 2.1.1 ↔ 2.1.2 ↔ 2.1 ↔ p-02 2.1

המערכת האדפטיבית מאפשרת למורה למקד את הזיהוי בכלל הרכיבים של אבן הדרך 2: "שמתי לב, שעד פעילות 9 שכל הבנות שהגיעו לנושא זה ידעו יפה שהצבע הוא ירוק וגם האחוזים רובם 100. בדקתי מה השאלות. רובן עסקו במכנה. זיהוי מהו מכנה ומה תפקידו. משאלה 8 ואילך – היו כבר אפורים כתומים ואדומים".

חיפוש					נקודות	
שאלה 5	שאלה 4	שאלה 3	שאלה 2	שאלה 1	התקדמות	ציון
80	100	100	50	100		86
80	100	100	100	100		96
100	100	100	50	100		90
100	71	33	100	100		81
100	100	83	100	100		96
100	100	100	100	100		100

איור 10: דוגמה ללוח הבקרה של המורה בסביבה

נוסף על ההתבוננות בתמונה הכללית של התלמידות, המורה מזהה תלמידה שחלה אצלה ירידה בביצועיה: "אבל תלמידה אחת בלטה לי שעבדה יפה עד פעילות 8, ובפעילות 9 ועשר ממש נפלה ולא ידעה. בדקתי מי התלמידה".

נתיב 3 – 3.1.2 ↔ 3.2 ↔ 2.2.0 ↔ 2.2.2 ↔ 2.2.1 ↔ 2.1.2 ↔ 2.1.1 p-03
 כדי להבין את מקור הקושי שלה, המורה מתבוננת בו בזמן (↔) ברכיבים המגוונים המוצגים במערכת האדפטיבית:

כשבדקתי מה היו השאלות – לא היה ברור לי למה היא לא ידעה. הן לא היו שאלות ברמת הבנה גבוהה, אלא ברמת ידע בסיס.

למרות זאת, לא הצליחה. היא לא הבינה מהו מכנה ומהו מונה. ואיפה רושמים כל אחד מעל קו השבר או מתחתיו?



שאלה 1

הפס השלם הוא היחידה. בחרו את הציור המתאים למספר המעורב.



$2\frac{2}{6}$






☐



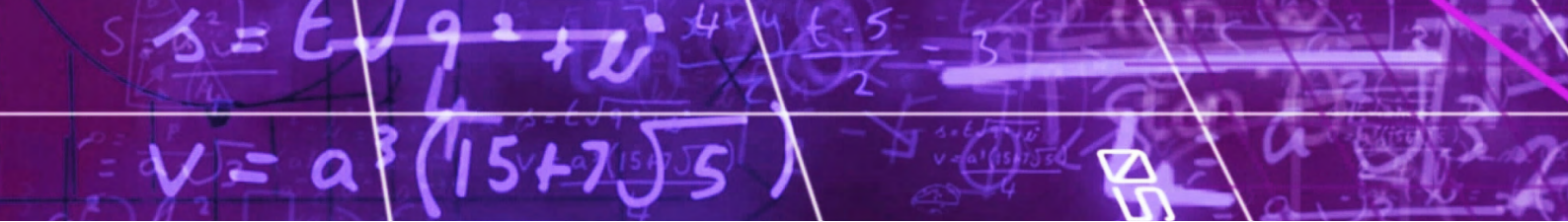



☐




☐

איור 11: שאלה מתוך הסביבה



נתיב 4 – 4.1 → 3.1.2 ↔ 3.2 p-04

שיקולים איטרטיביים אלו הניעו את המורה להחליט להתערב ברמת תלמידה (4.1): "קראתי לה למחשב שלי. בהתחלה התלמידה לא הבינה למה טענה".

נתיב 5 – 5.1.1 → 4.1 p-05

כיוון שהתלמידה לא הבינה למה טענה, המורה מציבה מטרה שתבהיר לה את טענה: "אחרי הסבר קצר היא הבינה, ואמרה שזה ברור, וגם שהיא מבינה את ההבדל בין החלק הצבוע למספר החלקים".

נתיב 6 – 5.1.2 → 5.1.1 p-06

בהמשך היא מתארת את האסטרטגיה להוראה שהשתמשה בה: "פתחתי את המשימות וביקשתי ממנה לפתור. מייד ראיתי שהיא כתבה את החלקים הצבועים כמכנה ואת סך החלקים כמונה. ישבתי והסברתי לה מהו מכנה מהו מונה וכיצד אנו רושמים אותו כשבר".

נתיב 7 – 5.2 → 5.1.2 p-07

ההערכה של החלטתה מגובה בנתונים שסיפקה לה המערכת האדפטיבית: "בלט לי שאותה תלמידה ידעה יפה את תשע הפעילויות הראשונות, ודווקא כאן, שלדעתי אין סיבה שלא ידעה. האמת שדי הופתעתי מהתלמידה. אני יודעת משנים שאני מלמדת שיש הרבה בנות שמתבלבלות בין כתיבת המונה למכנה. אבל דווקא ממנה התפלאתי".

נתיב 8 – 5.3 → 5 p-08

המורה מסיימת בתיאור החלטה כללית שקיבלה בתום המסלול על הוראת המתמטיקה: "אבל זה חיזק אצלי שתמיד צריך לבדוק שיש הבנה גם אצל בנות שברור כאילו יודעות את הנושא". אירוע זה משקף מעגל שלם של הערכה מעצבת, התלמידה מקבלת משוב מידי מהמערכת, והמורה משלימה את המשוב לתלמידה באמצעות התבוננות בלוח המחוונים.

מאפייני המסלול

- במסלול ישיר זה שניצל את כל אבני הדרך, המערכת האדפטיבית מאפשרת למורה לצפות בשיטתיות בנתונים מגוונים, הנוגעים בו בזמן לנושאים או פעילויות לפי תלמידים. ניתוח ופרשנות של נתונים אלה תורמים לחיזוק התובנות והמסקנות שהיא מגבשת על בסיס ניסיונה הרב והיכרותה את תלמידה ומכוונים להחלטה מבוססת נתונים.
- הסביבה של המערכת האדפטיבית תורמת גם לקידום המקצועי של המורה ולשיפור ההוראה, כיוון שהיא מספקת נתונים המחזקים את הערכת המורה במידה שבה הידע והניסיון המקצועיים שלה מדויקים ואמינים לצורך קבלת החלטות. כאן המורה עושה הערכה מחודשת של הניסיון שלה בהוראת הנושא ("אני יודעת משנים שאני מלמדת שיש הרבה בנות שמתבלבלות בין כתיבת מונה למכנה") על בסיס ניתוח ההתערבות שעשתה ברמת התלמידה הבודדת ("אבל דווקא ממנה התפלאתי").

מאפיינים ייחודיים

- המורה עוברת בין כל אבני הדרך ובוחנת תלמידים–נושאים–פעילויות באמצעות **התבוננות בו בזמן** (↔) ברכיבי אבן הדרך המוצגים באמצעות המערכת האדפטיבית.
- המסלול, שיש בו ניצול מלא של אבני הדרך ורכיביהן המוצגים באמצעות המערכת האדפטיבית, כיוון את המורה לא רק להחליט על הוראת הנושא והערכת האסטרטגיה שנבחרה, אלא גם להציע החלטה שאפשר **להכלילה** להוראת כל נושא במתמטיקה או בתחומי דעת אחרים (וידוא הבנה של בנות שלכאורה הבינו).

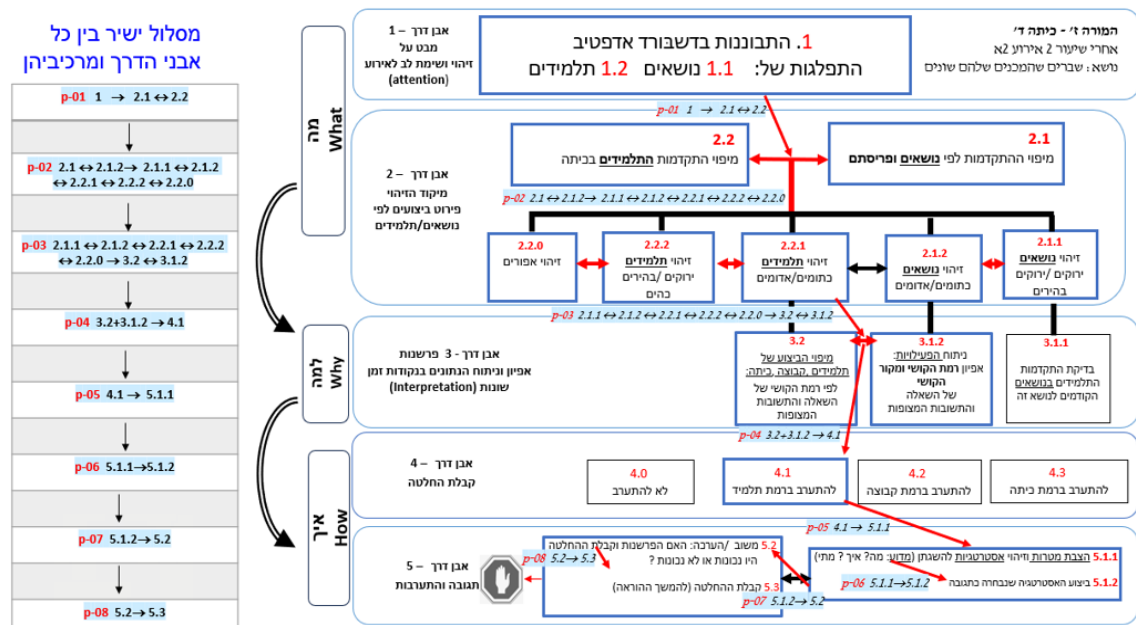
מאפייני ההתערבות

ההתערבות ברמת התלמידה שהמורה בחרה בה מאפשרת לתלמידה לזהות ולנתח לעומק את מקור גישתה השגויה ("ביקשתי ממנה לפתור"), מתוך קבלת אחריות מצידה כמורה, לוודא את הבנתה של התלמידה והבנה אצל כלל התלמידות (גם אלו שלכאורה אמורות לשלוט בחומר הנלמד, על רקע היכרותה איתן וניסיונה בהוראת מתמטיקה).

3. מסלול איטרטיבי בין כל אבני הדרך ורכיביהן

מסלול קבלת ההחלטות באירוע הערכה ב' – קבלת החלטה באמצעות נתונים מרכיבים מגוונים בתוך אבני הדרך וביניהן – "לאותם שני תלמידים, לאורך הדרך, ירוק/אדום וגם בסוף אפור. נכנסתי לשאלות באפור, לראות מה השאלות והפעילויות".

אחרי השיעור בכיתה ה' שנושאו היה "השבר כחלק מכמות", המורה ל' מתבוננת בלוח המחווניים. באירוע הערכה זה אזור 12 מציג את המסלול האיטרטיבי שכיוון להחליט להתערב ברמת הקבוצה מתוך ($\leftrightarrow$) הצבת מטרות ותכנון האסטרטגיות להשגתן.



אזור 12: מסלול איטרטיבי בין כל אבני הדרך המשלב השוואה מורכבת עם נושאים/פעילויות שדילגו עליהם התלמידים או המחשב (המרכיב האפור), שמכוון למשוב/הערכה של האסטרטגיה שנבחרה ונעשתה

נתיב 1 – $p-01 \ 1.2 \rightarrow 3.2$
במסלול זה לאחר השיעור הסתייעה המורה במערכת האדפטיבית כדי לבחון אירוע שזיהתה: "פתחתי את הלוח המחווניים, לא תמיד יש לי זמן בשיעור, עניינו אותי שני תלמידים, לא הייתי בטוחה שהם באמת מבינים עד הסוף".

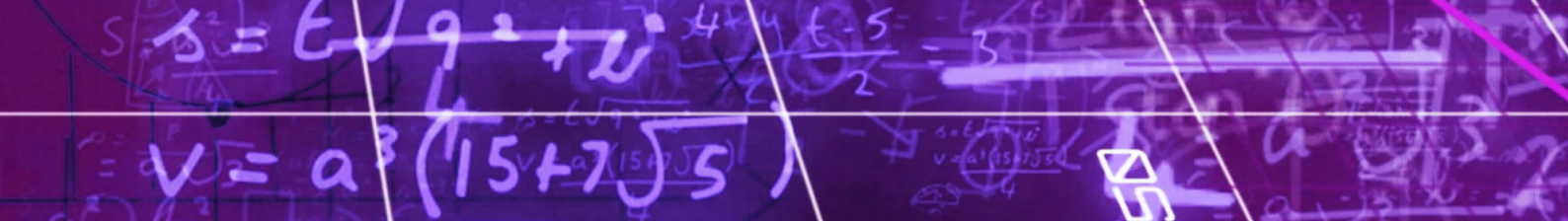
נתיב 2 – $p-02 \ 3.2 \leftrightarrow 3.1.2$
לצורך כך היא מתמקדת בניתוח תלמידים אלה: "סיננתי את שני התלמידים, ובדקתי מה עשו בנושא 1, השבר כחלק מכמות, שכבר למדנו אותו ועשינו חזרה היום בשיעור".

נתיב 3 – $p-03 \ 3.2 \leftrightarrow 3.1.2 \leftrightarrow 2.2.0$
המורה משלבת התבוננות ברכיב האפור לצורך תמיכה בהחלטה המתגבשת: "ראיתי שלאותם שני תלמידים – לאורך הדרך – ירוק/אדום וגם בסוף אפור. תחילה נכנסתי לשאלות באפור, לראות מה השאלות והפעילויות, והאם כדאי להתעכב עליהן, כי אפור בדרך כלל זה העשרה שהמחשב דילג, או אולי התלמידים דילגו, כי היה קשה להם". כאן המערכת האדפטיבית מאפשרת למורה לאפיין את הנתונים, לנתח ולפרש אותם (אבן דרך 3).

נתיב 4 – $p-04 \ 3.2 \leftrightarrow 3.1.2 \leftrightarrow 2.2.0 \leftrightarrow 4.0$
זיהוי אופי הפעילויות שדילגו עליהן (אפור) ופרשנות הנתונים שמוצגים במערכת האדפטיבית מסייעים למורה להחליט לא להתערב: "החלטתי לא לתת כרגע מענה לגבי האפור, זה העשרה".

נתיב 5 – $p-05 \ 4.0 \rightarrow 2.1.2 \leftrightarrow 3.1.2$
באמצעות המערכת האדפטיבית המורה מתבוננת בו בזמן ($\leftrightarrow$) בזיהוי נושאים כתומים/אדומים (2.1.2) וניתוח הפעילויות שלהם (3.1.2) – זיהוי רמת הקושי, מקור הקושי של השאלות והתשובות המצופות, שכיוונו אותה להחלטה:

להתערב דווקא בשאלות שהיו אדומות. בסוף השיעור – נשארו עשר דקות, השאלות הללו היו עדיין במהות התחלה, למרות שבמליאה בפתחת השיעור עשיתי חזרה עם כולם וגם ישבתי עם קבוצת תלמידים. כאשר עברתי ביניהם, השאלות ששאלו אותי ואת החברים לידם עוררו אצלי חשש שהם עדיין לא הבינו מהו שבר וזיהוי.



נתיב 6 – 5.1.1 ↔ 4.2 → 3.1.2 ↔ 2.1.2 p-06

ההחלטה להתערב ברמת הקבוצה (4.2) שולבה (↔) בהצבת המטרה והנמקת האסטרטגיה שבחירה:

לכן קראתי לשני התלמידים האלה. נושא זה הוא הבסיס להבנת המשך החומר בשברים. זה היה כבר סוף השיעור ולא היה הרבה זמן, אבל זה המהות וחשוב לי לשמוע אותם ולראות מה יודעים. ולדעתי, הם כבר אחרי המליאה, וגם התקדמו בנושא, היה חשוב לי לשמוע את התשובות שלהם ולשאול אותם שאלות שידייקו אותי היכן הקושי ותוך כדי זה לעזור להם.

נתיב 7 – 5.1.2 → 5.1.1 ↔ 4.2 p-07

המורה מפרטת את דרך ההתערבות (5.1.2): "קראתי לשני התלמידים אליי. פתחתי להם את המשימות מהמערכת האדפטיבית אצלי במחשב ויחד איתם ובשאלות מכוונות שלי פתרנו את השאלות בפעילות. גם ביקשתי מהם שיציירו לי את השברים שאני אומרת".

נתיב 8 – 5.2 → 5.1.2 p-08

מסלול זה מסתיים בתיאור המשוב של המורה על התערבות שעשתה: "השאלות ששאלתי, וביקשתי מהם גם הסבר, וביקשתי שיציירו לי, נתתי להם על דף עוד תרגול. השאלות והתיווך שלי עזרו להם להבין וגם לי במה הם מתקשים". על בסיס המשוב היא מעריכה את החלטתה ומצדיקה את נכונותה: "זה מחזק אותי! כשיש קושי – צריך לברר עם התלמיד ישירות. השאלות עימו חידדו לי ולו מה הוא לא יודע, ולי – מה לעשות [כדי] לעזור לו".

מאפייני המסלול

במסלול איטרטיבי זה, שעבר בין כל אבני הדרך ורכיביהן, המורה משלבת השוואה איטרטיבית עם נושאים/פעילויות שדילגו עליהם התלמידים או המחשב (הרכיב האפור) לשם קבלת ההחלטה. במהלך המסלול המורה מנצלת היטב את הנתונים שמספקת לה המערכת האדפטיבית לא רק להחליט אלא גם כדי לתת לה משוב ולהעריך את האסטרטגיה שבחירה בה ויישמה אותה.

מאפיינים ייחודיים

ממסלול זה הופקו שני מאפיינים שייוספו לסכמה הראשונית של מסלול קבלת ההחלטות:

- שימוש בו בזמן (↔) בנתונים מהמערכת האדפטיבית בין אבני הדרך, זיהוי נושאים שבהם תלמידים מתקשים (כתומים/אדומים) (2.1.2) לצד (↔) ניתוח הפעילויות והשאלות לאפיון מקור הקושי (3.1.2).
- קבלת החלטה (↔) – כאן ברמת הקבוצה (4.2) המשולבת בפירוט המטרות והאסטרטגיות המתוכננות להשגתן (5.1.1).

מאפייני ההתערבות

ההתערבות שהמורה בחרה ברמת התלמיד (שני תלמידים יחד) מסייעת להם להתמודד עם משימות המערכת האדפטיבית שלא הצליחו בהן. באמצעות שאלות מכוונות והמחשה (ציורי שברים) המורה מנחה אותם לפתור את השאלות בפעילות.



סיכום המסלולים לקבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) לאחר אירוע הערכה שזוהה בלוח המחוונים

סוגי המסלולים אירוע מורה כיתה נושא מספר נתיבים	מסלול איטרטיבי/ ישר	מעבר בין אבני הדרך לקבלת ההחלטה	מאפייני המסלול	מאפיינים ייחודיים של השימוש במערכת האדפטיבית במסלול לקבלת החלטה	מאפייני ההתערבות שנקבעה לאחר ההחלטה
מסלול ישר בין כמה מאבני הדרך ורכיביו					
המורה ז' כיתה ד' לפני שיעור "מספר מעורב (משבר למספר מעורב ולהפך)" שלושה נתיבים	ישר	כמה מהן	קבלת החלטה לאחר התבוננות תכליתית בנתוני המערכת האדפטיבית בנושאי הלימוד ופריסתם	מבט העל במערכת אדפטיבית מאפשר למורה מנוסה לוותר על שלב ה"למה" ולקבל תשובה לשאלות ה"מה- למה-איך" המכוון אותה ישר להחליט על ההתערבות ומטרותיה.	ההתערבות ברמת הכיתה שהמורה בחרה מניעה אותה לבחור בפעולות הוראה על בסיס שיקול משולב בין הנושא הנלמד לידע של התלמידים.
מסלול ישר בין כל אבני הדרך ורכיביו					
המורה ז' כיתה ד' אחרי שיעור "שברים שהמכנים שלהם שונים" שמונה נתיבים	ישר	כולן	קבלת החלטות באמצעות התבוננויות בו בזמן ברכיבים של אבני הדרך	המסלול הכולל ניצול מלא של אבני הדרך ורכיביו המוצגות במערכת האדפטיבית, גרם למורה לא רק להחליט על הוראת הנושא ולהעריך את האסטרטגיה שנבחרה, אלא גם להציע החלטה שאפשר להכלילה להוראת כל נושא במתמטיקה ובתחומי דעת אחרים.	ההתערבות ברמת התלמידה שהמורה בחרה מאפשרת לה לזהות ולנתח לעומק את מקור גישתה השגויה לצד קבלת אחריות עליה, כמורה, כדי לוודא את ההבנה של התלמידה וכלל התלמידות על רקע היכרות עימן וניסיונה בהוראת מתמטיקה.
מסלול איטרטיבי בין כל אבני הדרך ורכיביו					
המורה ל' כיתה ה' אחרי שיעור "השבר כחלק מכמות" שמונה נתיבים	איטרטיבי	כולן	קבלת החלטה באמצעות נתונים מרכיבים מגוונים בתוך אבני הדרך וביניהן	במסלול נעשה שימוש בו בזמן בנתונים מהמערכת האדפטיבית בכל אבני הדרך ורכיביו. זיהוי הנושאים שתלמידים מתקשים בהם מלווה בניתוח הפעילויות והשאלות לאפיון מקור הקושי. קבלת ההחלטה משולבת בפירוט המטרות והאסטרטגיות המתוכננות להשגתן.	ההתערבות ברמת שני תלמידים שהמורה בחרה בהם מסייעת להם להתמודד בהנחייתה עם משימות באמצעות שאלות מכוונות והמחשה.

