

בין פתרון מוכן לחשיבה עצמאית: שימוש מודרך בבינה מלאכותית (AI) בפתרון בעיות בהנדסת המרחב בקרב סטודנטיות להוראת מתמטיקה

נלי קלר וגלית נגרי חדיף

תקציר

התרחבות השימוש בבינה מלאכותית יוצרת (Generative Artificial Intelligence; GenAI) מציבה לפני החינוך המתמטי שאלה פדגוגיות עיקריות: האם הבינה המלאכותית (AI) מחליפה את החשיבה העצמאית של הלומדים, או עשויה לתמוך בה כאשר השימוש בה מונחה ומבוקר. במחקר זה נבדק כיצד הנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית מעצבות את דרכי ההתמודדות של סטודנטיות להוראת מתמטיקה עם בעיות בהנדסת המרחב בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה. המחקר נעשה על רקע קורס "הנדסת המרחב". השתתפו בו 16 סטודנטיות שהתמודדו עם שלוש בעיות שעסקו בזווית בין ישר למישור, בזווית בין ישרים מצטלבים ובמרחק בין ישרים מצטלבים. בכל בעיה נדרשו המשתתפות לנסח נקודת מוצא עצמאית, לנהל דיאלוג מונחה עם בינה מלאכותית, להציג פתרון סופי ולכתוב רפלקציה. בנתונים היו 48 מהלכי עבודה, והם נותחו באמצעות ניתוח תוכן איכותני בגישה פרשנית.

מהממצאים עולה כי מבנה המטלה סייע לשמר את עמדת הסטודנטית בתפקיד פותרת הבעיה, וכן עודד בירור מושגי, בקשת הצדקה, בדיקת תקפות והסתייגות מתשובות לא מספקות. בייחוד בלטו שני מהלכים: זיהוי הנחה גאומטרית סמויה בשאלת הפירמידה, ומעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית בשאלת המרחק בין ישרים מצטלבים. ממצאי המחקר עולה כי אוריינות בינה מלאכותית מתמטית אינה מסתכמת במיומנות טכנית של שימוש בכלי, אלא נשענת על כשירות מתמטית, ובייחוד על הבנה מושגית, הנמקה ובקרה. לממצאים אלה יש השפעה על הכשרת מורים למתמטיקה, שכן הם מדגישים את החשיבות של פיתוח אוריינות בינה מלאכותית מתמטית הנשענת על שיקול דעת, הנמקה ובקרה, ולא רק על שימוש טכני בכלי.

מילות מפתח: שימוש מודרך בבינה מלאכותית (AI); הנדסת המרחב; כשירות מתמטית; אוריינות בינה מלאכותית (AI); משימות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה.

מבוא

בראשית המחקר, ולפני מילוי המטלה העיקרית שנבחנה בו, נעשה עם הסטודנטיות בירור מקדים קצר שנועד למפות את עמדותיהן הראשוניות כלפי שימוש בבינה מלאכותית יוצרת (Generative AI) בלמידת מתמטיקה. בבירור זה נשאלו הסטודנטיות שתי שאלות פתוחות: איזה תפקיד ממלאת בינה מלאכותית יוצרת בלמידה האישית שלהן, וכיצד הן מעריכות את השתלבותה בתהליך הלמידה מנקודת מבט של מורות לעתיד. תשובותיהן לא שימשו יחידת ניתוח עיקרית במחקר, אך הן סייעו לחדד את ההקשר הפדגוגי ואת המתח שהמחקר מבקש לבחון. התשובות של הסטודנטיות חשפו מתח מהותי בין ניסיון האישי בשימוש בבינה מלאכותית ובין חששותיהן המקצועיים הפדגוגיים. מצד אחד אחת הסטודנטיות ניסחה בבהירות רבה את תרומתה של הבינה המלאכותית ללמידתה האישית: "אלמלא ה-AI לא הייתי מצליחה לסיים את התואר". מצד אחר אותן סטודנטיות עצמן הביעו דאגה ששימוש של תלמידים בבינה מלאכותית עלול לרוקן דרכים מוכרות של עבודה לימודית, כגון הכנת שיעורי בית, פתרון עצמאי של בעיות או למידה של חומר חדש, שכן לדבריהן "הכול אפשר אחר כך לדעת בעזרת AI". מתח זה עומד בבסיס מחקר זה. השאלה העיקרית אינה אם הבינה המלאכותית היא כלי מועיל או מזיק כשהיא לעצמה, אלא כיצד השימוש בה מאורגן בתהליך הלמידה: האם היא מחליפה את החשיבה העצמאית של הלומדת, או שמא היא יכולה לתמוך בה כאשר הפנייה אליה נעשית מתוך ניסיון ראשוני, שאלה מתמטית, בקשת הבהרה, בדיקת טענה או צורך בהנמקה. נקודת המוצא של המחקר היא שהערך החינוכי של הבינה המלאכותית אינו נקבע רק ביכולותיו של הכלי, אלא במידה רבה בדרך השימוש בו ובמידת האחריות שהלומדת שומרת לעצמה בתהליך החשיבה והפתרון. בחינוך המתמטי, ChatGPT וכלים דומים אינם נחשבים עוד רק משאבים טכנולוגיים המספקים מידע, אלא כלים דינמיים המשנים את יחסי הגומלין של הלומד, הידע והטכנולוגיה, ואף עשויים לתפקד כמו "שותפים פעילים" בתהליך הלמידה (agentic partners; Pepin et al., 2025). במונח "שותפים פעילים" הכוונה היא שהבינה המלאכותית עשויה להשתתף בעיצוב מהלך הלמידה באמצעות הצעת כיוונים, הבהרת מושגים, מתן משוב ובדיקת טענות, ולא רק לספק מידע או פתרון סופי. הבחנה זו חשובה למחקר זה, המתמקד בשימוש מודרך בבינה מלאכותית