דיון

מטרת מחקר זה היא לזהות ולאפיין את הפוטנציאל של שילוב המערכת האדפטיבית בקבלת החלטות מבוססת נתונים (DBDM) בהוראת מתמטיקה בבית הספר היסודי. השתתפו במחקר חמש מורות¹ לכיתות ד'–ה' שרואיינו לפני שלושה שיעורים ואחריהם ברצף. בזמן השיעור נעשתה תצפית בלתי משתתפת בכיתה בעת שיעורי המתמטיקה. נקודת המוצא של המחקר היא שבמהלך הלמידה וביצוע המשימות, המערכת האדפטיבית צוברת בזמן אמת כמות גדולה של נתונים. איסוף הנתונים ובחינה שיטתית ומתמשכת מאפשרים למקבל החלטות להפיק מידע מדויק ומקיף על הצלחות וקשיים של תלמידים בנושאים המתמטיים. לפיכך הם מסייעים למורה להתערב או לא להתערב, לבחון איזו מסגרת מתאימה (תלמיד/קבוצה/כיתה), להגדיר מה מטרת ההתערבות ואילו אסטרטגיות יש לנקוט כדי להשיגה.

על פי הממצאים תיארו המורות את השימוש במערכת האדפטיבית לצורך קבלת החלטות לפני השיעורים ולאחריהם, ואולם במהלך השיעורים עצמם כמעט שלא נצפו כניסות של המורות ללוח המחוונים. כמה מהן הסבירו שהכיתות גדולות והן מעדיפות לתת פתרון לתלמידים על פי מה שתכננו לשיעור. לטענתן, רק אם נשאר זמן לשיעור והן פנויות להסתכל בלוח המחוונים, הן נעזרות בו לשם קבלת החלטה בצורך בהתערבות בשיעור זה או בשיעור שלאחריו.

באירועי ההערכה שנחקרו במחקר זה זוהו שלושה סוגים של מסלולים לקבלת החלטות מבוססת נתונים באמצעות המערכת האדפטיבית: 1. מסלול ישיר בין כמה מאבני הדרך ורכיביהן; 2. מסלול ישיר בין כל אבני הדרך ורכיביהן; 3. מסלול איטרטיבי בין כל אבני הדרך ורכיביהן. להלן המאפיינים של שלושת המסלולים:

1. **מסלול ישיר בין כמה מאבני הדרך ורכיביהן:** במסלול זה הנתונים שהמורה מקבלת לאחר מבטעל בנתונים של המערכת האדפטיבית משמשים בעיקר לזיהוי ראשוני ולמיקוד הזיהוי של האירוע (הנושא הנלמד). קבלת ההחלטה נעשית בתכליתיות בנושאי הלימוד ופריסתם ונשענת בעיקר על הידע הפרקטי של המורה, ניסיונה המצטבר והיכרותה עם הישגי הכיתה, מה לימדה, עד כמה התקדמה לפי תוכנית הלימודים והכרתה בחשיבות הנושא מבחינה מתמטית. המורה מתבוננת בכמה מאבני הדרך ורכיביהן בלבד, ואינה מנצלת את מגוון הנתונים שהמערכת האדפטיבית עשויה לתמוך בהחלטתה. כלומר מבטעהל מאפשר למורה להסתמך על ניסיונה המצטבר ולוותר על שלב ה"למה" (בלי ניתוח ופרשנות). מתוך כך היא מקבלת תשובה בו בזמן לשאלות ה"מה–למה–איך" ומחליטה ישיר על ההתערבות ומטרותיה.

2. **מסלול ישיר בין כל אבני הדרך ורכיביהן:** במסלול זה המורה מנצלת את כל אבני הדרך ורכיביהן. המורה עוברת בשיטתיות בין כל אבני הדרך, מנקודת הפתיחה של המסלול: התבוננות בלוח המחוונים במערכת האדפטיבית במבטעל, ועד לתום המסלול: קבלת החלטה, תגובה והתערבות. לאורך המסלול ההתבוננות היא בו בזמן ברכיבים המוצגים בנתוני הלוח המחוונים (תלמידים–נושאים–פעילויות) לצורך מיקוד הזיהוי, ורק לאחר מכן ניתוח ופרשנות של הנתונים. שלב זה תורם לחיזוק התבוננות והמסקנות שהמורה מגבשת על רקע ניסיונה המקצועי, תוכנית הלימודים והיכרותה את תלמידיה, המנחות אותה להחליט החלטה המסתמכת גם על נתונים במערכת האדפטיבית.

3. **מסלול איטרטיבי בין כל אבני הדרך ורכיביהן:** במסלול זה המורה מנצלת את כל אבני הדרך ורכיביהן מתוך התבוננויות איטרטיביות ובו בזמן בנתונים של המערכת האדפטיבית, בתוך אבני הדרך (הרכיבים) וביניהן. כלומר המורה חוזרת לאבני דרך קודמות כדי לקבל עוד נתונים לצורך החלטה על ההתערבות והתגובה. נוסף על כך במסלול זה קבלת ההחלטה נעשית לצד קביעת התגובה, המטרות והאסטרטגיות המתוכננות להשגתן. במהלך המסלול המורה מנצלת היטב את הנתונים שמספקת לה המערכת האדפטיבית לא רק בקבלת ההחלטה אלא גם כדי לתת לעצמה משוב על הוראה קודמת (בשיעור זה או בקודמו) ולהעריך את האסטרטגיה שבחרה בה ויישמה אותה.

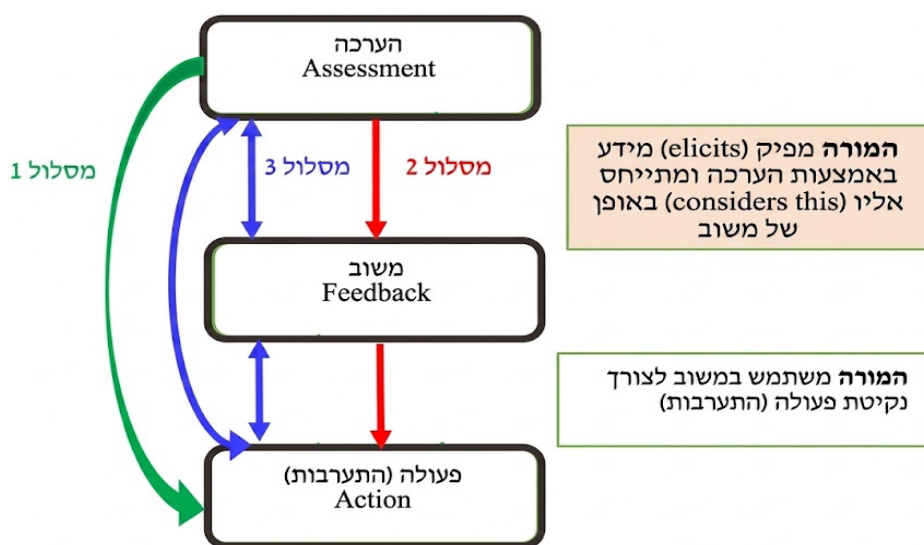
כזכור, המסלול לקבלת החלטות (אבן דרך 4) ותכנון תגובה והערכתה (אבן דרך 5) במערכת האדפטיבית מתחיל במבטעל בלוח המחוונים (אבן דרך 1), במיקוד הזיהוי של אירוע ההערכה (אבן דרך 2) ובהמשך באפיון וניתוח באמצעות פרשנות הנתונים והנמקת הבחירה בהתערבות בנושא תוכנית הלימודים במתמטיקה (אבן דרך 3). כלומר המסלולים לקבלת ההחלטות בסביבת המערכת האדפטיבית נותנים פתרון לצורך בהגברת האובייקטיביות הכרוכה בהערכת הישגים (Ayalon & Wilkie, 2021).

מהממצאים עלתה הבחנה עיקרית בין המסלולים הישירים ובין המסלול האיטרטיבי, הנובעת מדרך הניצול (utilization) של הנתונים שהמורים עשויים להפיק מההתבוננות במסכים של המערכת האדפטיבית (Heitink et al., 2016); במסלולים הישירים שבהם בכל אבן דרך נאספים נתונים אחרים שמכוונים לראות בקבלת

1. השימוש בלשון נקבה נבחר כיוון שבמחקר זה השתתפו מורות בלבד.

ההחלטה הערכה מעצבת, אופן הניצול של הנתונים הוא בסיסי (basic utilization) והנתיבים עוברים מאבן הדרך הראשונה ועד לאחרונה. לעומת זאת במסלול האיטרטיבי – אופן הניצול של הנתונים הוא מיטבי (optimal utilization), כיוון שהוא כולל לולאת משוב – נתיבי חזרה לאבני דרך קודמות ולרכיבים המגוונים שבתוך אבני הדרך (הלוח ושוב) כדי לחדד את ההחלטה המתקבלת על בסיס נתונים אחרים.

השוואת ממצאים אלו למודל התאורטי של קיפרס (Kippers et al., 2018) מראה שנוסף על המסלול המקורי "2". מסלול ישיר בין כל אבני הדרך ורכיביו" המתואר במודל זה, במחקר זה זוהו שני מסלולים אחרים: "1". מסלול ישיר בין כמה מאבני הדרך ורכיביו", "3". מסלול איטרטיבי בין כל אבני הדרך ורכיביו". איור 13 מציג מסלולים אלו על רקע מודל ההערכה המעצבת מבוססת הנתונים של קיפרס (Kippers et al., 2018).



מקרא:

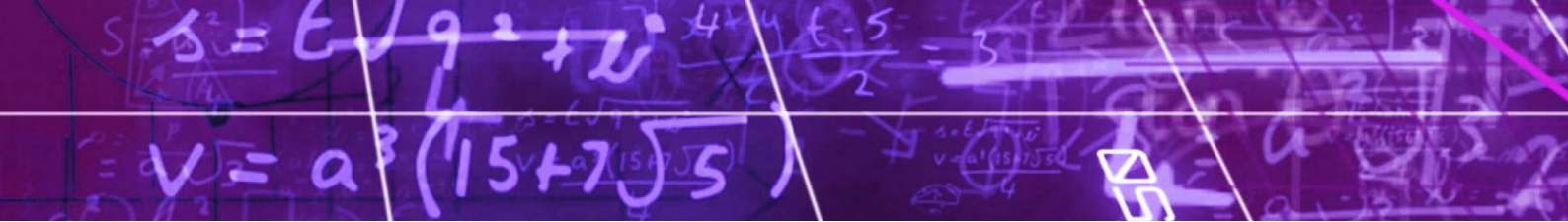
1. מסלול ישיר בין כמה מאבני הדרך ורכיביו
2. מסלול ישיר בין כל אבני הדרך ורכיביו
3. מסלול איטרטיבי בין כל אבני הדרך ורכיביו

איור 13: שלושה מסלולים לקבלת החלטות בסביבת הלמידה האדפטיבית – הערכה מעצבת מבוססת נתונים על בסיס המודל של קיפרס (Kippers et al., 2018)

מקומם של הידע והניסיון הקודם של המורים בתהליכים של קבלת החלטות

מעיון בשלושת המסלולים ונתיביהם עולה השאלה הזו: מה מקומו של ניסיונה של המורה, הידע שלה בהוראת מתמטיקה והיכרותה עם התלמידים בתהליך קבלת ההחלטות? מהראיונות עלה כי במסלול הראשון קבלת ההחלטה נעשית ישירות לאחר מבט על בלוח המחווים ומיקוד הזיהוי על פי ניסיון, היכרות עם תוכנית הלימודים והנלמד – מבלי לעבור שלב של ניתוח ופרשנות של הזיהוי באמצעות נתונים אחרים שהמערכת האדפטיבית מאפשרת לאסוף אותם. במסלול השני קבלת ההחלטה נעשית לאחר נתונים שהציגה המערכת האדפטיבית, ובאמצעות ניתוח הזיהוי ופרשנותו הם מחזקים את הידע הפרקטי של המורה הנשען על ניסיונה. במסלול השלישי המורה לא רק מתכננת התערבות לאחר החלטה באמצעות המערכת האדפטיבית, אלא גם נעזרת בנתונים שהמערכת האדפטיבית מאפשרת כדי להעריך מחדש את ניסיונה בהוראת הנושא ומאפייני התלמידות, וכן להעריך שוב את החלטותיה בשיעורים קודמים והנלמד בכיתה לאחריהם. מתוך כך במסלול קבלת החלטות זה סביבת המערכת האדפטיבית תורמת גם לקידומה המקצועי של המורה ולשיפור ההוראה שלה.

על פי הספרות אף על פי שישנם נתונים רבים, זמינים ומתאימים, לרוב המורים אין די ידע, כישורים ומיומנויות כדי לנצלם להערכה מעצבת של ניסיון והחלטות קודמים ולשפר על פיהם את ההוראה (לויזרד, 2013). המערכת האדפטיבית מספקת בזמן אמת נתונים מצטברים מדויקים ובאיכות גבוהה, ואפשר להפיק מהם מידע חשוב לשיפור ההוראה (Lai & Schildkamp, 2013). מחקרים הראו כי ככל שמורים אספו וניתחו יותר נתוני הערכה, כך הם ניצלו אותם לצורך קבלת החלטות בהוראה (Hebbecke et al., 2022). מכאן שסביבת הלמידה האדפטיבית במתמטיקה משמשת תשתית



יעילה לקידום המקצועי של מורים והכשרתם לניצול ולהפקה של נתונים ומידע הנחוצים לביסוס החלטותיהם בנושא הוראה, מטרותיה, הדרכים להשגתן ודרכי הערכתן (Cai et al., 2020; Ebbeler et al., 2016; Schildkamp et al., 2017). (Schoenfeld, 2011; Visscher, 2021; Mandinach & Schildkamp, 2021).

ממצא מעניין אחר שעלה בניתוח המסלולים לקבלת ההחלטות היה שתהליך קבלת ההחלטות על בסיס הנתונים שהמערכת האדפטיבית מציגה, מחזק לא רק את הידע הפרקטי של המורים, אלא לפעמים אף מאפשר למורים לקבל החלטות שאפשר להכלילן בהוראת נושאים מתמטיים אחרים, ואף להכלילן בתחומי דעת אחרים. במילים אחרות, אפשר ללמוד שניצול נתונים במערכת האדפטיבית לקבלת החלטות בהוראת המתמטיקה במסלולים המגוונים עשוי לחזק בקרב מורים את יכולותיהם ואת מיומנותיהם בניתוח של נתוני הישגים ולהשתמש בהם לצורך הערכה ועיצוב של ההוראה בתבונה (Barana & Marchisio, 2016). זאת בדומה לתהליך שבו ההערכה המעצבת המשולבת בתוכנית הלימודים מסייעת לפתח מיומנויות של פתרון בעיות מקוריות אצל הלומד (מיומנות שאפשר להעביר אותה למקצועות אחרים) (ביטון, 2011).

לסיכום, מחקר זה התנהל על רקע המגמה העולמית של עידוד להחליט החלטות ולתכנן את ההוראה על בסיס נתונים במתמטיקה (אלכסנדרון והרשקוביץ, 2018; 2017; Janssen et al., 2017; Cai et al., 2020). מתוך כך הוא מוסיף נדבך על ידע מחקרי בנושא הדרכים שבהן מורים למתמטיקה מחליטים לאחר נתוני הערכה שמערכת אדפטיבית (DBDM) מספקת אותם, ובנושא המסלולים המכוונים אותם להחליט אם להתערב או לא להתערב בלמידה, ברמת תלמיד, קבוצה או כיתה. במחקר זה נלמד כי בעת התכנון לפני השיעורים המורה נעזרת בנתונים שמציגה המערכת האדפטיבית כדי להחליט על דרך ההתערבות בשיעור. רוב המורות שמו דגש בעבודתן על סמך תוכנית הלימודים במתמטיקה, ניסיון הקודם, החומרים המגוונים שפיתחו בעבר והיכרותן עם התלמידים.

רשימת מקורות

אלכסנדרון, ג' והרשקוביץ, א' (2018). ביג דאטה בחינוך – פוטנציאל ואתגרים. **קריאת ביניים**, 31, 8–12.
ביטון, י' (2011). **הערכת עמיתים המשולבת בלמידת מתמטיקה בחינוך קדם יסודי** [עבודת דוקטור]. הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל, חיפה.

זוהר, ע' ובושריאן, ע' (עורכים). (2020). **התאמת תוכניות הלימודים וחומרי הלימוד למאה ה-21 – סיכום עבודתה של ועדת המומחים, תמונת מצב והמלצות**. יוזמה – מרכז לידע ולמחקר בחינוך, האקדמיה הלאומית הישראלית

למדעים. <http://education.academy.ac.il/Index4/Entry.aspx?nodeId=992&entryId=21219>

לויורד, ע' (2013). **האמנם מוכנים מורי העתיד לאתגר של הערכת לומדים?** [עבודת דוקטור]. אוניברסיטת תל אביב.