המשמשת כלי לדיאלוג מתמטי, להנמקה ולבקרה, ולא מגוון תשובות המחליף את החשיבה העצמאית של הלומדת. מגמה זו משתלבת בהתפשטות המהירה של השימוש בבינה מלאכותית יוצרת בהשכלה הגבוהה: סקר ארצי שנעשה בבריטניה מצא כי שיעור הסטודנטים המשתמשים בכלי בינה מלאכותית לצורך מטלות אקדמיות עלה מ-53% בשנת 2024 ל-88% בשנת 2025, כאשר המניעים העיקריים לשימוש היו חיסכון בזמן ושיפור איכות העבודה (Freeman, 2025). עם זה השימוש הגובר בבינה מלאכותית מעורר גם דאגות פדגוגיות רחבות. מורים מביעים חשש מהיתכנות של פגיעה בחשיבה עצמאית, מירידה במעורבות הלומדים ומהצורך להכשיר תלמידים לבחון בביקורתיות פלטים של בינה מלאכותית (Picton & Clark, 2024). בדומה סקירות על שילוב של ChatGPT בהוראה ולמידה של מתמטיקה מלמדות שלצד הפוטנציאל הפדגוגי של הכלי, יש גם אתגרים מהותיים, ובהם אידיוקים בתשובות, קשיים בפתרון בעיות מתמטיות מורכבות, סוגיות אתיות, חשש מהסתמכות יתר וצורך בפיקוח אנושי ובהכוונה פדגוגית (Almarashdi et al., 2024; Pepin et al., 2025). מתח זה בולט בתחום המתמטיקה, ובייחוד בפתרון בעיות גאומטריות מרחביות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה. פתרון בעיות מסוג זה אינו מסתכם בהגעה לתשובה נכונה, אלא מחייב הבנה מושגית, בחירת אסטרטגיות, הנמקה ובקרה על תהליך החשיבה. לכן שימוש בבינה מלאכותית עשוי לפעול בשני כיוונים מנוגדים זה לזה: הוא עלול להוריד את רמת הדרישה הקוגניטיבית כאשר הסטודנטית רואה בו מקור לפתרון מוכן, אך עשוי לתמוך בחשיבה מתמטית כאשר הוא מאורגן במכוון באמצעות הבהרת מושגים, מתן רמזים, בדיקת טיעונים, איתור טעויות והשוואה בין דרכי פתרון. על אף הגידול המהיר במחקרים העוסקים בבינה מלאכותית יוצרת בחינוך, השאלה כיצד לומדים משתמשים בבינה מלאכותית בעת פתרון בעיות מתמטיות מורכבות עדיין לא נחקרה די הצורך. בחינוך המתמטי כבר מופיעים מחקרים שבהם בינה מלאכותית אינה נחשבת רק מקור לתשובות, אלא חלק מסיטואציה לימודית שתוכננה במיוחד. כך, למשל, במחקר שבו נותחו דיאלוגים של מורים לעתיד למתמטיקה עם ChatGPT, הצ'אטבוט תפקד כמעין "סטודנט מדומה" שהציג פתרונות שגויים או חלקיים כדי לאפשר למורים לעתיד להתנסות בתגובה על תשובות תלמידים שאינם נכונות או אינן שלמות (Gislason, 2026).

מחקר זה בוחן עיצוב פדגוגי אחר, שבו בינה מלאכותית אינה משמשת "סטודנט מדומה", אלא כלי שהסטודנטית עצמה נעזרת בו במהלך פתרון בעיות בהנדסת המרחב. לא מקרה הוא שהבחירה בהנדסת המרחב משמשת בסיס למחקר זה: תחום זה מזמן התמודדות עם בעיות שבהן הפתרון אינו נשען רק על חישוב, אלא גם על פירוש ייצוגים מרחביים, זיהוי יחסים גאומטריים שאינם נראים ישר בשרטוט ועיגון פורמלי של התרשמות חזותית. לכן הוא מתאים בייחוד לבחינת שימוש מודרך בבינה מלאכותית במשימות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה. מתוך כך מטרת המחקר להרחיב את הדיון הקיים בספרות מלבד השימוש בבינה מלאכותית המשמשת מקור לתשובות או סימולציה של לומד, ולמקד את תשומת הלב בעיצוב אינטראקציה מונחית עם בינה מלאכותית המשולבת בתהליך פתרון בעיות גאומטריות מרחביות. במחקר נבחן שימוש מודרך בבינה מלאכותית, שבה הסטודנטיות נדרשו לנסח נקודת מוצא עצמאית לפני הפנייה לכלי, לנהל דיאלוג המכוון להבנה, הנמקה ובדיקה, ולאחר מכן להציג פתרון סופי ורפלקציה. בדרך זו נבחן במחקר כיצד אינטראקציה מונחית עם בינה מלאכותית עשויה לתמוך במעורבות מתמטית פעילה, בכשירות מתמטית ובאוריינות בינה מלאכותית ביקורתית, במקום להחליף את תהליך החשיבה העצמאית.

סקירת ספרות

מבחינה תאורטית המחקר נשען על שלושה צירים משלימים. הציר הראשון נשען על מושג המשימות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה במסגרת משימות מתמטיות (mathematical tasks framework), המדגישה את הקשר בין אופי המשימה לסוג החשיבה המתמטית שהיא מזמנת (Stein et al., 1996). הציר השני נשען על תפיסת הכשירות המתמטית, כפי שניסחה המועצה הלאומית למחקר (National Research Council, 2001), המשמשת מכלול של רכיבים שזורים שיש בהם הבנה מושגית (conceptual understanding), שטף פרוצדורלי (procedural fluency), כשירות אסטרטגית (strategic competence), חשיבה אדפטיבית (adaptive reasoning) ונטייה פרודוקטיבית (productive disposition). כלפי מתמטיקה. הציר השלישי נשען על מושג אוריינות בינה מלאכותית, שפירושה יכולת להבין, להעריך בביקורתיות, לתקשר ולשתף פעולה עם מערכות בינה מלאכותית ולהשתמש בהן ביעילות ובאחריות בעניינים מגוונים (Long & Magerko, 2020). שילובם של שלושת הצירים מאפשר לבחון שימוש מודרך בבינה מלאכותית שתשמש לא תוספת טכנית ללמידה, אלא חלק מהתנאים שעשויים לתמוך באיכות הפעילות המתמטית או לחלופין להחליש אותה. מאחר שהמחקר נעשה בתחום הנדסת המרחב, שלושת הצירים נבחנים גם באתגר של חשיבה מרחבית, עבודה עם ייצוגים גאומטריים ומעבר בין ייצוג דרמטי של השרטוט לגוף התלת־ממדי.

משימות בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה

הדיון בשילוב בינה מלאכותית בלמידה מתמטית מחייב לבחון את אופייה הייחודי של פעילות מתמטית. פתרון בעיות במתמטיקה אינו מסתכם בהפקת תשובה נכונה, אלא דורש הבנה של מושגים, בניית קשרים של רעיונות, בחירת אסטרטגיות, הנמקת טענות ובקרה על תקפות הפתרון. משום כך הערכת תרומתה של הבינה המלאכותית ללמידה מתמטית אינה מסתפקת רק באיכות התשובה הסופית, אלא דורשת התבוננות גם בתהליך שהניב אותה.

הדרישה הקוגניטיבית של מסגרת משימות מתמטיות מבחינה בין משימות הדורשות בעיקר הפעלה של נהלים מוכרים ובין משימות המחייבות חקר, קישור בין מושגים, הנמקה ובניית משמעות מתמטית (Stein et al., 1996). ממחקרים שעסקו בנושא זה עולה כי תרומתה החינוכית של משימה אינה נקבעת רק על פי ניסוחה, אלא גם על פי האופן שהיא מיושמת בפועל ועל פי סוג החשיבה שהתלמידים מפעילים במהלך העבודה. משימה בעלת פוטנציאל לדרישה קוגניטיבית גבוהה עלולה להפוך למשימה טכנית אם הלומד מקבל פתרון מוכן, אך עשויה לעורר חשיבה מעמיקה כאשר היא מזמנת חקירה, נימוק ובדיקה עצמאית.

במחקר זה השימוש בבינה מלאכותית מעלה שאלה פדגוגיות עיקריות: האם הכלי מסייע ללומדת להתמודד עם הדרישה הקוגניטיבית של המשימה, או שמא הוא עוקף אותה בנתינת פתרון מוכן? שאלה זו חשובה בייחוד בהנדסת המרחב, שבה פתרון בעיות מחייב יצירת ייצוגים מרחביים, זיהוי יחסים גאומטריים, מעבר בין ייצוג דוממדי לתלת־ממדי ובניית שרשרת טיעונים לוגית. לכן כאן נבחן לא רק אם הסטודנטיות הגיעו לתשובה נכונה, אלא אם האינטראקציה עם בינה מלאכותית תמכה בשימור הדרישה הקוגניטיבית של המשימה.