מטח – המרכז לטכנולוגיה חינוכית. (ח"ת). **שברים בדרך שלי: פריצת דרך טכנולוגית**. <https://lo.cet.ac.il/player/?document=25223c06-0105-4203-9c2e-413e44984024&language=he>

Attali, Y. (2015). Effects of multiple-try feedback and question type during mathematics problem solving on performance in similar problems. *Computers & Education*, 86, 260–267. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2015.08.011>

Ayalon, M., & Wilkie, K. J. (2021). Investigating peer-assessment strategies for mathematics pre-service teacher learning on formative assessment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(4), 399–426. <https://doi.org/10.1007/s10857-020-09465-1>

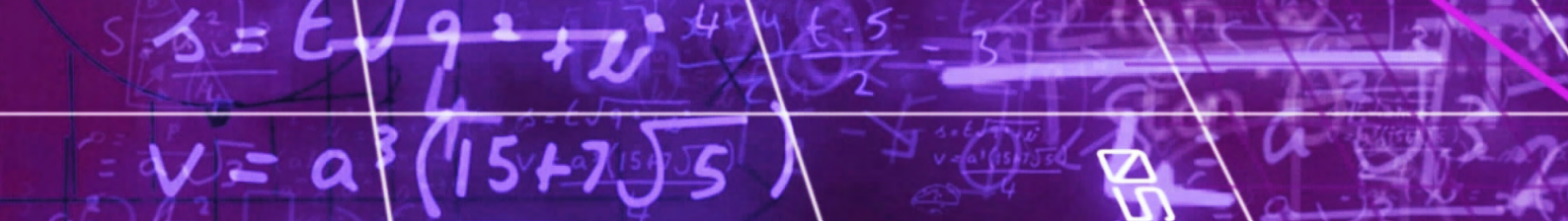
Barana, A., & Marchisio, M. (2016). Ten good reasons to adopt an automated formative assessment model for learning and teaching Mathematics and scientific disciplines. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 228, 608–613. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.07.093>

Brooks, C., Burton, R., Vander Kleij, F., Ablaza, C., Carroll, A., Hattie, J., & Neill, S. (2021). Teachers activating learners: the effects of a student-centred feedback approach on writing achievement. *Teaching and Teacher Education*, 105, Article 103387. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2021.103387>

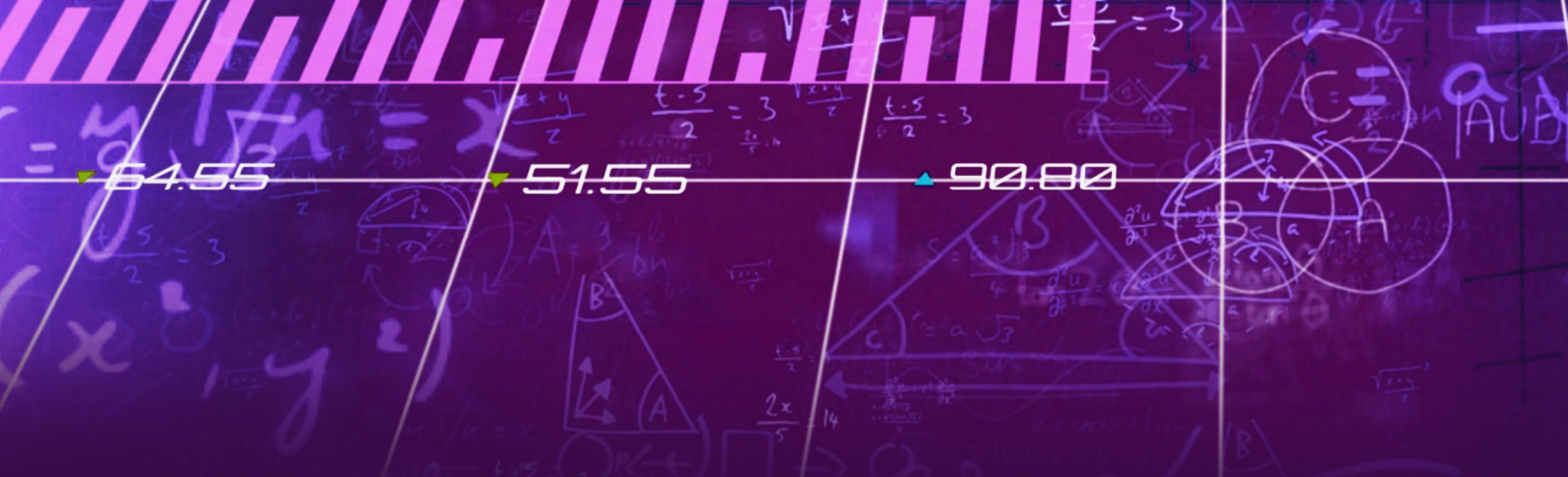
Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., Cirillo, M., Kramer, S. L., & Hiebert, J. (2020). Timely and useful data to improve classroom instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(4), 387–398. <http://dx.doi.org/10.5951/jresmetheduc-2020-0056>



- Daniel, J. (2011). *Sampling essentials: Practical guidelines for making sampling choices*. Sage. <https://doi.org/10.4135/9781452272047>
- Diefes-Dux, H. A., Zawojewski, J. S., Hjalmanson, M. A., & Cardella, M. E. (2012). A framework for analyzing feedback in a formative assessment system for mathematical modeling problems. *Journal of Engineering Education*, 101(2), 375–406. <https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2012.tb00054.x>
- Ebbeler, J., Poortman, C. L., Schildkamp, K., & Pieters, J. M. (2016). Effects of a data use intervention on educators' use of knowledge and skills. *Studies in Educational Evaluation*, 48, 19–31. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2015.11.002>
- Hebbecke, K., Förster, N., Forthmann, B., & Souvignier, E. (2022). Data-based decision-making in schools: Examining the process and effects of teacher support. *Journal of Educational Psychology*, 114(7), 1695–1721. <https://doi.org/10.1037/edu0000530>
- Heitink, M. C., Van der Kleij, F. M., Veldkamp, B. P., Schildkamp, K., & Kippers, W. B. (2016). A systematic review of prerequisites for implementing assessment for learning in classroom practice. *Educational Research Review*, 17, 50–62. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2015.12.002>
- Hershkovitz, A., & Alexandron, G. (2020). Understanding the potential and challenges of Big Data in schools and education. *Tendencias Pedagógicas*, 35, 7–17. <https://doi.org/10.15366/tp2020.35.002>
- Janssen, M., Vander Voort, H., & Wahyudi, A. (2017). Factors influencing big data decision-making quality. *Journal of Business Research*, 70, 338–345. <https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2016.08.007>
- Kabudi, T., Pappas, I., & Olsen, D. H. (2021). AI-enabled Adaptive learning systems: A systematic mapping of the literature. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 2, Article 100017. <http://dx.doi.org/10.1016/j.caeai.2021.100017>
- Kearns, D. M., Feinberg, N. J., & Anderson, L. J. (2021). Implementation of data-based decision-making: Linking research from the special series to practice. *Journal of Learning Disabilities*, 54(5), 365–372. <https://doi.org/10.1177/00222194211032403>
- Kippers, W. B., Schildkamp, K., & Poortman, C. L. (2016, April 10). *The use of formative assessment by teachers in secondary education in the Netherlands* [Paper presentation]. American Educational Research Association conference, Washington D. C., USA.
- Kippers, W. B., Wolterinck, C. H., Schildkamp, K., Poortman, C. L., & Visscher, A. J. (2018). Teachers' views on the use of assessment for learning and data-based decision making in classroom practice. *Teaching and Teacher Education*, 75, 199–213. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.06.015>
- Kyaruzi, F., Strijbos, J. W., Ufer, S., & Brown, G. T. (2018). Teacher AfL perceptions and feedback practices in mathematics education among secondary schools in Tanzania. *Studies in Educational Evaluation*, 59, 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.01.004>
- Lai, M. K., & Schildkamp, K. (2013). Data-based decision making: An overview. In K. Schildkamp, M. Lai, & L. Earl (Eds.), *Data-based decision making in education: Challenges and opportunities* (pp. 9–21). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4816-3_2
- Mandinach, E. B., & Schildkamp, K. (2021). Misconceptions about data-based decision making in education: An exploration of the literature. *Studies in Educational Evaluation*, 69, Article 100842. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2020.100842>
- Rakoczy, K., Pinger, P., Hochweber, J., Klieme, E., Schütze, B., & Besser, M. (2019). Formative assessment in mathematics: Mediated by feedback's perceived usefulness and students' self-efficacy. *Learning and Instruction*, 60, 154–165. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.01.004>
- Schildkamp, K., Poortman, C., Luyten, H., & Ebbeler, J. (2017). Factors promoting and hindering data-based decision making in schools. *School Effectiveness and School Improvement*, 28(2), 242–258. <https://doi.org/10.1080/09243453.2016.1256901>



- Schoenfeld, A. H. (2011). Toward professional development for teachers grounded in a theory of decision making. *ZDM*, 43(4), 457–469. <https://doi/10.1007/s11858-011-0307-8>
- Van Geel, M., Keuning, T., Visscher, A. J., & Fox, J. P. (2016). Assessing the effects of a school-wide data-based decision-making intervention on student achievement growth in primary schools. *American Educational Research Journal*, 53(2), 360–394. <https://doi.org/10.3102/0002831216637346>
- Visscher, A. J. (2021). On the value of data-based decision making in education: The evidence from six intervention studies. *Studies in Educational Evaluation*, 69, Article 100899. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2020.100899>



על מתמטיקה, בינה מלאכותית ועתיד החינוך המתמטי ריאיון עם פרופ' ליאור בריי-סורוקר

פרופ' יניב ביטון

מרצה בכיר בחוג למתמטיקה באקדמית שאנן ומנהל
אשכול STEM במרכז לטכנולוגיה חינוכית.
חבר בוועדה לקידום איכות ההוראה והלמידה ובוועדה
לשילוב בינה מלאכותית בהשכלה הגבוהה, המועצה
להשכלה גבוהה (מל"ג).
מחקריו מתמקדים בהערכה ובשילוב טכנולוגיה בחינוך
מתמטי.



על מתמטיקה, בינה מלאכותית ועתיד החינוך המתמטי

ריאיון עם פרופ' ליאור בריי-סורוקר

ניב ביטון



פרופ' ליאור בריי-סורוקר הוא פרופסור מן המניין בחוג למתמטיקה עיונית וראש בית הספר למדעי המתמטיקה באוניברסיטת תל אביב. אהבתו למתמטיקה לא נולדה בילדותו, וגם לא בבית הספר. היא התגלתה כמעט במקרה, בעת שירותו הצבאי ביחידת יהל"ם. לאחר תקופה אינטנסיבית במיוחד, שבה הקצב המבצעי היה גבוה וההכשרה דרשה מאמץ מתמשך, מצא את עצמו לפתע עם זמן פנוי. כדי למלא אותו נרשם לקורסים באוניברסיטה הפתוחה.

משם הדרך הייתה כמעט רצופה. לימודי תואר ראשון, תואר שני ודוקטורט באוניברסיטת תל אביב, פוסט-דוקטורט בגרמניה אצל אחד החוקרים שהעריך במיוחד, ולאחר מכן חזר לאוניברסיטת תל אביב כחבר סגל. היום הוא עומד בראש בית הספר למתמטיקה, תפקיד שלדבריו מחייב אותו לחשוב לא רק על מחקר, אלא גם על אחריות ציבורית.

מחקריו מתמקדים בתחומי האלגברה ותורת המספרים ובפרט באריתמטיקת השדות, תורת גלואה, חבורות פרו-סופיות ותורת המספרים האנליטית.

בריי-סורוקר דוגל בגישה הגורסת כי מתמטיקה אינה רק אוסף של פתרונות טכניים, אלא דרך חשיבה יצירתית שמונעת מסקרנות ומבחינה בשאלות מעניינות. הוא רואה בבינה מלאכותית כלי עזר רב-עוצמה לחידוד שאלות ולמחקר, אך מדגיש שאין בה תחליף למחשבה האנושית או למפגש החי בכיתה.

בריי-סורוקר ביקש רק דבר אחד לפני תחילת הריאיון: "כשאתה מתמלל, תזכור שלפעמים המוח שלי והפה שלי לא לגמרי מסונכרנים. יכול להיות שהתכוונתי לדבר אחד ויצא לי משהו אחר". המשפט הזה, שנאמר בחיוך, התברר בדיעבד כמפתח לשיחה עם ראש בית הספר למתמטיקה באוניברסיטת תל אביב – אדם שאינו מגיע עם תשובות מוכנות, אלא חושב תוך כדי דיבור, חוזר לאחור, מדייק ומתלבט. דווקא משום כך השיחה עימו מעניקה הצצה נדירה אל תהליך החשיבה החי של מתמטיקאי פעיל.

במשך יותר משעה שוחחנו על בינה מלאכותית, הוראת מתמטיקה ועתיד האקדמיה, אלא שככל שהדיון התקדם התברר שהנושא האמיתי איננו הטכנולוגיה, אלא מהותה של המתמטיקה עצמה: מהו הדבר שאנו מבקשים להעניק לסטודנט בסיום התואר, ומהו אותו ערך שאף מכונה לא תוכל לעולם להחליף? בריי-סורוקר אינו מתרגש מכך שמערכות בינה מלאכותית פותרות בעיות מורכבות בשניות, אלא מבחינתו השאלה אינה אם המחשב יפתור תרגילים טוב יותר, אלא מהי המטרה האמיתית של החינוך.

לדבריו, המוצר האמיתי שמוסד אקדמי מעניק לסטודנט אינו ידע טכני או נוסחאות, אלא דרך חשיבה. הבינה המלאכותית אכן מסוגלת לפתור תרגילים ואפילו להסביר פתרונות היטב, אך היא אינה יכולה לעבור במקומו של האדם את התהליך שבו התודעה שלו משתנה. היא משמשת בעבורו כלי מחקרי ומסיבה זו הוא משתמש בה בעצמו מדי יום ביומו, אך הוא מדגיש כי תפקידה העיקרי הוא לעזור לו להבין מה הוא באמת רוצה לשאול. כאן טמונה המיומנות החשובה ביותר לדעתו – היכולת לנסח שאלות טובות. במחקר לפעמים השאלה חשובה בהרבה מן הפתרון.

ברי-סורוקר מזכיר גם את עתיד ההוראה. הוא אינו מודאג מטכנולוגיה בכיתה, אלא שואל איזה מורה יעמוד בה. בעידן שבו כל הסבר זמין בלחיצת כפתור, תפקידו של המורה אינו להעביר מידע אלא להצית סקרנות. הוא מדגיש כי סקרנות היא מידבקת, וכי מתמטיקה היא מקצוע יצירתי שעוסק במציאת שאלות מעניינות ולא רק בתשובות נכונות.

אחד הרעיונות המעניינים ביותר שעלו במהלך השיחה נוגע לאופן שפרופ' בריי-סורוקר תופס את תפקידה של הבינה המלאכותית בתהליך המחקר המתמטי. שלא כתפיסה הרווחת, הרואה בה בעיקר כלי ליעול משימות טכניות ולקיצור תהליכי עבודה, הוא מתאר מערכת יחסים מורכבת יותר, שבה ערכה המרכזי של הבינה המלאכותית אינו טמון במתן תשובות אלא דווקא בסיוע לגיבוש השאלות. כחלק בלתי נפרד משגרת עבודתו המחקרית, הוא נעזר בה כמעט מדי יום



כדי לארגן רעיונות, לחדד מושגים, לדייק ניסוחים ולבחון כיווני מחשבה חדשים. לעיתים דווקא תשובה שנשמעת שלמה ומשכנעת מאלצת אותו לעצור, להטיל ספק בהנחותיו ולשאול מחדש האם הוא בכלל מנסה לענות על השאלה הנכונה. מבחינתו, זהו אחד מתפקידיה החשובים ביותר של הבינה המלאכותית: לא להחליף את החשיבה האנושית, אלא לעזור אותה. כפי שהוא מנסח זאת, במחקר מתמטי השאלה עצמה חשובה לא פעם יותר מן הפתרון.

מתוך תפיסה זו עולה גם יחסו המורכב כלפי השפעת הבינה המלאכותית על החשיבה המתמטית. בריי-סורוקר דוחה את הניסיון להכריע אם מדובר בהתפתחות מבורכת או מסוכנת, וטוען כי שתיהן מתקיימות בעת ובעונה אחת. לשיטתו, השפעתה של הבינה המלאכותית אינה נקבעת מתוך הטכנולוגיה עצמה אלא מתוך דרך השימוש בה. כאשר היא מחליפה את ההתמודדות האישית עם בעיות מורכבות, היא עלולה להפוך ל"קביים" המחלישים בהדרגה את יכולת החשיבה העצמאית. אולם כאשר היא משמשת שותפה אינטלקטואלית, המסייעת לחשוף ידע קיים, להאיר זוויות מבט חדשות ולזקק את מוקד הבעיה, היא דווקא מעמיקה את החשיבה ומרחיבה את גבולותיה. מניסיונו האישי הוא מעיד כי העבודה עם הבינה המלאכותית אינה גורמת לו לחשוב פחות, אלא להפך – לחשוב יותר, ובאופן ממוקד ומדויק יותר. עם זאת הוא מדגיש כי האחריות על החשיבה אינה עוברת למכונה. "בסוף", הוא אומר, "מי שצריך לחשוב הוא עדיין אני".

מן הדברים עולה כי השאלה המרכזית אינה עוד מה הבינה המלאכותית מסוגלת לעשות, אלא מה אסור לאדם לוותר עליו. בעיני בריי-סורוקר התשובה ברורה: היכולת לחשוב בעצמו, להטיל ספק, לגלות סקרנות ולהמשיך לנסח שאלות חדשות גם בעולם שבו תשובות זמינות לכאורה בלחיצת כפתור. דווקא בעידן של שפע מידע, הוא סבור כי ערכה של החשיבה האנושית אינו פוחת אלא מתחדד, שכן האתגר האמיתי אינו עוד מציאת התשובה, אלא זיהוי השאלה הראויה להישאל.

לקראת סיום השיחה, כשנשאל על דמותו של חוקר ומורה, חזר אל המושג שמלווה את דרכו: "נאיביות". בעיניו, זו אינה תמימות אלא בחירה מודעת להמשיך להתפעל, להאמין שאפשר להבין משהו חדש שלא הבנו אתמול, ולשמור על אותה סקרנות ראשונית שהניעה את הצעד הראשון אל תוך עולם הדעת. הוא מספר כי גם היום כשהוא צריך להכין הרצאה על נושא שהוא מכיר, הוא מסתובב עימו במשך ימים. הוא מדבר עליו עם הילדים שלו, עם חבריו ועם חוקרים אחרים, ולפתע הוא מגלה משהו חדש. זו החוויה שהוא הכי אוהב במתמטיקה, שהיא עדיין מצליחה להפתיע אותו. מבחינתו זה גם הדבר שהוא היה רוצה להעביר לסטודנטים שלו. לא עוד משפט מתמטי, לא עוד טכניקה, אלא את תחושת הגילוי. הוא חושב כי מתמטיקה היא מקצוע יצירתי בלתי רגיל ושהיא עוסקת במציאת שאלות טובות.

בסיום הריאיון נשאל בריי-סורוקר כיצד היה רוצה שייראה החינוך המתמטי בעוד עשר שנים. הוא לא מדבר על תוכניות לימודים, בגרורות ואלגוריתמים חדשים אלא על חזונו שהמורים ידעו להשתמש בבינה המלאכותית כדי שיהיו טובים יותר ולא כדי שהיא תחליף אותם.

אחרית דבר

כשיצאתי מן השיחה עם פרופ' ליאור בריי-סורוקר חשבתי שאכתוב ריאיון על בינה מלאכותית. במבט לאחור, נדמה שזה היה רק התירוץ. השיחה עסקה למעשה בשאלה עמוקה בהרבה: מהי חשיבה מתמטית, וכיצד מטפחים אותה בעולם שבו הידע זמין יותר מאי פעם.

התשובה שעלתה שוב ושוב לא הייתה טכנולוגית אלא אנושית. מתמטיקה, בעיני בריי-סורוקר, אינה אוסף של נוסחאות ואף לא רשימת מיומנויות, אלא היא דרך להתבונן בעולם, להתמודד עם אי-ודאות, לנסח שאלות מדויקות ולהמשיך להיות סקרן גם כאשר נדמה שהכול כבר ידוע.

ייתכן שזו גם הסיבה לכך שהוא אינו חושש מן הבינה המלאכותית כפי שרבים אחרים חוששים ממנה. כל עוד החינוך ימשיך להצמיח בני אדם חושבים, יצירתיים וסקרנים, הטכנולוגיה לא תחליף את ליבת העשייה החינוכית. היא לכל היותר תשנה את הכלים שבאמצעותם אנו מגיעים אליה.

ואולי זו התובנה העיקרית של השיחה כולה: בעתיד הנראה לעין, המבחן החשוב ביותר של החינוך המתמטי לא יהיה האם תלמידים יודעים להשתמש בבינה מלאכותית, אלא האם הם ממשיכים לשאול שאלות שגם היא עדיין אינה יודעת לענות עליהן.

רשימת פרסומים נבחרים

- Bary-Soroker, L., & Gorodetsky, O. (2018). Roots of polynomials and the derangement problem. *The American Mathematical Monthly*, 125(10), 934–938. <https://doi.org/10.1080/00029890.2018.1521231>
- Bary-Soroker, L., & Leher, E. (2009). On the remainder in the Taylor theorem. *The College Mathematics Journal*, 40(5), 373–374. <https://doi.org/10.4169/074683409X475706>

מדור חדשות מתמטיות

נצה מובשוביץ־הדר ובוֹעז זילברמן*

הידעת? מאגר המידע הבינלאומי MathSciNet, שמנהלת אותו האגודה האמריקאית למתמטיקה (AMS), חגג השנה יום הולדת 30! מדי שנה בשנה מתווספים למאגר למעלה מ-125,000 פריטים, רובם מכילים תוצאות חדשות – הוכחה ניצחת לכך שהמתמטיקה היא תחום חי ותוסס.

מדור החדשות בגיליון זה מתמקד בקשרים בין יצירה מתמטית לבינה מלאכותית ובדרכים שבהן הבינה המלאכותית משפיעה על החיפוש אחר תגליות מתמטיות.

פתח דבר

בין עמודי התווך של המחקר והעשייה המתמטית בת זמננו בולטת במיוחד העמדת הוכחה תקפה, ורצוי אלגנטית, להשערה כלשהי או מציאת פתרון הולם לבעיה נתונה. האם מודלי שפה גדולים (להלן: בינה מלאכותית) מסוגלים לפרוץ דרך במתמטיקה מחקרית ולפתור בעיות פתוחות? האם הבינה המלאכותית תשנה את טבעה של המתמטיקה כתוצר מופלא של השכל האנושי? ספקות אלו אינם חדשים; הם מהדהדים את המחלוקת והחששות שליוו את כניסת המחשב למחקר (קליינר, 1994).

במהלך המאה ה-20 השימוש במחשבים למחקר מתמטי היה שולי ועורר מחלוקת. אפשר לזקוף את תחילת שינוי הפרדיגמה לוולפגנג האקן וקנת' אפל, שהכריזו בשנת 1976 על הוכחת "השערת ארבעת הצבעים" בעזרת מחשב ובשיטה שהייתה מעבר ליכולת האנושית. בגלל הקושי בבדיקה של ההוכחה, וכפי שאולי היה אפשר לצפות מפריצות דרך באופן כללי; הקהילה המתמטית קיבלה את ההוכחה בספקנות רבה. בשנים האחרונות נגלים ניסיונות לשנות את הפרדיגמה עוד פעם אחת ולרתום את הבינה המלאכותית לפתרון בעיות מתמטיות. בחברת גוגל דִּיפ־מיינְד, למשל, מתועדים מאמצים כאלה עוד משנת 2018 – כחמש שנים לפני שצ'אט GPT נכנס לחיינו. יחד עם זה, עד לאחרונה מרבית הניסיונות האלה נכשלו בשל חוסר בשלות של הבינה המלאכותית, כגון הנטייה שלה "להזיות", כלומר הנטייה להמציא עובדות ולהתעקש עליהן בביטחון נחרץ.