כשירות מתמטית

כדי להבין אילו סוגי חשיבה מתמטית מופעלים במהלך פתרון הבעיה, המחקר נשען גם על תפיסת הכשירות המתמטית (mathematical proficiency) של המועצה הלאומית למחקר (National Research Council, 2001). תפיסה זו רואה בכשירות המתמטית מכלול של חמישה רכיבים שזורים זה בזה: הבנה מושגית, שטף פרוצדורלי, כשירות אסטרטגית, חשיבה אדפטיבית ונטייה פרודוקטיבית.

הבנה מושגית נוגעת להבנת מושגים, קשרים ועקרונות מתמטיים; שטף פרוצדורלי הכולל שליטה בפרוצדורות ועשייתן בדיוק ובגמישות; כשירות אסטרטגית מתבטאת ביכולת לנסח בעיה, לייצגה ולבחור דרך פעולה מתאימה; חשיבה אדפטיבית שיש בה הנמקה, הצדקה ובקרה על מהלך הפתרון; ונטייה פרודוקטיבית הנוגעת לאמונה כי המתמטיקה היא תחום הגיוני ובעל ערך ולכונות להתמיד גם בעת קושי.

רכיבים אלה מאפשרים לבחון האם הלומדת ממשיכה להפעיל חשיבה מתמטית בעת שימוש בבינה מלאכותית או שמא היא מעבירה הרבה ממנה אל הכלי. כאשר סטודנטית מבקשת פתרון מלא ומאמצת אותו בלי בדיקה, עשויים להצטמצם תהליכים של הנמקה, בקרה ובחירה אסטרטגית. לעומת זאת כאשר היא משתמשת בבינה מלאכותית כדי לבקש רמז, לבחון רעיון, לבדוק טענה, לבקש הצדקה או להשוות בין דרכי פתרון, האינטראקציה עשויה לעודד הפעלה של רכיבי הכשירות המתמטית ולתמוך בשימור הדרישה הקוגניטיבית של המשימה.

חשיבה מרחבית וייצוגים בהנדסת המרחב

פתרון בעיות בהנדסת המרחב נשען במידה רבה על חשיבה מרחבית ועל היכולת לפרש ייצוג דוממדי של גוף תלת־ממדי. ממחקרים על חשיבה מרחבית בגאומטריה עולה כי פתרון בעיות מסוג זה מחייב שילוב של ויזואליזציה עם זיהוי תכונות גאומטריות ועם הסקה מתוך השרטוט אל המבנה המרחבי עצמו (Battista, 2007; Fujita et al., 2020). כאן היבט זה מרכזי בייחוד משום שהבעיות שנבחרו מחייבות לזהות היטל מלבד ייצוג מתאים של זווית בין ישרים מצטלבים, ולבדוק קטע המשמש אנך משותף בין ישרים מצטלבים. לפיכך החשיבה המרחבית אינה רק מאפיין של תחום התוכן, אלא רכיב בדרישה הקוגניטיבית של המשימות ובכשירות המתמטית הנדרשת להתמודדות עימן.

אוריינות בינה מלאכותית בלמידה מתמטית

התרחבות השימוש בבינה מלאכותית יוצרת במערכת החינוך מציבה לפני לומדים לא רק אתגר טכנולוגי, אלא גם אתגר קוגניטיבי ופדגוגי. אוריינות בינה מלאכותית מתארת את הידע, המיומנויות והעמדות הנדרשים לשם שימוש מושכל, ביקורתי ואחראי במערכות בינה מלאכותית: להבין כיצד מערכות אלה פועלות, להעריך בביקורתיות את תוצריהן, להתקשר עימן ביעילות ולשתף עימן פעולה מתוך שמירה על שיקול דעת אנושי (Long & Magerko, 2020).



הצורך באוריינות בינה מלאכותית מקבל משנה תוקף בשל מגבלותיהן של מערכות בינה מלאכותית. כלים כגון ChatGPT עשויים לספק מידע שגוי, הסברים חלקיים או טיעונים הנראים משכנעים אף שאינם מבוססים מבחינה לוגית או מתמטית (Almarashdi et al., 2024). לכן שימוש יעיל בבינה מלאכותית אינו מתבטא בקבלת התשובה המוצעת, אלא ביכולת לבחון אותה, להטיל בה ספק בעת הצורך ולהצליבה עם ידע קודם.

אוריינות בינה מלאכותית בעת למידת מתמטיקה כוללת לא רק ניסוח פנייה יעילה, אלא גם הערכת תקפותו של הפתרון המוצע, זיהוי כשלים אפשריים במהלך ההנמקה, השוואה בין דרכי פתרון ובדיקה האם המסקנות אכן נובעות מן הנתונים. כאן אוריינות בינה מלאכותית נשענת על הכשירות המתמטית: ניסוח שאלה ממוקדת מחייב כשירות אסטרטגית; בדיקת נכונותו של פתרון מחייבת חשיבה אדפטיבית; ופרשנות של הסברים או ייצוגים מגוונים הנשענת על הבנה מושגית.

מהספרות עולה שיש הבדלים בין לומדים המשתמשים בבינה מלאכותית לצורך למידה פרואקטיבית, בדיקה והעמקה, ובין לומדים המשתמשים בו לצורך האצלת משימות וקבלת תוצרים מוכנים (Stojanov et al., 2024). הבחנה זו חשובה במיוחד בלמידת מתמטיקה, שכן היא משקפת שתי תפיסות שונות של תפקיד הבינה המלאכותית: כלי לחשיבה או תחליף לחשיבה. בדומה גיסלסון (Gíslason, 2026) תיאר דפוסי אינטראקציה בעייתיים שבהם הלומד מתקדם באמצעות שאלות מכוונות בלי לפתח הבנה עצמאית, או משתמש במונחים מתמטיים באופן הנראה תקין אך בלי הבנה מושגית ממשית. מכאן שעצם קיומו של דיאלוג עם בינה מלאכותית אינו מבטיח למידה משמעותית; יש לבחון את איכות האינטראקציה ואת מידת האחריות שהלומדת שומרת לעצמה.

שילוב הצירים התאורטיים במחקר זה

כאן אוריינות בינה מלאכותית נחשבת גורם המתווך בין האינטראקציה עם הכלי לסוגי החשיבה המתמטית המופעלים בעת העבודה. כאשר הלומדת משתמשת בבינה מלאכותית כדי לקבל פתרון מוכן, הדרישה הקוגניטיבית של המשימה עלולה להצטמצם, וחלק מן החשיבה המתמטית עשוי לעבור מהלומדת אל המערכת. לעומת זאת כאשר היא משתמשת בבינה מלאכותית כדי לנסח קושי, לבקש רמז, לבדוק השערה, להעריך פתרון, לבקש הצדקה או לזהות טעות, האינטראקציה עשויה לתמוך בהפעלת רכיבי הכשירות המתמטית ובשימור הדרישה הקוגניטיבית של המשימה. לפיכך בחינת השימוש בבינה מלאכותית בלמידת מתמטיקה אינה יכולה להסתפק בשאלה האם הכלי מספק תשובות נכונות. יש לבחון כיצד השימוש בו משפיע על אופי הפעילות המתמטית: האם הוא תומך בהבנה מושגית, בבחירת אסטרטגיה, בהנמקה ובבקרה, או שמא הוא מאפשר עקיפה של תהליכים אלה.

מטרת המחקר ושאלת המחקר

מטרת המחקר היא לבחון את תרומתו של שימוש מודרך בבינה מלאכותית לתהליכי פתרון בעיות בהנדסת המרחב בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה בקרב סטודנטיות להוראת מתמטיקה, מתוך התמקדות בכשירות מתמטית ובאוריינות בינה מלאכותית. שאלת המחקר העיקרית היא: כיצד הנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית מעצבות את דרכי ההתמודדות של סטודנטיות להוראת מתמטיקה עם בעיות בהנדסת המרחב בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה? מתוך שאלה זו נגזרות שתי שאלות משנה:

1. כיצד מתבטא השימוש המודרך בבינה מלאכותית בעת פתרון בעיות בהנדסת המרחב בקרב סטודנטיות להוראת מתמטיקה?
2. אילו פרקטיקות של כשירות מתמטית ואוריינות בינה מלאכותית ניכרות בתוצרי העבודה וברפלקציות של הסטודנטיות?

מתודולוגיה

הקשר המחקר, המשתתפות והמטלה

המחקר נעשה על רקע קורס "הנדסת המרחב" במסלול העליסודי להכשרת מורות למתמטיקה. במחקר השתתפו 16 סטודנטיות שנה ג' להוראת מתמטיקה. הידע הקודם של המשתתפות בהנדסת המרחב לא היה אחיד או שיטתי, והקורס נועד לחזק ולהעמיק מושגים מרכזיים בתחום זה. בשאלון רקע קצר, שלא שימש יחידת ניתוח עיקרית במחקר, דיווחו כל המשתתפות כי הן משתמשות תדיר בכלי בינה מלאכותית, אך לרוב לא בתחומים מתמטיים. כאשר השתמשו בבינה מלאכותית במתמטיקה, הן נטו לפנות אליו בעיקר כשהיה להן קושי בפתרון, ולעיתים כשרצו לקבל פתרון מלא. מבחינת הכלים שהשתמשו בהם, עשר סטודנטיות דיווחו על שימוש בעיקר ב-Gemini, ארבע על שימוש בעיקר ב-ChatGPT, ושתי סטודנטיות דיווחו על שימוש בשני הכלים.