אבל קיץ 2025 סימן נקודת מפנה משמעותית, כאשר בינה מלאכותית פתרה בהצלחה חמש מתוך שש הבעיות באולימפיאדה הבינלאומית השנתית למתמטיקה – תחרות שיש בה אתגר לתלמידי תיכון מהטובים בעולם (ר' איור 1). הקהילה המתמטית נותרה המומה. אף כי בעיות אולימפיאדה – מאתגרות ככל שיהיו – הן חידות בעלות פתרון ידוע מראש, שלא כמו שאלות מחקר פתוחות, מעטים סברו שהבינה המלאכותית תצליח להתמודד עימן כבר בשלב מוקדם כל כך. ההצלחה חוללה שינוי מגמה בקהילה ומתמטיקאים רבים החלו לראות בבינה מלאכותית כלי עזר במחקר שלהם ולהשתמש בה במחקריהם.

בעיה 6

נתונה רשת של ריבועי יחידה בגודל n . התבקשת להניח על הרשת אריחים מלבניים – לא בהכרח כולם באותו הגודל – כך שכל צלע של כל אריח מונחת על קווי הרשת (השלמים), וכל ריבוע יחידה מכוסה על ידי אריח אחד לכל היותר.

מהו המספר המינימלי של אריחים שצריך להניח כדי לקיים תנאים אלה?

איור 1: בעיה לדוגמה מתוך האולימפיאדה למתמטיקה, 2025

הפתרון מופיע כאן במהופך: $8 - 9\mathbb{F} \cdot \mathbb{Z} + \mathbb{C}9\mathbb{F} = \mathbb{Z}11\mathbb{Z}$

* מדור החדשות המתמטיות יעבור החל מגיליון 13 לידי הנאמנות של בוֹעז זילברמן. אני מודה למערכת כתב העת על החשיבות שהיא מעניקה למדור זה מיום הקמת העיתון, וכן על מתן האמון בי בעריכתו, נצה מובשוביץ־הדר.



עדות לשינוי המגמה בקהילה המתמטית היא השקת פרויקטים שנועדו לבחון את היכולת של בינה מלאכותית לפתור בעיות, כמו לדוגמה, פרויקט התאוריות המשוואתיות (equational theories project) או פרויקט ההוכחה הראשונה (first proof project).

פרויקט התאוריות המשוואתיות נפתח בספטמבר 2024 ביוזמתו של אחד המתמטיקאים הבולטים ביותר בימינו – המתמטיקאי טֶרֶנְס טָאוֹ (Terence Tao) מאוניברסיטת קליפורניה בלוס אנג'לס. זהו פרויקט שיתופי חלוצי מקוון שנועד לבחון דרכים חדשות לשיתוף פעולה במחקר מתמטי תוך שימוש בבינה מלאכותית. משתתפי הפרויקט העידו שהם הצליחו ליעל הוכחות קיימות ולפתור בעיות אחרות אוטומטית באמצעות בינה מלאכותית.

את פרויקט ההוכחה הראשונה התחילה בפברואר 2026 קבוצת מתמטיקאים מאוניברסיטאות עילית בארה"ב ובבריטניה כדי לבחון האם בינה מלאכותית יכולה לפתור בעיות "חדשות". הפרויקט בנוי באמצעות מאגר של שאלות אתגר שיש להן פתרון, אך הוא לא פורסם עד כה כדי להבטיח שהבינה המלאכותית לא תשתמש בפתרונות מן המוכן. בסיבוב הראשון הצליחה הבינה המלאכותית לפתור שש מתוך שמונה הבעיות שהוצגו לפניו, ובסיבוב השני שהיה בתחילת יוני 2026, היא פתרה שבע בעיות מתוך עשר. בשפה ציורית ייאמר שאם הידע הדרוש לקבלת תוצאות לשאלות מהאולימפיאדה שקול לידע הדרוש לכניסה לתוכנית לימודים יוקרתית לתואר ראשון, אזי קבלת תוצאות לשאלות האתגר שקולה לסיום תואר שני במתמטיקה ומעידה על פוטנציאל לפתרון של מגוון רחב של משימות מחקר.

כדי לעמוד על הדרכים שבהן הבינה המלאכותית מעצבת מחדש את החיפוש אחר תגליות מתמטיות, נתמקד בשניים מהן: הוכחת השערות ותיקות וחשיפת תבניות בלתי צפויות.

הוכחת השערות ותיקות: המתמטיקאי הנודד

פאול ארדש (Pál Erdős, 1913–1996) היה מתמטיקאי פורה יליד הונגריה, שנועד בסקרנותו וברבגוניותו. הוא נהג לנדוד בעולם עם שתי מזוודות, לשתף פעולה עם עמיתים בנושא מתמטי כלשהו לפי בחירתם במשך שבועות מספר, ואז להמשיך ליעד הבא. ארדש ריכז בעיות מתמטיות רבות מאוד שטרם נפתרו בשלל נושאים מתמטיים, והצמיד אל חלק מהן פרסים כספיים לפי רמת הקושי מתוך העדפה להוכחות יפות במיוחד שהיו ראויות בעיניו להיכלל ב"ספר האלוהי" (אוסף של ההוכחות המושלמות ביותר לכל משפט). קשה להאמין, אבל בששת החודשים הראשונים בלבד של שנת 2026, נפתרו מעל עשר בעיות ארדש בעזרת בינה מלאכותית – כמה מהן כמעט שלא זכו בעבר לתשומת לב, ואולי לכן לא נפתרו בעבר, אך אחרות עמדו במשך שנים רבות במוקד המחקר ופתרון זכה לתהודה תקשורתית רחבה. נציג כאן בקצרה שלוש מהבעיות שנפתרו: צפיפות הקבוצות הפרימיטיביות, בעיית מרחק היחידה ובעיית הסכום-מכפלה.

בעיית הצפיפות של הקבוצות הפרימיטיביות

הבעיה עוסקת בקבוצות פרימיטיביות – קבוצת מספרים שלמים שבה אין איבר בקבוצה שמחלק איבר אחר בקבוצה (ר' איור 2). ההשערה של ארדש ועמיתיו אנדריי סמרדי (Endre Szemerédi) ואנדרש שארקזי (András Sárközy) הייתה שבהינתן קבוצה פרימיטיבית שכל איבריה גדולים ממספר מסוים x , אם המספר x שואף לאינסוף, הצפיפות שלהם (כפי שנמדדת בסכום) היא לכל היותר 1.

קבוצת המספרים הראשוניים היא פרימיטיבית;

קבוצת מספרי פיבונאצ'י אינה פרימיטיבית (כי 2 מחלק את 8, למשל).

איור 2: קבוצה פרימיטיבית ולא פרימיטיבית

ליאם פֶּרִייס (Liam Price), חובב מתמטיקה בן 23, קיבל באפריל 2026 גישה לגרסת ה-Pro של ChatGPT והחליט לבדוק אם הוא יצליח לפתור בעיות מתמטיות פתוחות בעזרתה. הוא ניסה את כוחה בבעיות מגוונות, וכאשר הגיע תורה של בעיית הצפיפות, הוא קיבל פתרון לאחר 80 דקות של זמן-מכונה – ההשערה נכונה! פרייס פנה לחברו, סטודנט למתמטיקה ששמו קווין בָּרטוֹ (Kevin Barto), שהנחה אותו איך לפרסם את ההוכחה בפורום למתמטיקה כדי שמתמטיקאים חשובים מאוד יבחנו אותה. המתמטיקאי טרנס טאו שהזכרנו לעיל, זיהה בהוכחה תובנה ייחודית שלא נמצאה עד אז – לב ההוכחה לא הסתמך על ניסיונות קודמים לפתור את הבעיה, אלא עשה שימוש בנוסחה מתחום מתמטי אחר (תורת המספרים האנליטית) בלי הנחיה מפורשת, בעזרת פרומפט, והצליח לעשות זאת! טאו סייע לפרייס ולברטו ללטש את ההוכחה ולפרסם אותה.

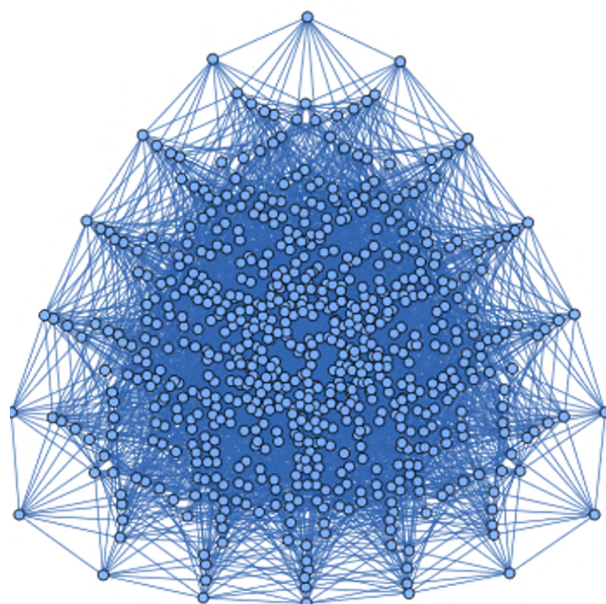
בעיית מרחק היחידה

כחודש לאחר מכן, במאי 2026, הכריזה חברת OpenAI שהבינה המלאכותית שלה הפריכה את השערת ארדש בעניין "בעיית מרחק היחידה" (OpenAI, 2026; Pegg, 2026):

יש לסדר קבוצה של נקודות על דף נייר אינסופי (מישור), כך שיהיו כמה שיותר זוגות של נקודות שנמצאות באותו מרחק זה מזה. מה הדרך הטובה ביותר לעשות זאת?

לדוגמה, אם יש שלוש נקודות בקבוצה הנתונה, אפשר לסדר אותן על קו ישר ולקבל שני זוגות, אך עדיף לסדר אותן למשולש שווה-צלעות ולקבל שלושה זוגות; אם נתונות ארבע נקודות, הסידור המיטבי הוא מעוין המורכב משני משולשים שווה-צלעות ומתקבלים ממנו חמישה זוגות. ככל שיש יותר נקודות העניין מסתבך, כמובן. מה תהיה הדרך הכי טובה לסדר נקודות רבות, נגיד מיליון, כדי לקבל הכי הרבה זוגות?

בשנת 1946 טען ארדש שהדרך הכי טובה תהיה לסדר את הנקודות על שריג (grid) ריבועי, שנראה כמו מחברת חשבון – כל נקודה נמצאת במרחק זהה לשכנותיה מימין, משמאל, מלמעלה ומלמטה – וכך הגבול העליון של מספר הזוגות יהיה קרוב מאוד למספר הנקודות. אבל הוא לא הצליח להוכיח זאת ולכן העמיד פרס של \$300 להוכחת ההשערה או להפרכתה – פרס שעם השנים הפך ל-\$500. ההכרזה של OpenAI זכתה לכותרות בכל העולם – ההשערה של ארדש הופרכה לאחר שהבינה המלאכותית הצליחה למצוא דרך טובה יותר מהגבול שהציע ארדש כדי לסדר הרבה מאוד נקודות. היא עשתה זאת בדרך ייחודית – במקום לנקוט גישות גאומטריות תקניות, היא השתמשה במשפטים מתורת המספרים האלגברית בממדים גבוהים.



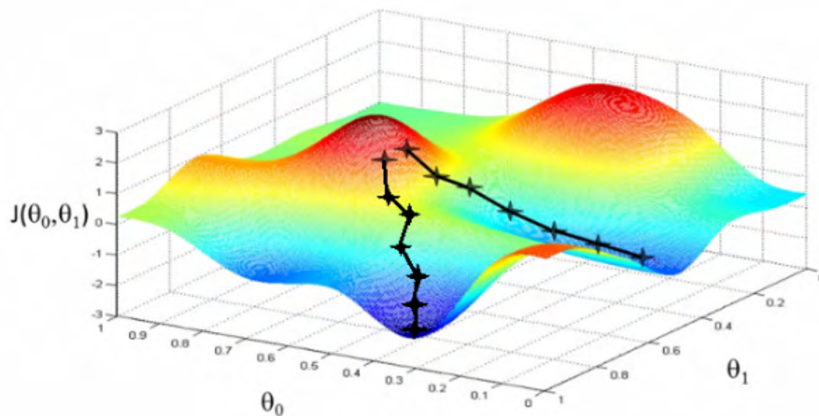
איור 3: המחשה של בנייה צפופה של קבוצת נקודות (Pegg, 2026)

בעיית הסכום-מכפלה

הגישה הייחודית לפתרון בעיות ארדש בעזרת נוסחאות מתחומים מתמטיים אחרים שימשה השראה בעבור קבוצת מתמטיקאים מאוניברסיטת מנצ'סטר, בהנהגתו של תומס בלום (Thomas Bloom), שעמלו על פתרון בעיית הסכום-מכפלה של ארדש וסמרדי משנת 1983 (Bloom et al., 2026). בעיה זו עוסקת בקבוצה סופית A של מספרים שלמים, שממנה יוצרים שתי קבוצות חדשות: קבוצת כל הסכומים של זוגות איברים מהקבוצה $(A+A)$ וקבוצת כל המכפלות של זוגות איברים מהקבוצה (AA) . ארדש וסמרדי שיערו כי לפחות אחת משתי הקבוצות יכולה להיות גדולה כרצוננו, והם אף הציעו חסם תחתון לגודלן. בלום ועמיתיו הצליחו להפריך את ההשערה באמצעות כלים מתורת המספרים האלגברית עבור תתי-קבוצות סופיות של המספרים הממשיים, ובנו בעזרת בינה מלאכותית קבוצות שבהן גם סכום האיברים וגם מכפלתם קטנים מהחסם התחתון שהציעו ארדש וסמרדי.

חשיפת מבנים בלתי צפויים: הוכחת השערת נסטרוב

מציאת ערך המינימום של פונקצייה מרובת משתנים היא משימה בסיסית במתמטיקה שימושית ובלמידת מכונה. נדמיין שאנו באזור הררי בלילה חשוך ומנסים להביא רובוט במהירות אל הנקודה הנמוכה ביותר (ר' איור 4). הגישה האינטואיטיבית ביותר היא לנוע צעד אחד בכיוון שבו הקרקע תלולה ביותר כלפי מטה, לבחון מחדש את כיוון ההתקדמות, ואז לפסוע שוב. גישה זו נקראת 'מורד השיפוע' (gradient descent) (DiSipio, 2019). בפונקציות 'נחמדות' (כלומר, המקיימות כמה תנאים מסוימים), מורד השיפוע מבטיח שנגיע בסופו של דבר למינימום הגלובלי. עם זאת התהליך עלול להיות איטי למדי.



איור 4: חיפוש מינימום מוחלט בגישה מורד השיפוע

בשנת 1983 הציע המתמטיקאי הרוסי יורי נסטרוב (Yurii Nesterov) שיפור אלגנטי לשיטה זו בהוספת איבר "תנע" המביא בחשבון את המסלול שכבר עברנו, ומתוך כך מאפשר לצעוד צעדים גדולים ובטוחים יותר. נסטרוב הוכיח ששיטה מואצת זו משיגה קצב התכנסות עדיף בהרבה, אך לא הצליח להוכיח שקיים גבול לסדרת הנקודות שנבחרה.

בסתיו 2025 החליט ארנסט ריו (Ernest Ryu), מתמטיקאי מאוניברסיטת קליפורניה בלוס אנג'לס UCLA, לבחון את היכולות של ChatGPT להתמודד עם בעיה זו. במשך שלושה ימים ניהל ריו דיאלוג איטרטיבי עם הבינה המלאכותית: הוא הזין הנחיות מסוימות, הריץ את המודל, ליקט את הרעיונות הטובים והזין אותם חזרה למודל כחלק מן ההנחיות החדשות. בדרך זו הפיקה הבינה המלאכותית המון הוכחות שגויות, אך לעיתים קרובות היו גם תוצאות ביניים נכונות מבחינה מתמטית ונקודות מבט מקוריות. בתוך כ-12 שעות של עבודה פעילה, ריו והבינה המלאכותית הוכיחו שיש גרסה פשוטה של הבעיה, וזמן קצר לאחר מכן הם הוכיחו את ההשערה המלאה. ריו ציין כי אף על פי שההוכחה לא הייתה מורכבת במידה יוצאת דופן, היא הייתה רחוקה מלהיות טריוויאלית והייתה ראויה לפרסום בכתב עת חשוב בתחום האופטימיזציה. הבינה המלאכותית לא כתבה את ההוכחה המושלמת מההתחלה ועד הסוף, אלא להיפך, היא האיצה את הגילוי שלה באמצעות סריקה מהירה של מרחב עצום של אסטרטגיות הוכחה, דבר שאפשר למתמטיקאי האנושי לנסות אותן בקצב חסר תקדים.

שימוש בבינה מלאכותית לתיקוף של הוכחות

אחד האתגרים הגדולים שעורכי כתבי עת מתמטיים מתמודדים עימם, הוא תיקוף הוכחות שנשלחות לפרסום. לשם כך הם מגייסים מתמטיקאים מהשורה הראשונה, שמתבקשים לאמת את ההוכחות המוצעות ולהבטיח מעל לכל צל של ספק שאין בהן כשל לוגי. המשימה הזו נעשית קשה יותר ככל שההוכחות מורכבות וארוכות יותר. למשל, פרסומה של ההוכחה להשערת קפלר מאת תומאס היילס (Thomas Hales) בראשית המאה ה-21 לווה בהצהרה חסרת תקדים של יו"ר ועדת השיפוט שהיו בה 12 מומחים, כי הם לא יכולים להבטיח בוודאות מוחלטת שאכן, ההוכחה תקפה (ר' מדור חדשות, גיליון 3, עמ' 26).

מרינה ויאזובסקה (Maryna Viazovska), מתמטיקאית מקייב, זכתה בשנת 2022 במדליית פילדס – אחד האותות היוקרתיים ביותר במתמטיקה – על פתרון בעיית אריזת הכדורים במרחב של שמונה ממדים. ראוי לציין שלפני פריצת הדרך שלה נפתרה הבעיה במלואה רק בשלושה ממדים, ופתרון זה השתרע על פני כ-300 עמודים (ר' מדור חדשות, גיליון 3, עמ' 29–6). לעומת זאת ההוכחה של ויאזובסקה הייתה באורך 23 עמודים בלבד ובלטה באלגנטיות יוצאת דופן.



בשנת 2016 הוכיחה ויאזובסקה שסריג E8 הוא הסידור הצפוף ביותר שיש של כדורים בממד 8. זמן קצר לאחר מכן השיגה עם שותפיה תוצאה אנלוגית בממד 24 באמצעות סריג Leech. השיטה שלה סיפקה פתרון אלגנטי לבעיה שנחקרה במשך מאות שנים, עם קשרים הדוקים לתחומים יישומיים כמו קודים לתיקון שגיאות. כאמור על תרומה חשובה זו זכתה ויאזובסקה במדליית פילדס, והייתה האישה השנייה בלבד שזכתה במדליה זו (על הזוכה הראשונה ר' מדור חדשות, גיליון 6, עמ' 11–12).

ההוכחה התקבלה במהירות בקרב הקהילה המדעית, אך אימותה הרשמי באמצעות מחשב הציב אתגר מסוג אחר: תרגום כל שלב בשרשרת ההיסק לשפה לוגית, כדי שתוכנה תוכל לאמת אותו אוטומטית (Skuse, 2026). במשימה זאת התמקד פרויקט "פורמליזציה של אריזות כדורים באמצעות Lean" (זהו עוזר הוכחה הנמצא בשימוש נרחב במתמטיקה). הפרויקט הושק בשנת 2024 לאחר פגישה בשווייץ בין ויאזובסקה למתמטיקאי הצעיר סידהארט הריהרן (Sidharth Hariharan). בשיתוף פעולה עם חוקרים בין-לאומיים הם בנו תוכנית אב מפורטת של ההוכחה לממד 8 ותרגמו אותה בהדרגה ל-Lean. מערכת בינה מלאכותית ייעודית ושמה "גאוס", שפיתחה אותה חברת ההזנק Math, Inc., מילאה תפקיד עיקרי אך מעורר מחלוקת בתהליך זה. מצד אחד היא סייעה בהשלמת שלבי ביניים מסוימים, האיצה את העבודה ואפשרה לסגור את הטיפול בממד 8 בתוך חמישה ימים, ולאחר מכן את הטיפול בממד 24, שיש בו מעל 200,000 שורות קוד, בתוך שבועיים. מצד אחר החברה "גנבה את הסקופ" מצוות המתמטיקאים והשתמשה בעבודה שלהם בלי לתת גישה חופשית לקוד. מהלך זה עורר מחלוקת קשה בקהילה המתמטית, הן בשל גניבת הקרדיט מהצוות והן בשל התוצר שכתוב באופן שקשה מאוד לאמת.

פרויקט בין-לאומי זה ממחיש את ההתקדמות המהירה בתחום האימות הפורמלי, ועשוי לסמן נקודת מפנה בשיתוף הפעולה בין מתמטיקאים למערכות בינה מלאכותית באימות ובבנייה של הוכחות מתמטיות מורכבות.

לאן פנינו מועדות?

רצף ההצלחות שראינו בחודשים האחרונים הוא מרשים מאוד. לכאורה נראה שהמתמטיקאים והמתמטיקאיות יצטרכו לפנות ללשכת התעסוקה הקרובה כי העבודה שלהם עלולה לעבור לידיה (המטפוריות) של הבינה המלאכותית. במילים אחרות, אם בעבר ההגדרה ההומוריסטית למתמטיקאים הייתה "מכונה שהופכת קפה למשפטים מתמטיים", ההגדרה החדשה עשויה להיות "מכונה שהופכת פרומפטים להוכחות ולהפרכות". יחד עם זה הבינה המלאכותית נשענת על הידע המתמטי שנבנה במרוצת דורות רבים ולמעשה כל התוצרים שלה נבנים על בסיס הידע של חוקרים בתחום, בעמידה על כתפי ענקים.

עוד נקודה שראוי לבחון היא התוצרים שמפיקה הבינה המלאכותית. מצד אחד בניגוד להוכחות כמו של משפט ארבעת הצבעים, כמה מההוכחות החדשות הנשענות על בינה מלאכותית דווקא מתאפיינות במבנה המאפשר הבנה אנושית טובה יותר. מצד אחר לצד פריצות דרך מרשימות, בתשובות של הבינה המלאכותית יש לעיתים קרובות מלל רב לא רלוונטי, קוד שנכתב באופן שקשה לפענח את הרציונל שמאחוריו או "הזיות". לפיכך נראה שעדיין יש צורך רב במתמטיקאים ובמתמטיקאיות.

לצד אלה חשוב להביא בחשבון שבתחילת 2026 היו מעל 650 בעיות ארדש שטרם נפתרו, ובששת החודשים הראשונים של השנה נפתרו פחות מ-20 מהן, למרות השקעה אדירה של זמן ומשאבים מצד חברות הטכנולוגיה הגדולות. מדובר בשלב זה בכ-3% בלבד מהבעיות האלו. נוסף על כך ראוי לציין שלחלק מהן היו בעיות שלא זכו כמעט לתשומת לב של מתמטיקאים, וייתכן שאילו היו משקיעים בהן מחשבה לזמן מה, אז כנראה גם הם היו מצליחים לפתור אותן. גם בפרויקט ההוכחה הראשונה הנזכר לעיל, אף שעברו ארבעה חודשים של עבודה מאומצת בין הסיבוב הראשון לסיבוב השני, שיעור הבעיות שנפתרו לא עלה. נתונים אלה מעלים סימן שאלה של ממש – האם יש למישהו עניין להאדיר את יכולותיה של הבינה המלאכותית?

עוד שאלה שעולה כאן היא ההשפעה של שימוש מסיבי בבינה מלאכותית על הקוגניציה האנושית. ממחקרים ראשוניים (למשל, Kosmyrna et al., 2025) עולה כי תיתכן פגיעה בשימוש ארוך טווח בבינה מלאכותית במילוי מטלות חינוכיות. חשש זה אינו מפתיע – כבר סוקרטס העלה ספקות בהשפעה של טכנולוגיה (בזמנו הכוונה הייתה לעצם השימוש בכתביבתן של הנמקות מתמטיות) על הזיכרון והחשיבה, וחשש שהדורות הבאים לא יוכלו לפתח יותר את המתמטיקה...

רשימת מקורות

קליינר, י' (1994). קפדנות והוכחה במתמטיקה: היבט היסטורי. בתוך מאמרים נבחרים בהסטוריה של המתמטיקה (נ' מובשוביץ-הדר, עורכת) (עמ' 11–67). "קשר-חם" – המרכז הפדגוגי הארצי לקידום, שיפור וריענון החינוך המתמטי.

Bloom, T., Sawin, W., Schildkraut, C., & Zhelezov, D. (2026). *The sum-product conjecture is false for real numbers*. arXiv preprint. <https://arxiv.org/abs/2605.28781>

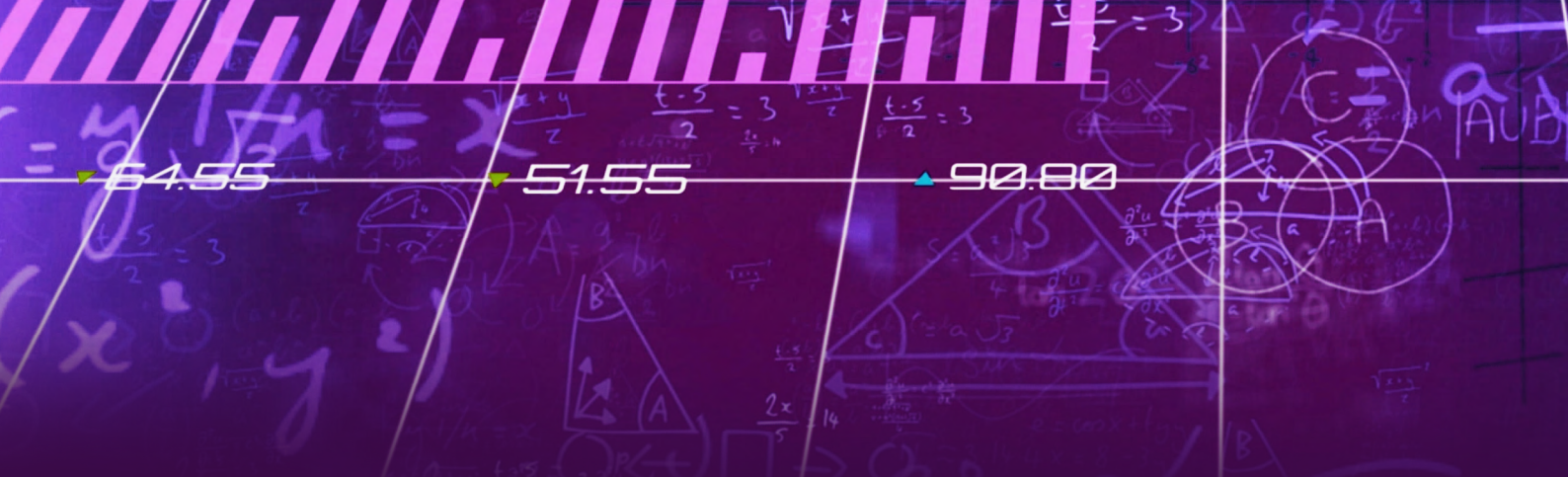
DiSipio, R. (2019). *A quick guide to gradient descent and its variants*. Medium. <https://pub.towardsai.net/a-quick-guide-to-gradient-descent-and-its-variants-afa181d5b97b>

Kosmyna, N., Hauptmann, E., Yuan, Y.T., Situ, J., Liao, X., Beresnitzky, A.V., Braunstein, I., & Maes, P. (2025). *Your brain on ChatGPT: Accumulation of cognitive debt when using an ai assistant for essay writing task*. arXiv preprint. <https://arxiv.org/abs/2506.08872>

Open AI. (2026). *Planar point sets with many unit distances*. Open AI. <https://cdn.openai.com/pdf/74c24085-19b0-4534-9c90-465b8e29ad73/unit-distance-proof.pdf>

Pegg, E. (2026, May 21). *OpenAI disproves Erdős unit distance conjecture*. Wolfram Community, STAFF PICKS. <https://community.wolfram.com/groups/-/m/t/3719376>

Skuse, B. (2026). *Watershed moment for AI–human collaboration in math twenty-first-century: Fields Medal proof formalized for the first time*. IEEE Spectrum. <https://spectrum.ieee.org/ai-proof-verification>



איך מחשב לומד?

ד"ר יוסי אלרן

בעל תואר שלישי בכימיה פיזיקלית תאורטית מאוניברסיטת בר-אילן, תעודת הוראה במתמטיקה ממכון ויצמן למדע ועבודת בתר-דוקטורט במכון ויצמן למדע והאוניברסיטה של טורונטו בקנדה. ראש יחידת החדשנות ומומחה למתמטיקה יצירתית-חזוניתית (recreational mathematician) במכון דוידסון לחינוך מדעי, מכון ויצמן למדע, ועוסק בפיתוח יוזמות חדשניות בחינוך מדעי ומתמטי, בטכנולוגיות למידה ובשילוב בינה מלאכותית בהוראה.



איך מחשב לומד? יוסי אלרן

תקציר

בשנים האחרונות אנו עדים לפריחה של יישומי בינה מלאכותית. לצד יכולות מרשימות כמו ניצחון של המחשב במשחקי שחמט ו"גו" (Go), יצירה של טקסטים, תמונות, סרטונים, ניתוח מידע, כתיבת קוד ועוד, אנו עדים גם להזיות, כמו הישענות על עובדות לא מבוססות, דמויות שמצוירות עם מספר אצבעות שגוי, המצאת ציטוטים ועוד.

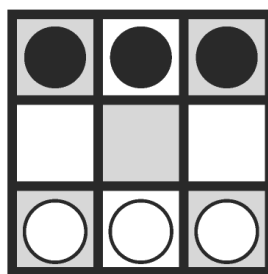
בבסיס הבינה המלאכותית, בין שמדובר בבינה מלאכותית "קלאסית" ובין שמדובר בבינה מלאכותית יוצרת, מתנהל תהליך "למידה" שהמחשב עושה אותו. לאדם ממוצע זה נראה כמו קסם. מתמטיקאים ומדעני מחשב ישתמשו במושגים כמו "למידת עומק" ו"רשתות נוירונים" כדי לתאר תיאור פורמלי את מה שעומד בבסיס הבינה המלאכותית, והם רואים בה תהליך מורכב ומסובך מאוד שקשה להבינו. ישנן כמה דרכים שבהן המחשב "לומד", אחת מהן, המכונה למידת חיזוק (reinforcement learning), בנויה על עיקרון פשוט יחסית של שכר ועונש. להבנה של תהליך למידה זה יש ערך רב לתלמידים ומורים כאחד. היא מקלפת את המסתורין שבבינה המלאכותית ומסבירה את היתרונות והחסרונות שלה. יתרה מזו, היא אף מאפשרת לדון דיון רציונלי ומבוסס בשאלה הפילוסופית הגדולה של גבולות הפוטנציאל של הבינה המלאכותית.

בשנות השבעים של המאה הקודמת תיאר מרטין גרדנר (Gardner, 1991) את תהליך "הלמידה" של מחשבים באמצעים פשוטים ביותר. על סמך מאמרו יצרנו פעילות בשביל תלמידים שבה הם יוצרים ומאמנים "מכונת חשיבה" העשויה מכוסות נייר וסוכריות והיא מסוגלת לשחק ולנצח מישור שמשחק נגדו משחק מוקטן של שחמט. פעילות זו ממחישה בדרך יעילה ופשוטה את תהליך למידת החיזוק בבינה המלאכותית. במאמר נציג את הפעילות וכיצד היא מסבירה את יכולות הלמידה של מחשב, נפתור את המשחק בשתי דרכים כדי להשוות בין האלגוריתמיקה של בינה מלאכותית ובין השיטה הלוגית הקלאסית, ונראה איך אפשר לשכלל את מכונת החשיבה ולהשתמש בה ובמכונות דומות בפעילויות אחרות.

מילות מפתח: בינה מלאכותית; למידת מכונה; חשיבה חישובית; אלגוריתמים; תורת הגרפים; משחקים מתמטיים; למידה מבוססת משחק; מתמטיקה יצירתית; מיני-שחמט.

משחק מיני-שחמט

משחק מיני-שחמט הוא משחק לוח 3x3 לשני שחקנים: שחקן עם חיילים לבנים, שתמיד פותח את המשחק, ושחקן עם חיילים שחורים. בתחילת המשחק יש לכל שחקן שלושה חיילים המיוצגים בדיסקיות. בתחילת המשחק השחקנים יושבים זה כנגד זה משני צידי הלוח וכל שחקן ממקם את חייליו בשורה הקרובה אליו כפי שמתואר באיור 1.



איור 1: המצב ההתחלתי בלוח מיני-שחמט



מותר לחייל לנוע רק קדימה ורק משבצת אחת בכל תור וזאת רק אם במשבצת שלפניו לא נמצא חייל אחר. במקום לנוע קדימה, חייל יכול לבחור בתורו להכות חייל של היריב כשהוא נמצא במשבצת אלכסונית ישירה בכיוון התקדמותו. במילים אחרות, אם יש חייל יריב באלכסון ישיר – משבצת אחת קדימה ומשבצת אחת שמאלה או ימינה – מותר להכות אותו ולהורידו מהלוח.

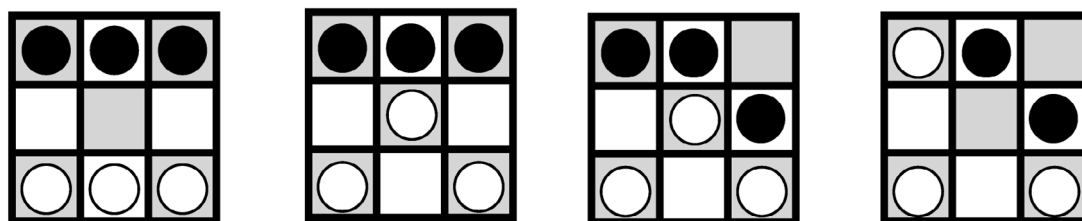
משחק זה מסתיים באחד מהמצבים האלה:

א. חייל מגיע לשורה האחרונה.

ב. שחקן מכה את כל חיילי היריב.

ג. שחקן גורם לתקיעה של היריב – חייליו נמצאים במשבצות שבדרכו הישירה של יריבו ולא באף משבצת האלכסונית לו.

איור 2 מדגים משחק אחד של מיני־שחמט. השחקן הראשון בוחר לפתוח בהזזת החייל שלו (הלבן) האמצעי קדימה. יריבו מגיב בהזזת החייל השמאלי שלו (שחור) קדימה. הוא כמובן היה יכול לבחור במקום זאת להכות את החייל הלבן שבמשבצת האמצעית אך מסיבותיו שלו בחר שלא לעשות זאת. זו הייתה טעות מצידו, שכן החייל הלבן מנצל זאת והוא מכה את החייל השחור של היריב שבמשבצת האלכסונית שמשמאלו (הימנית של היריב). לפיכך הוא מגיע ראשון לשורה האחרונה ומנצח במשחק.



איור 2: דוגמה למשחק מיני־שחמט (משמאל לימין)

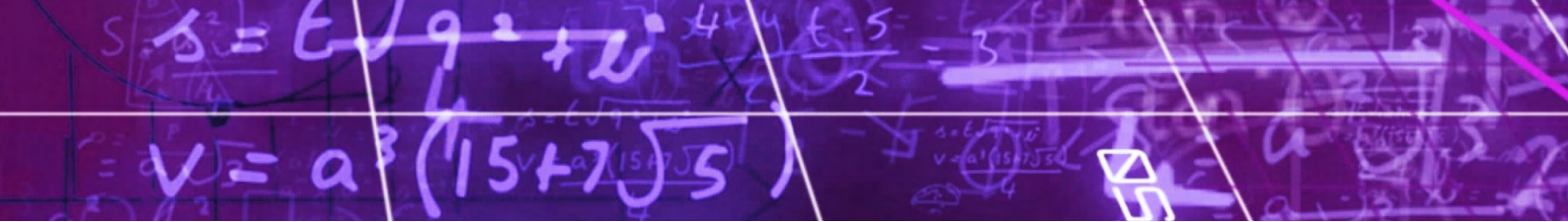
פתרון המשחק בעזרת גרף

מתמטיקאים מסווגים משחקים לפי קריטריונים מגוונים, למשל, האם המשחק מסתיים לאחר צעדים סופיים (כמו במשחק שחמט)? האם יש במשחק רכיב של מזל (כמו ששיבש)? האם המשחק חייב להסתיים בתיקו (כמו באיקס-עיגול)? האם המשחק חייב להסתיים בניצחון של אחד השחקנים (כמו במשחק נים)? ואם כן, בהנחה ששני השחקנים חכמים, כלומר שהם משחקים את המהלך הטוב ביותר בכל זמן נתון, האם השחקן הראשון הוא המנצח? אולי שחקן אחר?

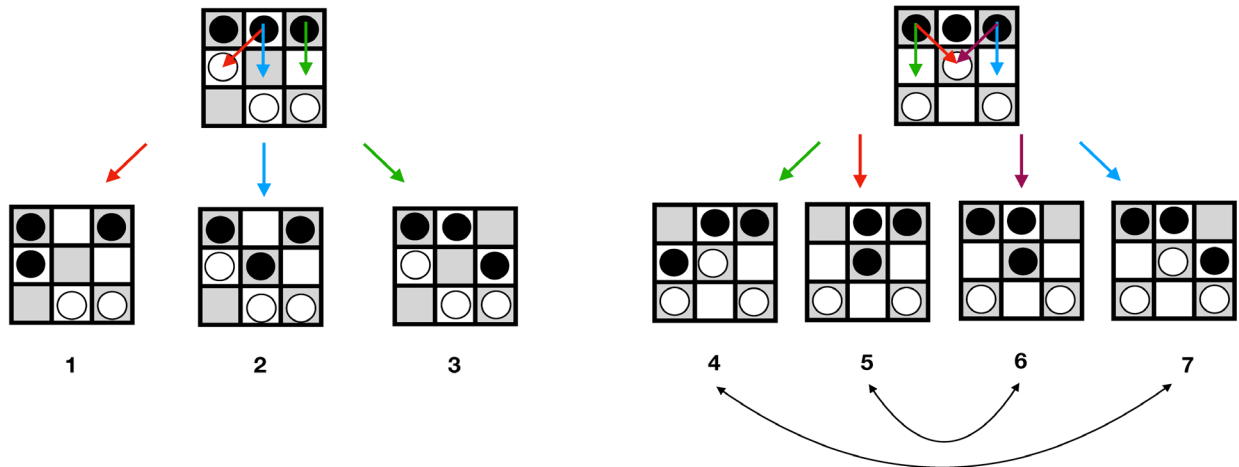
התכנון של משחק המיני־שחמט הוא שהשחקן השני, כלומר השחקן השחור, יכול תמיד לנצח וזאת בתנאי שבכל מצב שייתקל בו, הוא יבחר את המהלך הנכון. לכן עליו לפרוס את כל המצבים שייתכנו ולתכנן איך להגיב בכל מצב שהוא אכן ינצח. דרך מתאימה לעשות זאת היא בעזרת גרף מכון, מבנה מתמטי הבנוי מנקודות (המכונות קודקודים או צמתים) וחיצים המחברים ביניהן (המכונים קשתות). גרף זה מייצג את כלל המצבים שייתכנו במשחק כולו. במשחק המיני־שחמט הקודקודים בגרף הם המצבים והקשתות הם דרכי התגובה של היריב בכל שלב במשחק.

נצייר את גרף משחק המיני־שחמט, שפרוסים בו כל המהלכים שייתכנו במשחק עד להפסד או ניצחון (תיקו כאמור אינו ייתכן). הגרף יצויר כמו מעין עץ ההולך ומתפתח על פי דרכי התגובה על כל מהלך. במתמטיקה גרף מסוג זה מכונה בפשטות "עץ" ונכנה אותו בשם זה מכאן והלאה. איור 3 מראה את הרמה הראשונה והשנייה של העץ. הקודקודים ברמה הראשונה של העץ הם מצבי הפתיחה של השחקן הלבן. אומנם יש שלוש פתיחות לשחקן הראשון אך כדי להקל על משימת ציור העץ, נשתמש בשיקולי סימטריה ונדון רק בשני צעדים פותחים של השחקן הלבן – פתיחה במשבצת אמצעית, כפי שראינו בדוגמה באיור 2, ופתיחה שבה החייל הלבן הנמצא במשבצת השמאלית צועד קדימה. מותר לנו לעשות זאת משום שפתיחה של החייל הלבן במשבצת הימנית היא סימטרית למהלך זה – המשחק מתנהל כביכול באמצעות מראה המוצבת בצד השמאל של הלוח.