המטלה המחקרית לא חייבה להשתמש בכלי בינה מלאכותית מסוים, אלא התמקדה באופן שהסטודנטיות השתמשו בכלי שבחרו בגדר ההנחיות המובנות של המטלה. המשתתפות מילאו מטלה לימודית ששילבה פתרון של שלוש בעיות בהנדסת המרחב עם שימוש מודרך בבינה מלאכותית. המטלה נבנתה מתוך מטרה כפולה: לקדם הבנה מתמטית של מושגים מרכזיים בהנדסת המרחב, ולפתח שימוש מושכל, ביקורתי ומבוקר בבינה מלאכותית המשמשת כלי ללמידה מתמטית. בכל אחת משלוש הבעיות נדרשו המשתתפות לפעול על פי מבנה אחיד: התמודדות עצמאית ראשונית, דיאלוג מונחה עם בינה מלאכותית, ניסוח פתרון סופי ורפלקציה. איור 1 מציג תיאור סכמתי של מבנה המטלה.



איור 1: תיאור סכמתי של מבנה המטלה בכל אחת משלוש בעיות המחקר

מבנה זה נועד להבטיח שהשימוש בבינה מלאכותית יהיה חלק מובנה ומונחה מן המטלה, ולא שימוש חופשי או מזדמן בכלי. ההתמודדות העצמאית הראשונית נועדה לעגן נקודת מוצא מתמטית לפני הפנייה לבינה מלאכותית; הדיאלוג המונחה נועד לעודד ברור מושגי, בקשת הנמקה, בדיקת תקפות והשוואה בין דרכי פתרון; והפתרון הסופי והרפלקציה נועדו לבחון כיצד רעיונות שעלו בדיאלוג שולבו בהבנה ובפתרון העצמאי של הסטודנטית. מוקד הניתוח לא היה הערכת איכות תשובות של הבינה המלאכותית כשהן לעצמן, אלא האופן שהמשתתפות השתמשו בהן בעת תהליך פתרון הבעיה.

שלוש הבעיות שנכללו במטלה

שאלה 1: זווית בין ישר למישור:

בפירמידה מרובעת ישרה, $SABCD$ אורך צלע הבסיס הוא a והגובה $SO=h$ כאשר O הוא מרכז הבסיס. מצאו את הזווית בין המקצוע הצדדי SC למישור הבסיס $ABCD$.

שאלה 2: זווית בין שני ישרים

נתונה קובייה $ABCD A'B'C'D'$ עם צלע שווה ל-1. מצאו גודל הזווית בין הישר $A'B$ לישר AC .

שאלה 3: המרחק בין ישרים מצטלבים

בקובייה $ABCD A'B'C'D'$ מצאו את המרחק בין הישר לישר AB אם אורך CC' מקצוע הקובייה שווה ל- a . תיאורי השאלות שלהלן אינם נועדו להציג פתרונות מלאים, אלא להבהיר את מוקד הדרישה הקוגניטיבית בכל אחת מן המשימות ואת סוג ההתמודדות המתמטית שהן זימנו.



שלוש הבעיות שנבחרו למטלה יצרו מהלך מדורג מבחינה מתמטית ומבחינת סוג ההתמודדות שנדרש מן המשתתפות. כולן נבחרו משום שאינן מסתכמות בהפעלת הליך טכני, אלא מזמנות זיהוי של אובייקט גאומטרי מתאים, מעבר בין ייצוג דו־ממדי לייצוג תלת־ממדי, בחירת אסטרטגיה והצדקה של תקפות המהלך. במונחים של מסגרת משימות מתמטיות, מדובר בבעיות בעלות פוטנציאל לדרישה קוגניטיבית גבוהה, משום שההתמודדות עימן מחייבת לקשר בין מושגים, ייצוגים, הנמקות ובקרה, ולא רק לחשב תוצאה סופית.

השאלה הראשונה עסקה בזווית בין ישר למישור בפירמידה מרובעת ישרה. אף שמדובר בנושא מוכר יחסית בקורס, השאלה נבחרה משום שהיא נראית במבט ראשון שאלה שגרתית של חישוב זווית, אך למעשה מחייבת ניתוח מדויק של משמעות הנתונים כבר בתחילת הפתרון. ניסוח השאלה מזמן להניח מייד כי בסיס הפירמידה הוא ריבוע; עם זה מטרת המשימה הייתה לעורר בירור של הנחה זו ולא לקבלה מובנת מאליה. בבעיה זו היה נדרש להצליב בין שני נתונים: מצד אחד הנתון על שוויון צלעות הבסיס, שמאפשר לראות כי הבסיס הוא מעוין; מצד אחר היות הפירמידה ישרה, שממנה נובע כי הבסיס הוא מרובע בריחסימה. השילוב בין שני הנתונים, מעוין שהוא גם מרובע בריחסימה, מאפשר להצדיק כי הבסיס הוא ריבוע. לכן הקושי העיקרי בשאלה אינו חישובי בלבד, אלא קשור לפירוש הנתונים, לזיהוי ההיטל המתאים ולהפעלת ההגדרה של זווית בין ישר למישור.