השחקן השחור יכול להגיב באחת משלוש דרכים על מהלך פתיחה שבו השחקן הלבן מתקדם עם החייל השמאלי, ובאחת מארבע דרכים למהלך פתיחה שבו השחקן הלבן מתקדם עם החייל האמצעי. שבעת המצבים שייתכנו ברמה השנייה מיוצגים במספרים 1–7 והם מתוארים בקודקודי הרמה השנייה של העץ. מהלכי התגובה של השחקן השחור המכונים

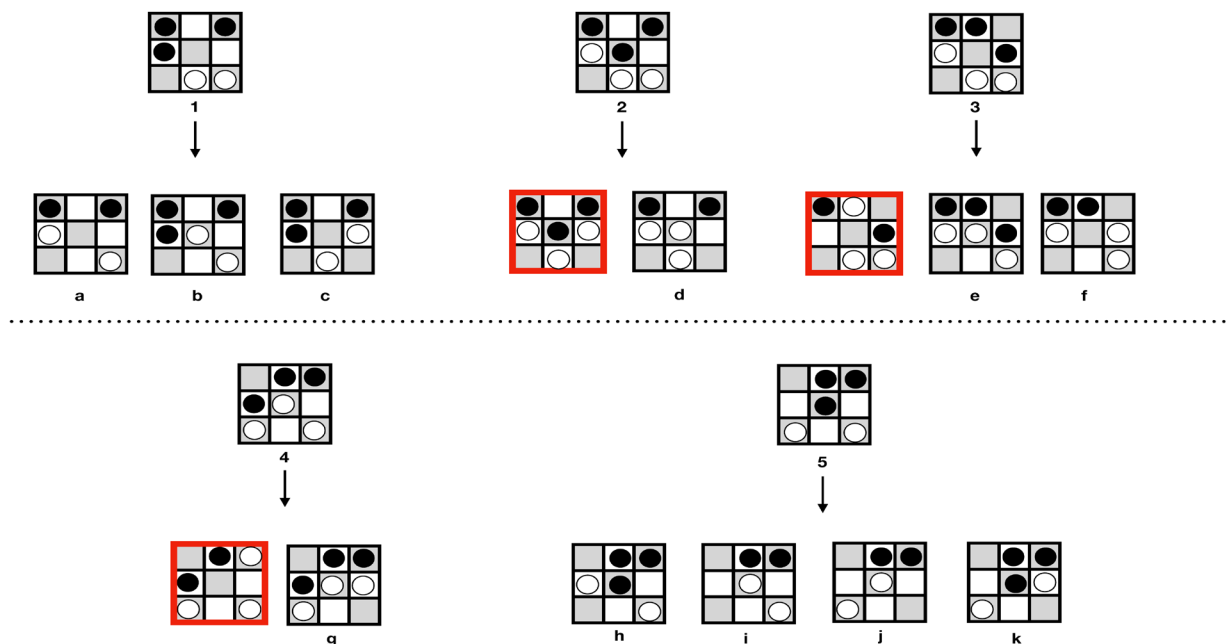


למצבים אלו מתוארים באיור בחיצים צבעוניים בתוך הלוחות ברמה הראשונה. הקשתות המכוונות מהרמה הראשונה של העץ לרמה השנייה מתוארות בחיצים צבעוניים בהתאמה לצבע החץ של מהלך השחקן השחור. לדוגמה, החץ האדום בלוח ברמה הראשונה באיור 3 מתאר מהלך שבו החייל השחור האמצעי מכה את החייל הלבן שבמשבצת האלכסונית שלמימנו. החץ (הקשת) האדום שבין הרמות משמעותו שמהלך זה של החייל השחור מכוון למצב לוח מספר 1 ברמה השנייה של העץ. נשים לב שמצב 5 ומצב 6 סימטריים (בהקבלה לפעולת שיקוף) וכן גם מצב 4 ומצב 7. לכן אפשר לצמצם את מספר המצבים שייתכנו לחמש.



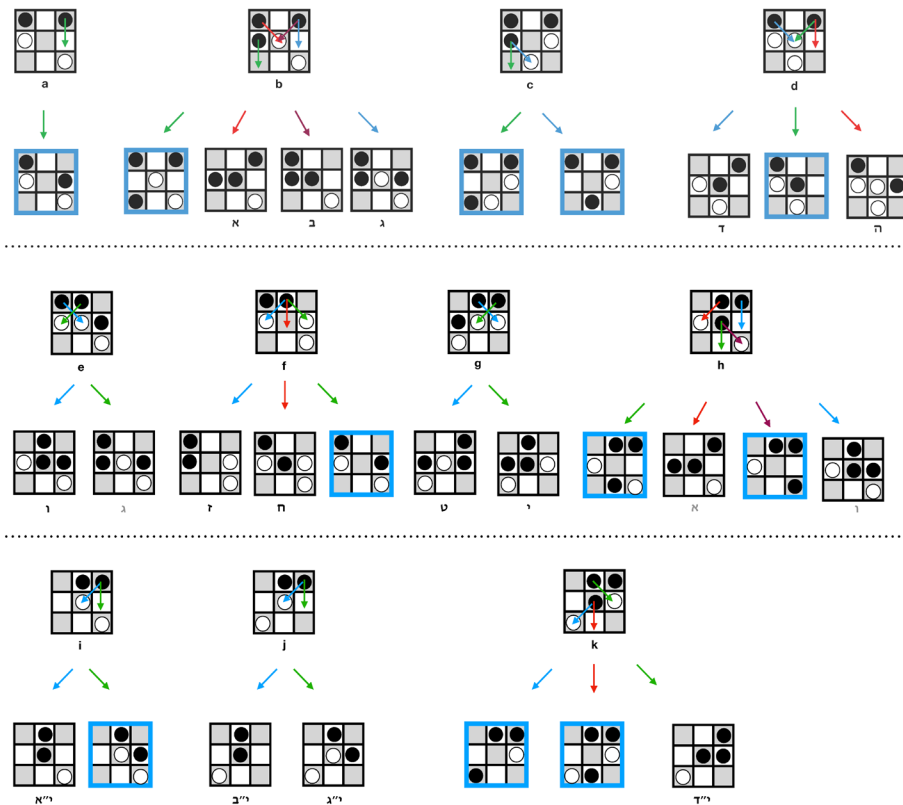
איור 3: הרמה הראשונה – מצבי הפתיחה של השחקן הלבן והרמה השנייה – מצבי התגובה של השחקן השחור בעץ המצבים של משחק המיני-שחמט

איור 4 מראה את המעבר מהרמה השנייה – חמשת המצבים של השחקן השחור המגיב על מהלכי הפתיחה של השחקן הלבן – לרמה השלישית המתארת את 14 המצבים המתקבלים מתגובת השחקן הלבן. 14 מצבים אלו מיוצגים באותיות a-k. כדי להקל על המעקב אחרי השחקנים נצייר חיצים במפורש רק למהלכי השחקן השחור (בהמשך תגלם אותו המכונה) ולא למהלכי השחקן הלבן, לכן הם אינם מופיעים באיור 4. השחקן השחור במסגרת אדומה מצבי הפסד של השחקן השחור, כלומר מצבי ניצחון של השחקן הלבן. השחקן השחור צריך לתכנן לא לאפשר לשחקן הלבן להגיע למצבים אלה ולכן הוא יתכנן לא לעשות מהלכים שיכוונו למצב 2, 3 ו-4 כי בנקודות אלו לשחקן הלבן יש בחירה ולפיכך הוא יוכל לבחור להביא את השחקן השחור לידי הפסד.

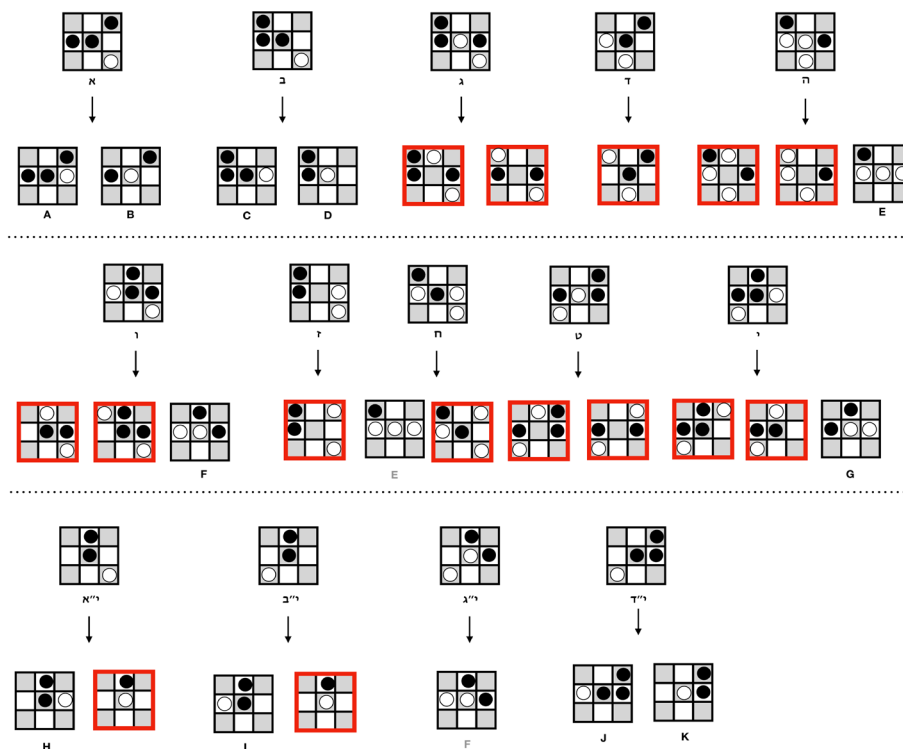


איור 4: הרמה השנייה והרמה השלישית בעץ המצבים של משחק המיני-שחמט

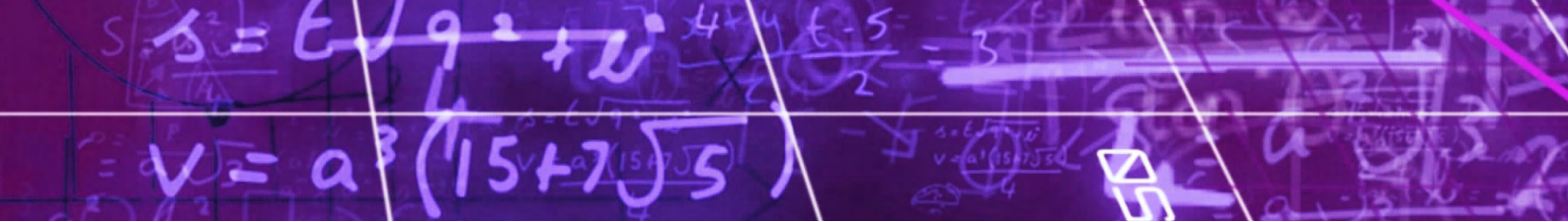
איור 5 ואיור 6 מראים את הרמות שלאחר מכן בעץ המשחק. המצבים המגוונים הפתוחים לפני השחקן הלבן מיוצגים באותיות האל"ף-בי"ת ואלו שפתוחים לפני השחקן השחור מיוצגים באותיות לועזיות גדולות. המצבים עם המסגרות הכחולות הם מצבי ניצחון של השחקן השחור.



איור 5: הרמה השלישית והרמה הרביעית בעץ המצבים של משחק המיני-שחמט

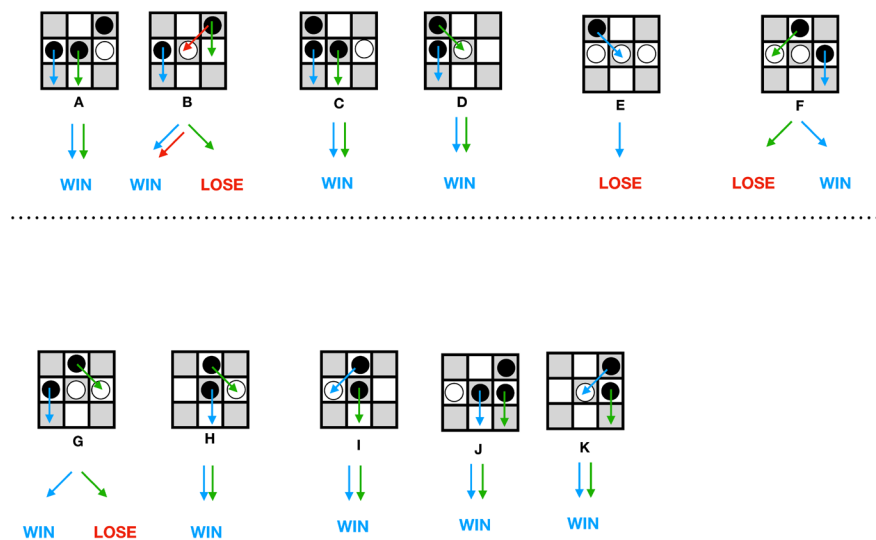


איור 6: הרמה הרביעית והרמה החמישית בעץ המצבים של משחק המיני-שחמט

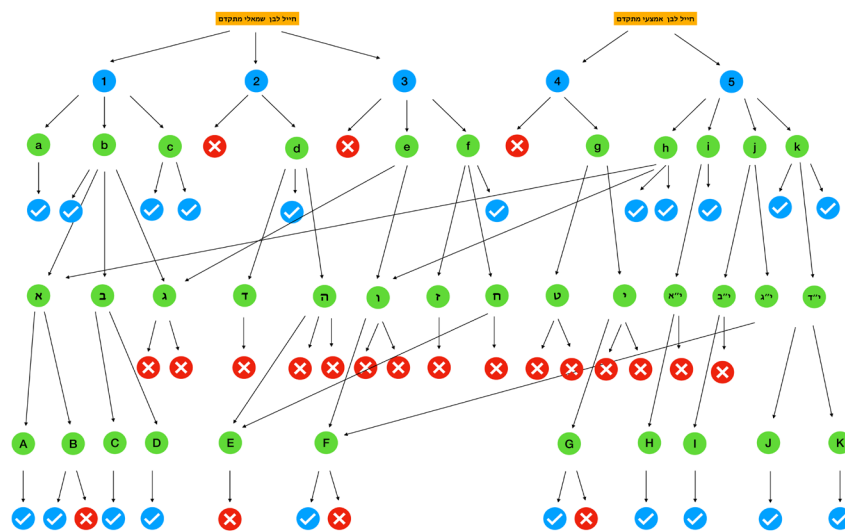


הרמה השישית היא הרמה האחרונה במשחק משום שכל המצבים מביאים לידי ניצחון של אחד השחקנים. איור 7 מראה מצב זה. מצבי הניצחון של השחקן השחור מסומנים במילה "WIN" ומצבי ההפסד במילה "LOSE". איור 8 מראה את כל העץ כאשר המצבים עצמם, הקודקודים, מיוצגים במספרים ובאותיות על פי הסימונים שבחרנו לכל רמה. בעץ זה מצבי הניצחון של השחקן השחור מסומנים ב-✓ ומצבי ההפסד ב-X. נזכור שמצבי הבחירה של השחקן השחור, הצמתים שבהם יש לו יכולת להשפיע על המשחק, הם התגובה על מהלך הפתיחה של השחקן הלבן (רמה 1), אות לועזית קטנה (רמה 3) ואות לועזית גדולה (רמה 5).

לפני המשחק השחקן השחור צריך לנתח עץ זה ולשחק תמיד מצבים שאינם מאפשרים לשחקן הראשון לנצח. מניתוח זה השחקן השחור מבין שעליו להגיב על הפתיחה שבה חייל לבן שמאלי מתקדם במהלך המסומן בחץ האדום המכוון למצב 1 כי אז תגובת השחקן הלבן תכוון לאחד מהמצבים a, b או c ומכל אחד ממצבים אלו הוא יכול להכריע את המשחק מייד (במהלך המסומן בחיצים הירוקים במצב a ו-b וחץ הירוק או הכחול במצב c). אם השחקן הלבן פותח בקידום החייל הלבן האמצעי, על השחקן השחור לבחור במהלך המסומן בחץ האדום המכוון למצב 5 כדי שאם תגובת השחקן הלבן תכוון למצב h, i או k, יוכל השחקן השחור לנצח מייד ואם השחקן השחור ניצב לפני מצב j, הוא יבחר במסלול י"ג – F – ניצחון.



איור 7: הרמה החמישית בעץ המצבים של משחק המיני-שחמט מכוננת לרמה שישית שבה כל מצב מביא לידי ניצחון או הפסד של השחקן השחור



איור 8: עץ משחק מיני-שחמט

פתרון המשחק בעזרת מכונת חשיבה הבנויה מכוסות נייר וסוכריות

עצי החלטה הם כלי מתמטי יעיל מאוד לניתוח ותכנון של משחקים ושימוש בהם הוא הדרך המועדפת על מתכנתים בבואם לתכנן משחקים שבהם שחקן משחק נגד מחשב. אותם מתכנתים משתמשים בטכניקה של חשיבה חישובית – אלגוריתמיקה הנשענת על לוגיקה. הם פורסים את כל המהלכים שייתכנו במשחק בגרף ובכל צומת קובעים למחשב איך להגיב באמצעות משפט "אם-אז". שורת קוד במשחק מיני-שחמט יכולה להיות לדוגמה: "אם אתה נתקל במצב j תגיב במהלך המיוצג על ידי החץ הירוק שמוביל למצב "ג". ואולם ברוב הפעמים, כמו למשל במשחק שחמט תקני, מדובר בגרפים עצומים ולכן מסיבות מעשיות (מקום בזיכרון, זמן וכו') אי אפשר לתכנת משחקים כאלה בדרך זו. נוסף על כך יש משחקים שאינם מסתיימים בניצחון כורחני של אחד השחקנים (למשל אם כל אחד מהשחקנים יכול לכפות תיקו), או שהם אינם מסתיימים בכלל (משחקים אינסופיים). משחקים אחרים, כמו שש-בש, תלויים במזל.

בשל מגבלות אלה יש צורך בשיטות נוספות לפתרון משחקים באמצעות מחשב. שיטה אחת מסתמכת על למידת מכונה (machine learning). בשיטה זו יש שני שלבים: שלב של אימון שבו המכונה לומדת את המשחק ולאחריו שלב שבו המכונה "מבצעת" והיא מוכנה לשחק "על אמת". בשלב האימון המכונה משחקת את המשחק שוב ושוב כאשר היא לומדת בכל משחק אילו מהלכים הם מהלכים טובים ואילו הם מהלכים לא טובים מתוך כך שהיא מתוגמלת על מהלכים נבונים ומוענשת על מהלכים שמביאים לידי כישלון.

נדגים כיצד שיטה זו פועלת באמצעות משחק המיני-שחמט, כאשר שחקן אנושי (השחקן הלבן) משחק נגד מכונת חשיבה (השחקן השחור). למרבה הפלא לא נשתמש במחשב או מכשיר אלקטרוני בתור המכונה, אלא בהשראתו של מרטין גרדנר (Martin Gardner), נבנה מכונת חשיבה "מכנית" באמצעות 24 כוסות קפה עם מכסים וחבילת סוכריות צבעוניות. נכין בצד לוח משחק וחילילים כפי שמופיע באיור 1 לעיל. אפשר להכין את הלוח והחילילים באמצעות בריסטול או נייר רגיל. נדפיס את כל צומתי הבחירה העומדים לפני השחקן השחור שתגלם אותו מכונת החשיבה. אלה כל הלוחות שמצוירים בהם חיצו הבחירה של השחקן השחור באיור 3, 5 ו-7. על המכסה של כל כוס מדביקים מצב אחד מהמצבים המודפסים. לנוחיות הקוראים קיבצנו אותם לאיור אחד בנספח 1. בתוך כל כוס שמים סוכריות במספר ובצבע של החיצים המופיעים על גבי המצב המודבק על המכסה של אותה כוס. לדוגמה, בכוס שעל המכסה שלה מודבק מצב h נשים סוכרייה אחת בצבע כחול, סוכרייה אחת בצבע ירוק, סוכרייה אחת בצבע אדום וסוכרייה אחת בצבע סגול.

השלב הראשון הוא אימון המכונה. בשלב זה משחקים נגד המכונה ומאמנים אותה לבחור מהלכים נבונים. כדי לעשות זאת המאמן משחק בתפקיד השחקן הלבן וצופה ניטרלי מפעיל את המכונה המשחקת בתפקיד השחקן השחור. תפקיד הצופה הניטרלי להפעיל אלגוריתם של בחירת מצב אקראי בשביל המכונה. במשחק האימון, השחקן הלבן עושה מהלך והצופה הניטרלי מגיב על מהלך זה בתפקיד "המכונה" בדרך הזו: הוא מרים את מכסה הכוס ובוחר באקראי את אחת הסוכריות מתוך הכוס מבלי להסתכל בה. אחרי שהוא סוגר את המכסה, הוא מניח את הסוכרייה לעין כול על גבי המכסה של הכוס. הוא מסתכל בסוכרייה ועושה את המהלך שבו צבע החץ הזה לצבע הסוכרייה. כלומר צבע הסוכרייה הנבחרת מכתוב את מהלך המכונה. לדוגמה, אם השחקן הראשון פותח בחייל אמצעי, והצופה הניטרלי מוציא סוכרייה ירוקה, המהלך שהוא עושה הוא המהלך המיוצג בחץ הירוק ברמה 2, כלומר הזזת החייל הימני שלו (והשמאלי של יריבו) צעד אחד קדימה – למצב 4.

ממשיכים לשחק כך עד לניצחון או הפסד. הלמידה של המכונה מתנהלת כאשר המכונה מפסידה במשחק. רק אז הצופה אוכל את הסוכרייה המייצגת את המהלך האחרון שהמכונה עשתה ומונע ממנה לחזור על הטעות. שאר הסוכריות מוכנסות חזרה לכוסות שלהן, כל אחת לתוך הכוס שנלקחה ממנה. עם הזמן, ככל שמתרבים משחקי האימון, המהלכים השגויים של המכונה מתבטלים והיא נשארת רק עם בחירות שמכוונות לניצחונה. לפניכם דוגמאות לשני משחקי אימון של המכונה השונים זה מזה. בדוגמה הראשונה השחקן השחור (=המכונה) מנצח ובדוגמה השנייה הוא מפסיד.

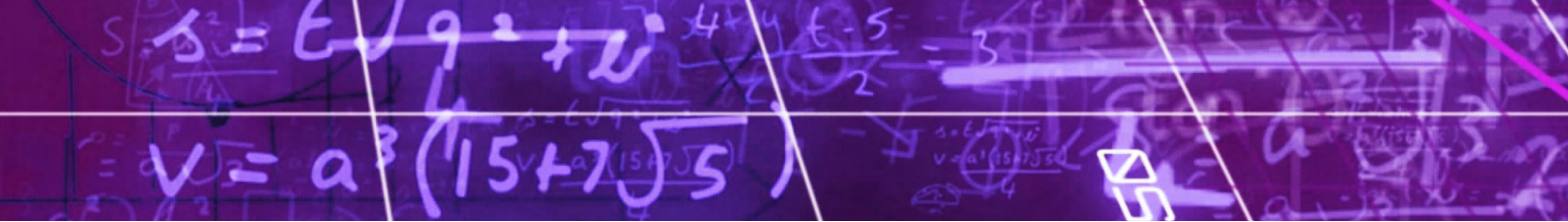
דוגמה למשחק אימון שבו השחקן השחור מנצח

שחקן לבן: מקדם את החייל השמאלי צעד אחד קדימה.

צופה ניטרלי: פותח את מכסה הכוס, מוציא באקראי סוכרייה אחת ומבלי להסתכל בכוס. הוא סוגר את המכסה ומניח את הסוכרייה מעל הכוס. כולם מסתכלים בסוכרייה. הסוכרייה בצבע אדום. הוא עושה את המהלך המיוצג בחץ האדום, כלומר הוא מכה את החייל הלבן שזה עתה התקדם. מצב הלוח כעת הוא מצב 1.

שחקן לבן: גומל לשחקן השחור ומכה את החייל השחור. הלוח כעת במצב a .

צופה ניטרלי: פותח את מכסה הכוס, מוציא באקראי סוכרייה אחת ומבלי להסתכל (כאן יש רק סוכרייה אחת בכוס a).



הוא סוגר את המכסה ומניח את הסוכרייה מעל הכוס. כולם מסתכלים בסוכרייה. הסוכרייה בצבע ירוק. הוא עושה את המהלך המיוצג בחץ הירוק, כלומר הוא מתקדם עם החייל השחור הפנוי צעד קדימה ומנצח במשחק באמצעות חסימת כל החיילים הלבנים – השחקן הלבן לא יכול לזוז. לסיום הוא מחזיר את כל הסוכריות שמחוץ לכוסות לתוך הכוסות שלהן, וכך המכונה מוכנה למשחק שלאחר מכן.

דוגמה למשחק אימון שבו השחקן השחור מפסיד

שחקן לבן: מקדם את החייל האמצעי צעד אחד קדימה.

צופה נייטרלי: פותח את מכסה הכוס, מוציא באקראי סוכרייה אחת ומבלי להסתכל בכוס. הוא סוגר את המכסה ומניח את הסוכרייה מעל הכוס. כולם מסתכלים בסוכרייה. הסוכרייה בצבע סגול. הצופה הנייטרלי מסביר לשחקן הלבן שהמהלך עם החץ הסגול סימטרי למהלך עם החץ האדום ומחליף את הסוכרייה הסגולה בסוכרייה אדומה. הוא עושה את המהלך המיוצג בחץ האדום, כלומר הוא מכה את החייל הלבן שזה עתה התקדם. מצב הלוח כעת הוא מצב 5.

שחקן לבן: גומל לשחקן השחור ומכה את החייל השחור עם החייל הלבן הימני שלו. הלוח כעת במצב j.

צופה נייטרלי: פותח את מכסה הכוס, מוציא באקראי סוכרייה אחת ומבלי להסתכל בכוס. הוא סוגר את המכסה ומניח את הסוכרייה מעל הכוס. כולם מסתכלים בסוכרייה. הסוכרייה בצבע כחול. הוא עושה את המהלך המיוצג בחץ הכחול, כלומר הוא מכה את החייל הלבן שבמשבצת האמצעית. מצב הלוח כעת הוא מצב י"ב.

שחקן לבן: מכה את החייל השחור שבמשבצת האמצעית ומתוך כך חוסם את החייל השחור האחרון שנשאר. לכן הוא המנצח של המשחק.

צופה נייטרלי: אוכל את הסוכרייה הכחולה כדי ללמד את המכונה "לקח". מעתה המהלך האחרון, שהביא לידי הפסד השחקן השחור, לא יתנהל בשום משחק המשך עם אותה מכונה פשוט משום שהברירה הזו לא קיימת יותר. הוא מחזיר את כל הסוכריות שנשארו (חוץ מזו שנאכלה) לתוך הכוסות.

מתברר שלאחר מעט משחקים המכונה כבר תנצח בכל משחק משום שכל המהלכים שהביאו לידי הפסדה כבר אינם קיימים. הסוכריות שייבחרו בכל שלב יהיו רק כאלה שמסמנות חיצים שמכוונים למצבי ניצחון שלה. לאחר כמה משחקים קובעים שהמכונה סיימה את האימון והיא מוכנה לשימוש. נשים לב כי ככל שיהיו יותר משחקי אימון, כך המכונה תהיה מדויקת יותר, אבל מצד אחר ההכרזה על המכונה שהיא "מבצעת" תתעכב. הקוראים מוזמנים לבנות מכונה כזו, לאמן אותה ולשחק נגדה (או להזמין חברים לשחק נגדה). האלגוריתם המוצג כאן מדגים יפה את התהליך ואת היתרונות של למידת מכונה. אומנם המכונה צריכה לדעת מראש את כל המצבים והמהלכים שייתכנו במשחק אך היא אינה צריכה לנתח אותם, לזכור מהלכים קודמים (למעט המהלך האחרון) או לתכנן מהלכים עתידיים.

הצעות לשכלול מכונת החשיבה

אחרי שבנינו את מכונת החשיבה, אפשר לשכלל אותה בכמה דרכים. אפשר למשל להגדיל את הלוח לגודל 4×4 . אפשר לשנות את הכללים, למשל לאפשר "תיקו" כאשר שחקן חוסם שחקן אחר. דרך אחרת היא לשנות את שיטת השכר ועונש. נזכור שהמשחק הוא משחק שבו שחקן שחור חכם תמיד ינצח. נניח שאנחנו מעוניינים לתת הזדמנות לשחקן הלבן לנצח מדי פעם, כלומר להעניק למכונה מאפיינים אנושיים יותר. המשמעות מבחינת האלגוריתם היא לעדן את תהליך התגמול. אפשר למשל להחליט לאכול את הסוכרייה לאחר כל הפסד שני של המכונה או לאכול סוכרייה מדי פעם גם לאחר מהלך אחרון מנצח של המכונה. אפשר גם לשלוט בקצב הלמידה של המכונה בהוספת סוכריות לכוסות. כאשר מכפילים את מספר הסוכריות בכל כוס, הלמידה תהיה איטית יותר.

אפשר לייצר מכונות חשיבה דומות למשחקים אחרים. מכונת החשיבה הראשונה המתוארת בספרות (Michie, 1963), שידעה לשחק איקס-עיגול, הורכבה מ-304 קופסאות גפרורים ובהן היו חרוזים. גרדנר (Gardner, 1991) מתאר מכונות חשיבה אחרות שבנו קוראיו, בהן משחק מיני-דמקה ונים. תכנון ובנייה של מכונות אחרות כרוכים בבחירה מושכלת של המשימה שאנחנו רוצים שהמכונה תעשה אותה. בייחוד חשוב לחשב לפני הבנייה את מספר צומתי ההחלטה של המכונה כדי שהמשימה תוכל להתנהל בתנאים של זמן וחומרים מוגבלים. לאחר בחירת המשימה, פועלים בדומה למתואר במאמר זה, כלומר פריסת המצבים שיתקל בהם המחשב (צומתי ההחלטה) ויצירת מנגנון תגמול לפיהם. אפשר לחשוב על בניית מכונה כזו למשימות אחרות מלבד משחקים, למשל מכונה שתכתוב משפט פשוט ונכון מבחינה תחבירית באורך של עשר מילים ממאגר מצומצם של מילים. כדי להכין מכונה כזו נשתמש בעשר קופסאות נעליים, קופסה אחת לכל מילה במשפט. נדפיס עשרה עותקים של כ-100 מילים על פתקים ונשים עותק אחד בכל קופסה.



נסדר את הקופסאות בשורה כשהקופסה הראשונה תייצג את המילה הראשונה במשפט, הקופסה השנייה את המילה השנייה וכן הלאה. בשלב האימון נשלוף פתק אחד באקראיות מכל קופסה ונשים אותה מעליה. בסיום המשפט ניתן לו ציון לאחר שנשמיד פתקים שמופיעות עליהם מילים שאינן תואמות למבנה תחבירי תקין ואת שאר הפתקים נחזיר למקום. אפשר גם לחזק מילים מוצלחות באמצעות שכפול פתקים "טובים" והכנסתם לקופסה או לקצר את התהליך בקביעת תחביר המשפט מראש, מתן תפקיד תחבירי לכל קופסה (למשל: הקופסה הראשונה תהיה שם עצם, הקופסה השנייה פועל וכן הלאה) והכנסת מילים ממאגרים מגוונים בכל קופסה (כלומר רק מילים שהן שמות עצם ייכנסו לקופסה הראשונה, רק פעלים לקופסה השנייה וכן הלאה).

אם רוצים בכל זאת ליצור מכונת חשיבה למשימה שבה יש צומתי החלטה רבים, אפשר כמובן להמיר את מכונת כוסות הקפה והסוכריות לתוכנת מחשב. אומנם זה מרחיב בהרבה את מספר המשימות שאפשר לפתור, ואולם לטעמי זה עלול לפגום בהבנת ההבדל בין אלגוריתם לוגי ואלגוריתם המסתמך על עיקרון התגמול. כמובן זה מגביל את החוויה הלימודית לתלמידים היודעים לתכנת.

סיכום ודיון

בניית מכונת חשיבה לפתרון מיני-שחמט היא פעילות חווייתית לכיתה, בייחוד אם עושים את העבודה בקבוצה. הפעילות מלמדת מיומנויות מספר, בהן מיומנויות חשיבה ברמה גבוהה, למידה שיתופית ואוריינות מידע. במהלך תכנון המכונה התלמידים נעזרים בקומבינטוריקה כדי לחשב את מספר המצבים שייתכנו ובתורת הגרפים כדי למפות אותם ולמצוא את כל המסלולים בין הרמות המגוונות בעץ המשחק.

נוסף על כך הם משתמשים בחשיבה חיונית ולומדים להבחין בין אלגוריתמים מגוונים לפתרון בעיות, ונחשפים לעקרונות חשובים בלמידת מכונה. עם זה חשוב לציין שזו למידת מכונה מסוג מסוים מאוד. בשל מגבלותיה היא דומה יותר לבניה מלאכותית קלסית הנפוצה במערכות מומחה. היא יכולה להדגים כמה מהעקרונות שבבסיס למידת מכונה, כמו חלוקת האלגוריתם לשלב אימון ושלב מבצעי, ומנגנוני תגמול בצומתי החלטה, אך היא לא יכולה להדגים את כל הגונויות למיניהן שבתחום רחב הזה.

יתרה מזו, יש צורך להיזהר מתפיסות מוטעות כפי שמביאים מרקס ועמיתיו במאמר חשוב בנושא (Marx et al., 2022). למשל, התלמידים עלולים לטעות ולחשוב שלמידת מכונה תיתכן רק כאשר ממפים מראש את כל המצבים, או רק כאשר מענישים על כישלון, או שבמודלים של למידת מכונה בוחנים כל צומת החלטה בנפרד. ההרחבות המוצעות בסעיף הקודם עשויות לתת פתרון חלקי לפחות לחלק מתפיסות מוטעות אלו. חשוב לנהל דיון כיתתי בסוף הפעילות ולעמוד על הדומה והשונה בין מכונת החשיבה של המיני-שחמט ובין סוגים אחרים של למידת מכונה. אפשר להרחיב את הפעילות ולכלול חשיפה והתנסות בסוגים אחרים של למידת מכונה כמו מכונת הלימוד של גוגל (Carney et al., 2020) (Google Teachable Machine).

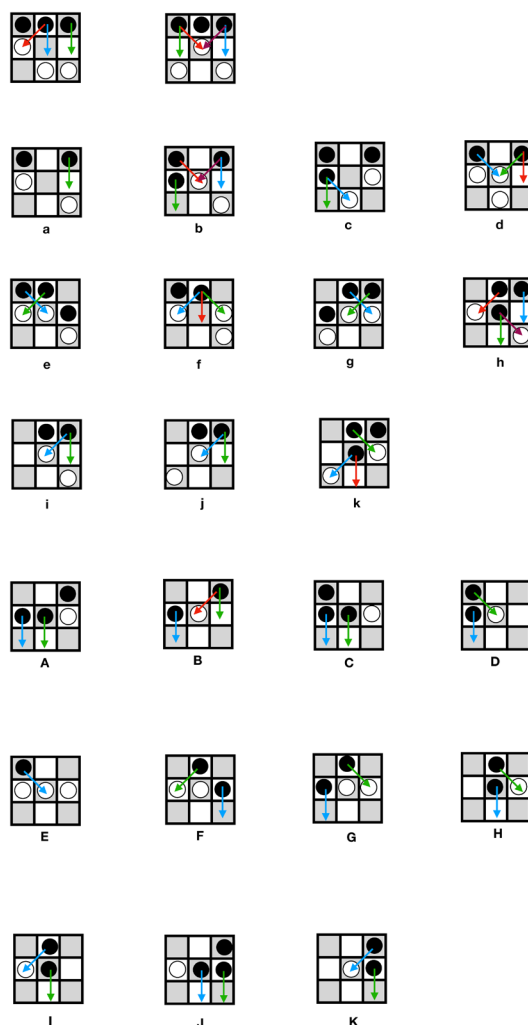
דיון כיתתי מזמן גם שיח פילוסופי על מהות הלמידה. האם גם אנחנו לומדים טוב כשמשמשים בשיטות של שכר ועונש, כמו משנתו הביהוויוריסטית של סקינר (Skinner, 1961)? האם בינה מלאכותית יכולה לפעול לפי תאוריות למידה אחרות כמו אלו של פיאז'ה, ויגוצקי ואחרים?

תכנון ובנייה של מכונת חשיבה מכניות הם פעילות כיתתית נהדרת בתחום המתמטיקה היצירתית (recreational math). יש לה ערך הן בהבנה של אלגוריתמיקה של למידת מכונה הן בפיתוח מיומנויות מתקדמות רבות החיוניות למאה העשרים ואחת. בסופו של דבר פיתוח מיומנויות אלו הן הדבר החשוב בעבור תלמידנו והן יהיו להם לעזר רב בבגרותם בפילוס דרכם בחיים המודרניים.

רשימת מקורות

- Carney, M., Webster, B., Alvarado, I., Phillips, K., Howell, N., Griffith, J., Jongejan, J., Pitaru, A., & Chen, A. (2020). Teachable machine: Approachable web-based tool for exploring machine learning classification. In *Extended Abstracts of the 2020 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems (LBW017)*. Association for Computing Machinery. <https://doi.org/10.1145/3334480.3382839>
- Gardner, M. (1991). A matchbox game-learning machine. In *The unexpected hanging and other mathematical diversions* (pp. 90–102). University of Chicago Press.
- Marx, E., Leonhardt, T., Baberowski, D., & Bergner, N. (2022). Using matchboxes to teach the basics of machine learning: An analysis of (possible) misconceptions. *Proceedings of the Second Teaching Machine Learning and Artificial Intelligence Workshop, PMLR 170*, 25–29.
- Michie, D. (1963). Experiments on the mechanization of game-learning part I. Characterization of the Model and its parameters. *The Computer Journal*, 6(3), 232–236. <https://doi.org/10.1093/comjnl/6.3.232>
- Skinner, B. F. (1961). The science of learning and the art of teaching. In B. F. Skinner, *Cumulative record* (Enlarged ed., pp. 145–157). Appleton-Century-Crofts. <https://doi.org/10.1037/11324-010>

נספח 1



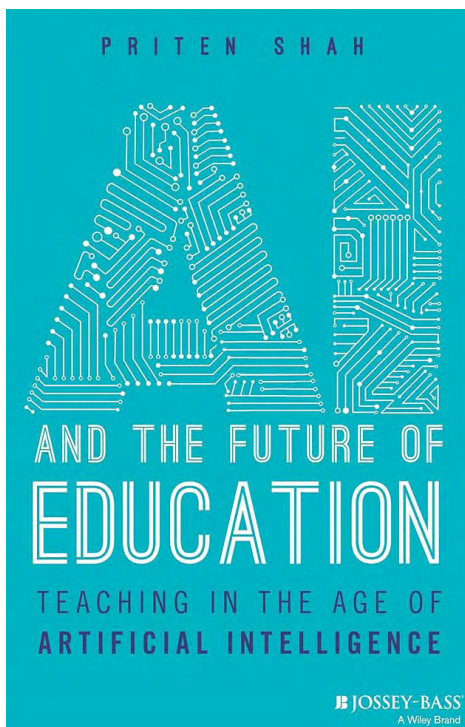
איור 9: כלל מצבי הבחירה של השחקן השחור

המלצה על הספר

AI and the future of education: Teaching in the age of large language models

קרני שיר

Shah, P. (2024). *AI and the future of education: Teaching in the age of large language models*. Wiley.



פריטן שאה (Priten Shah) הוא יזם חינוכי מוערך, בוגר אוניברסיטת הרווארד ומייסד Pedagogy.ai – ארגון שמקדם את השילוב של בינה מלאכותית בבתי ספר ובאקדמיה. שאה מתמחה כבר שנים בעיצוב פדגוגיה מותאמת לעתיד, אתיקה בחינוך והכשרת מורים. הספר שלו יצא לפני כשנתיים והוא מבוסס על עבודה מעשית עם מערכות חינוך רבות ברחבי העולם.

ספרו של שאה, "AI and the Future of Education", תובע מאיתנו להסתכל למציאות בעיניים ולהבין שבשל הכניסה של הבינה המלאכותית (AI), המבנה של בתי הספר, שיטות הלימוד ותפיסת ההערכה הישנה – כולם חייבים לעבור חישוב מסלול מחדש.

שאה מחלק את הספר והחזון שלו לשלושה עוגנים מרכזיים שסביבם מערכת החינוך צריכה להשתנות:

- **הגדרת תפקיד המורה מחדש:** מעבר מ"צינור להעברת ידע" למנטור ומעצב סביבות למידה.
- **הגדרה מחדש של המושג "חשיבה":** מה בכלל נחשב למידה ואוריינות בעידן הבינה המלאכותית?
- **טרנספורמציה של תרבות המדידה וההערכה:** מעבר ממבחני שינון להערכת תהליך.

הטענה העיקרית והחזקה ביותר שלו היא שבעולם שבו מודלי שפה גדולים וטכנולוגיות בינה מלאכותית יודעים למלא משימות קוגניטיביות מורכבות בשבריר שנייה, המטרה של מערכת החינוך כבר לא יכולה להיות הקניית נהלים טכניים או שינון חומר. אנחנו פשוט מכינים אותם לעולם שכבר לא קיים. החינוך חייב לזוז בחדות לעבר מיומנויות מסדר גבוה: יצירתיות, פתרון בעיות פתוחות, חשיבה ביקורתית ואוריינות אתית.