השאלה השנייה עסקה בזווית בין ישרים מצטלבים בקובייה. בשאלה זו הזווית אינה נראית ישר בשרטוט, משום שהישרים אינם נחתכים ואינם נמצאים באותו מישור. לכן נדרשו המשתתפות לברר את משמעות ההגדרה של זווית בין ישרים מצטלבים, להצדיק את היכולת להחליף אחד מן הישרים בישר מקביל לו, ולבנות ייצוג מתאים שבו שני הישרים נחתכים ואפשר לחשב את הזווית ביניהם. כאן הדרישה הקוגניטיבית בשאלה נובעת מן הצורך לעבור מן המצב המרחבי המקורי לייצוג גאומטרי שקול, מתוך שמירה על הקשר להגדרה הפורמלית ולא רק על סמך התרשמות מן השרטוט. שאלה זו אפשרה לבחון האם הסטודנטיות משתמשות בבינה מלאכותית כדי לקבל חישוב מוכן או כדי לברר ולהצדיק את המעבר הגאומטרי הנדרש.

השאלה השלישית עסקה במרחק בין ישרים מצטלבים בקובייה, מושג שהיה חדש לסטודנטיות. שאלה זו זימנה מעבר מאינטואיציה מרחבית ראשונית – בחירת ייצוג שנראה מתאים בשרטוט – אל בירור פורמלי של ההגדרה: מרחק בין ישרים מצטלבים הוא המרחק מנקודה על אחד הישרים למישור המכיל את הישר השני ומקביל לישר הראשון, ובאופן שקול אורך האנך המשותף לשני הישרים. לכן נדרשה בדיקה של תקפות הייצוג שנבחר והבחנה בין התרשמות חזותית ובין נימוק גאומטרי תקף. כאן הדרישה הקוגניטיבית בשאלה נבעה מן הצורך לעגן מבחינה פורמלית טענה שנראית תחילה אינטואיטיבית.

כך שלוש הבעיות אפשרו לבחון שלושה מצבי שימוש מגוונים בבינה מלאכותית: העמקה במושג שנלמד קודם, בירור של מושג מרחבי מורכב יותר והתמודדות עם מושג חדש באמצעות השערה, בדיקה והצדקה.

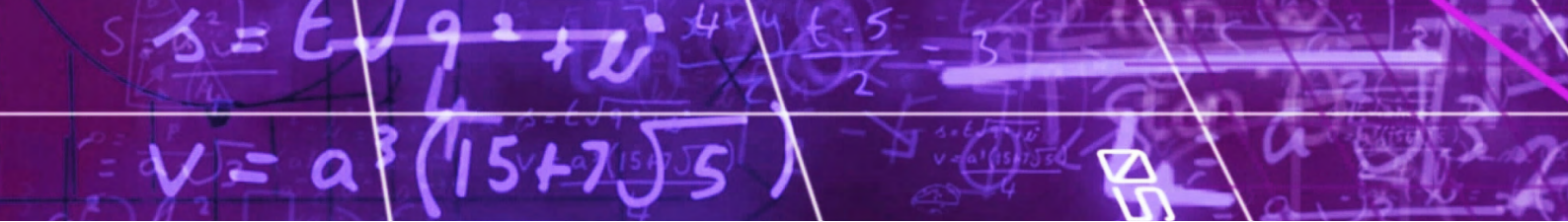
מבנה הנתונים ויחידת הניתוח

הנתונים במחקר כללו את התוצרים הכתובים שהגישו 16 משתתפות המחקר בעת המטלה. כל משתתפת התבקשה להתמודד עם שלוש בעיות ולציין ארבעה רכיבים בכל בעיה: נקודת מוצא לפני הפנייה לבינה מלאכותית, תיעוד הדיאלוג עם הבינה המלאכותית, לנסח פתרון סופי במילותיה ורפלקציה על התהליך. לפיכך במאגר הנתונים יש 48 מהלכי עבודה, כאשר כל מהלך עבודה מייצג התמודדות של משתתפת אחת עם בעיה אחת.

יחידת הניתוח העיקרית הייתה "מהלך עבודה" של משתתפת בבעיה אחת. מהלך זה כלל את רצף העבודה כולו: האופן שהמשתתפת הבינה את הנתונים בתחילת הדרך, השאלות שהפנתה לבינה מלאכותית, תגובותיה על התשובות שקיבלה, הפתרון הסופי שניסחה והרפלקציה שכתבה. הבחירה במהלך עבודה שישמש יחידת ניתוח נבעה מאופי שאלת המחקר, שכן היה צורך לבחון את הקשרים של נקודת המוצא, הדיאלוג עם הבינה המלאכותית, הפתרון הסופי והרפלקציה, ולא להסתפק בניתוח שאלות מעטות שהופנו לכלי.