האתגר הייחודי של החינוך המתמטי

כשצוללים לעולם של החינוך המתמטי, התובנות של שאה הופכות לרלוונטיות במיוחד. כולנו מכירים את המצב בחדר המרצים ובכיתות: הסטודנטים שלנו, ובוודאי התלמידים שלהם בבתי הספר, מוקפים במודלי בינה מלאכותית מתקדמים. תלמיד יכול לצלם תרגיל בחדר או משוואה טריגונומטרית מורכבת, ולקבל בתוך שנייה פתרון אלגנטי, מפורט, בשל כך ייתכן שלא רלוונטי להמשיך לתת שיעורי בית מסורתיים שמסתמכים רק על טכניקה אלגברית יבשה.

שאה מציע חזון שאפשר לתרגם אותו גם לחינוך המתמטי. הדגש בשיעור המתמטיקה יעבור מהחישוב הטכני עצמו (שהמחשב עושה מהר וטוב מאיתנו) למידול מתמטי של בעיות מהעולם האמיתי, לניסוח שאלות חקר ולפיתוח היכולת לבקר ולפרש את מה שהטכנולוגיה פולטת.

איך זה נראה בפועל בכיתה? הספר מציע כמה גישות שנוכל להתאים אותן גם לשיעורי המתמטיקה.

1. **התלמיד כמבקר:** במקום לבקש מהתלמיד לפתור תרגיל, המורה נותן לבינה מלאכותית לפתור אותו, והמשימה של התלמיד היא למצוא את הכשלים הלוגיים שהמחשב עשה בדרך לפתרון. כולנו יודעים שבינה מלאכותית נוטה לפעמים ליפול בלוגיקה מתמטית פשוטה או בהסקת מסקנות שגויה בין שלבים, וזהו כלי מדהים לפיתוח חשיבה ביקורתית.



2. **הבינה המלאכותית כ"חונך סוקרטי":** במקום שהמחשב ייתן את התשובה הסופית, הוא מוגדר (באמצעות הנחיה נכונה) לא לגלות את הפתרון, אלא רק לשאול את התלמיד שאלות מכוונות, לאתגר את קו המחשבה שלו ולכוון אותו לגלות את האקסיומה או המשפט הנכון בעצמו.

המהפכה הבאה: שינוי שיטות ההערכה

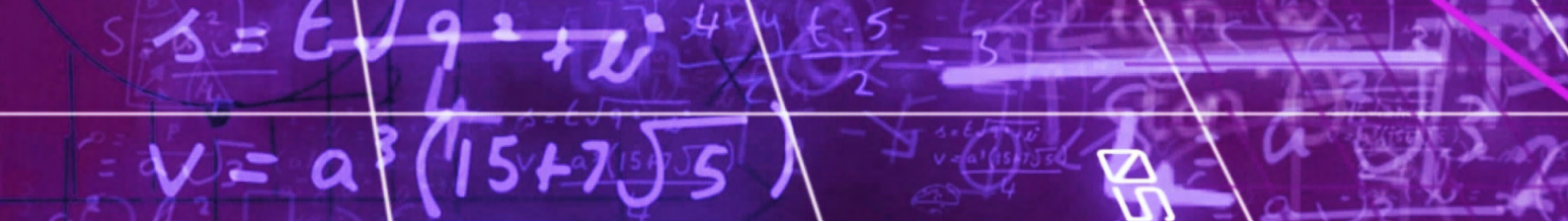
חלק נרחב וקריטי בספר מוקדש למהפכה הנדרשת בשיטות ההערכה. שאה טוען בצדק שהציון המסורתי במתכונתו הנוכחית פחות רלוונטי. מי שבוחן כיום רק את השורה התחתונה במחברת או במבחן, לא בהכרח בודק את רמת ההבנה של התלמיד, ייתכן שמה שנבדק הוא רמת המיומנות שלו בהפעלת הבינה המלאכותית. כדי להתמודד עם זה, הספר מתווה מעבר חד מהערכת תוצר להערכת תהליך. אנחנו צריכים לראות את הדרך, את המחשבה ואת היכולת להתמודד עם טעויות.

שאה מציג שלוש דוגמאות פרקטיות לשיטות הערכה אלטרנטיביות שנוכל לאמץ:

- **יומן הנחיות ורפלקציה:** במטלה כזו הסטודנטים לא מגישים רק את דף התשובות הסופי, אלא את היסטוריית הצ'אט שלהם עם הבינה המלאכותית. הציון לא ניתן על התשובה הנכונה, אלא על איכות ההנחיות (פרומפטים) שהם ניסחו, על הדרך שבה הם אתגרו את המחשב ועל האופן שהם זיהו אי-דיוקים של הבינה המלאכותית ותיקנו אותו בזמן אמת.
- **הגנה בעל פה:** מדובר בשיחות קצרות וממוקדות של כמה דקות בין המרצה לסטודנט (או בין המורה לתלמיד בכיתה), שבהן התלמיד נדרש להסביר את הלוגיקה שמאחורי הפתרון. בסופו של דבר, אם אתה לא יודע להסביר בהיגיון למה השווית את הנגזרת לאפס או מה המשמעות של גבול הפונקציה, כנראה שמישהו או משהו ביצע את משימה במקומך...
- **מטלות ניתוח וביקורת שגיאות:** מבחן שבו התלמיד לא נדרש לחשב דבר, אלא מקבל פלט מוכן של בינה מלאכותית שמכיל שגיאה פדגוגית או מתמטית נפוצה. המשימה של התלמיד היא לנתח את הכשל, לנמק מתמטית למה הדרך הזו שגויה ולהציע את התיקון המתאים. זהו מבחן אמיתי של הבנה עמוקה, כזה ששום בוט לא יכול לזייף.

שאה מדגיש בספרו שהשינוי הוא לא קוסמטי אלא מערכתי. בעבורנו, כמי שמכשירים את דור העתיד של המורים, הספר הזה יכול לשמש כלי עבודה. הוא מעניק לנו את הכלים לקדם את שינוי המדיניות ולבנות תוכניות לימודים שלא רק "שורדות" את עידן הבינה המלאכותית אלא רואות בו מנוף פדגוגי עצום.

החינוך המתמטי נמצא כרגע בצומת דרכים קריטי. האתגר הגדול של המורים שנכשיר הוא כבר לא איך לתפוס תלמיד שהעתיק שיעורי בית מ־ChatGPT, אלא האתגר האמיתי הוא איך לעצב את השיעור שבו הטכנולוגיה תהיה המקפצה להבנה עמוקה ולא קיצור דרך לעצלנות.



Characterizing preservice teachers' mathematical conversations with large language models (LLMs) through the lens of responsive teaching: The case of guiding an LLM out of error

Raz Harel, Nadav Marco, Parasha Reut and Gil Schwartz

Abstract

The rapid adoption of large language models (LLMs) in educational settings has created a new reality in which teachers and preservice teachers engage in mathematical and pedagogical dialogue with widely available AI systems. Despite the pedagogical potential attributed to these tools, there is still no systematic, research-based understanding of their capacity to support the development of core mathematics teaching practices, nor of the design principles such development requires.

This study focuses on interactions between preservice mathematics teachers and LLMs around one of the most demanding practices in mathematics teaching: helping students move beyond errors through their own mathematical reasoning. In instructional interactions with students, and in line with the principles of Mathematically Responsive Teaching (MRT), this practice requires teachers not only to identify and explicitly address errors, but also to treat students' mathematical thinking as a resource for advancing understanding.

Here, we examine how preservice teachers guided LLMs out of mathematical errors during a course activity in which they were asked to challenge the models with a mathematical problem and then support them in correcting their reasoning—that is, to lead the model toward a valid solution. To this end, we analyzed 20 conversations between preservice teachers and LLMs using discourse-analytic tools and characterized the responsive features of these exchanges. Our analysis draws on Systemic Functional Linguistics (SFL), a linguistic framework that enabled us to operationalize mathematical responsiveness.

The findings reveal substantial variation in responsiveness across preservice teachers and show that responsiveness can develop dynamically within a single conversation. The study makes a twofold contribution: methodologically and theoretically, it develops the MRT-SFL tool for analyzing mathematical responsiveness in interactions with artificial intelligence (AI) models; and pedagogically, it demonstrates that dialogue with LLMs, under certain design conditions, can serve as a productive platform for developing responsive mathematics teaching.

Keywords: Large Language Models (LLMs); mathematically responsive teaching; guiding out of errors; teacher education; Systemic Functional Linguistics (SFL).



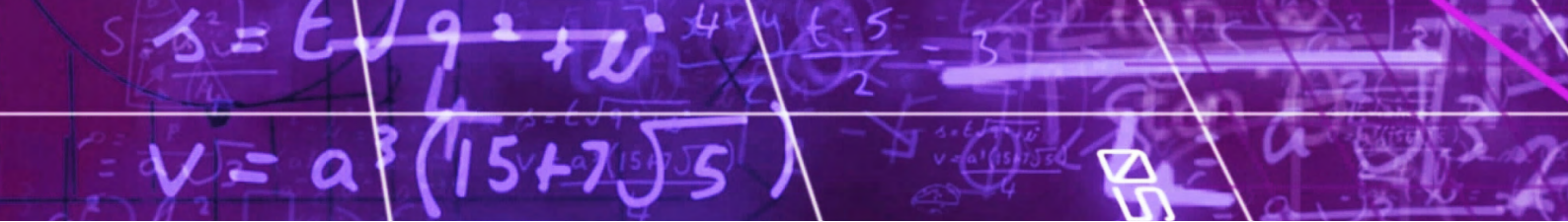
Characterizing the dialogue between mathematics teachers and generative ai while designing geometric inquiry tasks integrating dynamic technologies and its contribution to teachers' TPACK

Ruti Segal and Anat Klemer

Abstract

This study examined the characteristics of the dialogue between teachers and generative artificial intelligence (GenAI) during the planning of geometry lessons integrating dynamic technological environments and their contribution to teachers' Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK). In a qualitatively dominant mixed-methods case study, three primary-school mathematics teachers used Claude to plan lessons combining GeoGebra and Origametry. Data included transcripts of dialogues with Claude, recordings of Curiosity Driven Discourse (CDD), collaborative research journals, and TPACK questionnaires. Quantitative analysis of pre- and post-course questionnaires was combined with qualitative-interpretive analysis of the transcripts and journals, using the constant comparative method. Findings revealed two main dialogue characteristics: an iterative dialogue for refining prompts and a dialogue encouraging critical thinking. The dialogue contributed to all TPACK components, including deeper geometric understanding, varied teaching strategies, and improved technological skills. CDD emerged as an accelerator of learning, while highlighting the need for professional judgment regarding GenAI outputs.

Keywords: Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK); dynamic geometry; generative artificial intelligence (GenAI); mathematics education; teachers' professional development; Curiosity Driven Discourse (CDD).



Integrating a chatbot into pedagogical instruction during the training of high school mathematics teachers

Sigal Cohen Toledno and Orit Broza

Abstract

Lesson planning in mathematics is considered a central challenge in teacher education, particularly in addressing learner heterogeneity, fostering higher-order thinking, and promoting effective mathematical discourse. Despite the growing potential of AI-based chatbots in instructional planning, the discourse that develops between pre-service teachers and a dedicated chatbot has not yet been thoroughly examined, especially regarding how this discourse reflects dimensions of didactical suitability according to the onto-semiotic approach.

This design-based research examines how the discourse of six pre-service teachers with a chatbot constitutes a dialogic space for planning high school mathematics lessons. Using the onto-semiotic approach, two planning processes with the chatbot were analyzed for each participant. Six dimensions of didactical suitability were examined: epistemic, cognitive, mediational, interactional, affective, and ecological. The findings indicate consistent engagement with epistemic and cognitive dimensions across both interactions for all participants. Notable development was observed in the second planning process regarding students' difficulties, the co-construction of knowledge, the expansion of representational diversity, and the promotion of learner autonomy. In contrast, mathematical discourse and differentiated instruction remained limited, despite the chatbot's guidance on these aspects. These findings demonstrate that AI-based chatbots may serve as a professional learning space that supports the deepening of pedagogical-didactical knowledge and the development of reflective planning. Furthermore, the findings highlight the potential of integrating chatbot use with human pedagogical mentoring namely, creating a critical dialogic space between a pedagogical mentor and pre-service teachers around AI-supported lesson planning, with a focus on the students' decision-making processes when using the chatbot.

Keywords: artificial intelligence in education; mathematics teacher education; lesson planning; onto-semiotic approach; dedicated chatbot.



Between ready-made solutions and independent thinking: Preservice mathematics teachers' guided use of ai in solving solid geometry problems

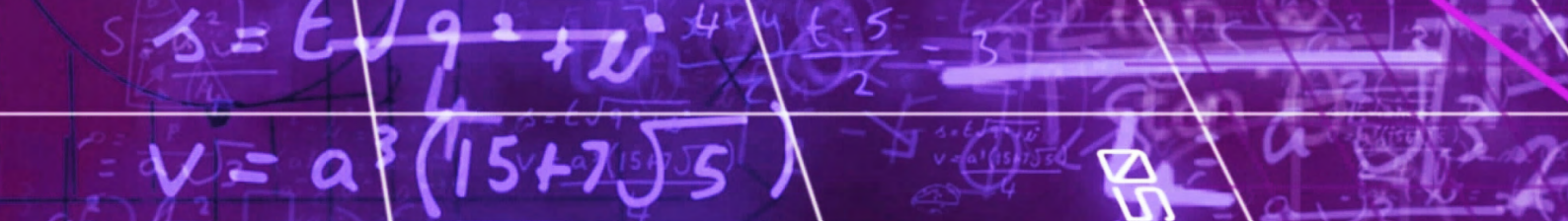
Nelly Keller and Galit Nagari Hadif

Abstract

The expanding use of generative artificial intelligence (Generative Artificial Intelligence; GenAI) raises a central pedagogical question for mathematics education: Does artificial intelligence (AI) replace learners' independent thinking, or can it support such thinking when its use is guided and controlled? This study examines how guidelines for the guided use of artificial intelligence shape the ways in which preservice mathematics teachers engage with high-cognitive-demand problems in solid geometry. The study was conducted in the context of a course on solid geometry. Sixteen preservice teachers participated in the study, working on three problems that addressed the angle between a line and a plane, the angle between skew lines, and the distance between skew lines. For each problem, the participants were required to formulate an independent initial position, engage in a guided dialogue with artificial intelligence, present a final solution, and write a reflection. The data consisted of 48 work processes, which were analyzed through qualitative content analysis using an interpretive approach.

The findings indicate that the structure of the task helped preserve the students' position as problem solvers and encouraged conceptual clarification, requests for justification, validation checking, and reservations regarding unsatisfactory responses. Two moves were particularly salient: identifying an implicit geometric assumption in the pyramid problem, and moving from visual intuition to formal justification in the problem concerning the distance between skew lines. The findings suggest that mathematical AI literacy is not limited to the technical skill of using a tool, but relies on mathematical proficiency, particularly conceptual understanding, reasoning, and monitoring. These findings have implications for mathematics teacher education, as they highlight the importance of developing mathematical AI literacy grounded in judgment, reasoning, and monitoring, rather than merely in the technical use of the tool.

Keywords: guided use of artificial intelligence (AI); solid geometry; mathematical proficiency; mathematical AI literacy; high-cognitive-demand tasks.



The considerations guiding secondary mathematics pre-service teachers in rejecting ChatGPT suggestions during mathematical problem posing dialogues and the development of their pedagogical autonomy

Ruti Segal and Yaniv Biton

Abstract

This study forms part of a broader research project investigating mathematical problem posing supported by generative artificial intelligence (ChatGPT). It focuses on a phenomenon that has received limited attention in the literature: the reasoned rejection of AI-generated suggestions. This focus is grounded in the assumption that moments of rejection, rather than acceptance alone, provide a unique window into pre-service teachers' professional judgment, pedagogical content knowledge, and educational beliefs. Accordingly, the study aims to characterize the considerations underlying the rejection of ChatGPT's suggestions and to examine how these interactions contribute to the development of pedagogical autonomy in the emerging context of human–AI collaboration. The participants were fifteen pre-service secondary mathematics teachers enrolled in a specialized teacher education program. Each participant was asked to design two mathematical problems and iteratively refine them through a dialogue with ChatGPT. A notable finding from the broader study revealed that 11 of the 24 documented dialogue episodes (46%) included an explicit rejection of at least some of ChatGPT's suggestions. This finding indicates that rejection is not a marginal phenomenon but rather a meaningful pattern that warrants investigation as a research focus in its own right.

The findings identify three distinct patterns of considerations guiding participants' decisions to reject ChatGPT's suggestions and demonstrate how engaging in critical dialogue with AI contributes to the development of pedagogical autonomy, enabling future teachers to exercise independent professional judgment while using generative AI as a pedagogical partner rather than as an unquestioned authority.

Keywords: pre-service mathematics teachers; mathematical problem posing; generative artificial intelligence (GenAI); ChatGPT; pedagogical autonomy.



Data-based instruction in mathematics among teachers using a personalized adaptive learning environment

Ruti Berger Baraban (of blessed memory), Michal Ayalon and Yaniv Biton

Abstract

This study was conducted against the backdrop of the growing international emphasis on data-based decision-making (DBDM) and data-informed instructional planning in mathematics education. Over the past decades, educational systems have increasingly adopted data-driven approaches to improve instruction and optimize the alignment of teaching with students' learning needs, particularly in mathematics. The study extends current knowledge by examining mathematics teachers' decision-making processes based on assessment data generated by an adaptive learning system and by characterizing the pathways that guide instructional intervention decisions.

The study investigated the decision-making processes of five experienced elementary mathematics teachers using My Way (Fractions My Way), an innovative adaptive learning environment developed by the Center for Educational Technology (CET) to support the teaching of fractions in Grades 4–5. All participants had more than 15 years of teaching experience and at least three years of experience using the adaptive system. Data were collected through semi-structured interviews and non-participant classroom observations.

The findings identified three distinct decision-making pathways: (1) a partial direct pathway, involving only some of the decision-making milestones; (2) a complete direct pathway, progressing sequentially through all milestones; and (3) an iterative pathway, characterized by repeated returns to earlier milestones to obtain additional information before making instructional decisions.

The iterative pathway demonstrated the most effective use of assessment data, whereas the direct pathways reflected a more basic level of data utilization. The findings provide valuable insights for decision-makers in mathematics education and for designers of adaptive digital learning environments. Moreover, the study highlights the potential of adaptive learning systems to strengthen teachers' data-based instructional decision-making and enhance formative assessment practices.

Keywords: data-based decision making (DBDM); adaptive learning environment; decision-making pathways; formative assessment; learning dashboard.

7	דבר העורכים יניב ביטון ורותי סגל
9	אפיון שיחות מתמטיות של פרחי הוראה עם מודלי שפה גדולים (LLMs) באמצעות עדשת הוראה רספונסיבית: הדוגמה של חילוץ מטעות רז הראל, נדב מרקו, רעות פרשה וגיל שורץ
21	אפיון השיח בין מורי מתמטיקה לבניה מלאכותית יוצרת בעת עיצוב משימות חקר גאומטריות המשלבות טכנולוגיות דינמיות ותרומתו לידע טכנולוגי-פדגוגי-תוכני (TPACK) של המורים רותי סגל וענת קלמר
38	שילוב צ'טבוט בהדרכה פדגוגית בעת הכשרת מורים למתמטיקה לבית הספר העל-יסודי סיגל כהן טולדנו ואורית ברוזה
59	בין פתרון מוכן לחשיבה עצמאית: שימוש מודרך בבניה מלאכותית (AI) בפתרון בעיות בהנדסת המרחב בקרב סטודנטיות להוראת מתמטיקה נלי קלר וגלית נגרי חדיף
76	שיקולים מנחים בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה בתיכון בדחיית הצעות בינה מלאכותית יוצרת בדו-שיח של חיבור בעיות והאוטונומיה הפדגוגית המתפתחת רותי סגל ויניב ביטון
87	הוראה מבוססת נתונים במתמטיקה בקרב מורים המלמדים עם סביבת למידה מותאמת אישית רותי ברגר ברבן ז"ל, מיכל איילון ויניב ביטון
107	על מתמטיקה, בינה מלאכותית ועתיד החינוך המתמטי ריאיון עם פרופ' ליאור ברי-סורוקר יניב ביטון
110	מדור חדשות מתמטיות נצה מובשוביץ-הדר ובוועד זילברמן
117	איך מחשב לומד? יוסי אלרן
127	המלצה על הספר AI and the future of education: Teaching in the age of large language models מאת פריטן שאה קרני שיר
130	תקצירים באנגלית