הליך ניתוח הנתונים

ניתוח הנתונים נעשה באמצעות ניתוח תוכן איכותני של מהלכי העבודה, ונשען על סקירת הספרות שהוצגה לעיל: דרישה קוגניטיבית גבוהה, כשירות מתמטית, אוריינות בינה מלאכותית וחשיבה מרחבית. הניתוח נעשה בשלבים, לצד פיתוח הדרגתי של ספר הקידוד. בשלב הראשון נקראו כל התוצרים בשלמותם כדי לקבל תמונה כוללת של דרך ההתמודדות של כל משתתפת עם כל אחת מהבעיות, של מבנה מהלכי העבודה ושל סוגי האינטראקציה עם הבינה המלאכותית. בשלב השני נוסח ספר קידוד ראשוני, שמושתת על סקירת הספרות ועל שאלות המחקר ויש בו קטגוריות רחבות, כגון



כשירות מתמטית, אוריינות בינה מלאכותית ושימור הדרישה הקוגניטיבית. בשלב השלישי זהו בכל מהלך עבודה יחידות משמעות, כגון זיהוי נתונים סמויים, שימוש בייצוגים גאומטריים, ניסוח קושי או השערה, בחירת אסטרטגיית פתרון, בקשת הבהרה מושגית, דרישה לנימוק, בדיקת תקפות של תשובת הבינה המלאכותית, השוואה בין דרכי פתרון ושילוב רעיונות מן הדיאלוג בפתרון הסופי.

לאחר הקידוד הראשוני עודכנו ההגדרות של הקטגוריות, אוחדו קטגוריות חופפות ונוספו תתי-קטגוריות שנבעו מן הנתונים. בספר הקידוד הסופי הופיעו קטגוריות ניתוח עיקריות ששימשו בפרק הממצאים, ובהן שימור העמדה הפעילה של הסטודנטית בתפקיד פותרת הבעיה, הבהרה מושגית, בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי, הנמקה ובדיקת תקפות, אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית ושינוי בהבנה וברפלקציה.

הקטגוריות לא נועדו להעריך את המשתתפות בציון, אלא לתאר את האופן שהנחיות לשימוש בבינה מלאכותית תמכו או לא תמכו בהתמודדות מתמטית פעילה עם הבעיה. הקטגוריות אינן מייצגות שלבים כרונולוגיים נפרדים, אלא היבטים מגוונים של ההתמודדות המתמטית ושל השימוש בבינה מלאכותית, שעשויים להופיע באותו מהלך עבודה בו בזמן.

טבלה 1: קטגוריות הניתוח בספר הקידוד הסופי

קטגוריית הניתוח	משמעות הקטגוריה	ביטוי בנתונים	קשר למסגרת התאורטית
שימור העמדה הפעילה של הסטודנטית בתפקיד פותרת הבעיה	בחינה האם הסטודנטית נשארת אחראית על תהליך הפתרון ואינה מעבירה את מלאכת החשיבה לבינה מלאכותית	ניסוח השערה או קושי לפני הפנייה לבינה מלאכותית; בקשה לבדוק פתרון ראשוני; שילוב מבוקר של תשובות בינה מלאכותית בפתרון עצמאי	קשור לדרישה קוגניטיבית גבוהה ולשימוש בבינה מלאכותית המשמשת כלי תומך ולא תחליף לחשיבה
הבהרה מושגית והעמקת ההבנה הגאומטרית	זיהוי מצבים שבהם הדיאלוג עם הבינה המלאכותית מסייע בהבנת מושג, הגדרה או קשר גאומטרי	שאלות על היטל, זווית בין ישר למישור, זווית בין ישרים מצטלבים ומרחק בין ישרים מצטלבים; אמירות רפלקטיביות של הבנה	קישור להבנה מושגית על רקע הכשירות המתמטית
בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי מתאים	בחינת הדרך שבה הסטודנטית בוחרת דרך פעולה ומייצגת את הסיטואציה המרחבית	בחירת משולש מתאים; זיהוי היטל; העברת ישר מקביל; זיהוי אנך משותף	קישור לכשירות אסטרטגית ולמשימות שאינן פרוצדורליות בלבד
הנמקה, הצדקה ובדיקת תקפות	זיהוי מהלכים שבהם הסטודנטית מבקשת או מנסחת הצדקה מתמטית ובודקת תקפות	שאלות כגון "מדוע?", "איך יודעים?", "האם מותר להזיז ישר במקביל?", "איך בודקים שהקטע מאונך לשני הישרים?"	קישור לחשיבה אדפטיבית ולשימור הדרישה הקוגניטיבית מתוך הצדקה ולא רק קבלת תשובה
אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית	בחינה האם הסטודנטית בוחנת את הבינה המלאכותית בביקורתיות ואינה רואה בתשובותיה דבר המובן מאליו	הסתייגות מתשובה חלקית או מהירה מדי; בקשה לנימוק נוסף; השוואה בין תשובת בינה מלאכותית ובין פתרון עצמי	קישור לאוריינות בינה מלאכותית ולשימוש ביקורתי, מודע ואחראי בכלי
שינוי בהבנה וברפלקציה	בחינת התפתחות ההבנה בכל מהלך העבודה	השערה שאושרה או הופרכה; שינוי בתפיסה הראשונית; ציון שאלה או תשובת בינה מלאכותית שקידמה הבנה	קישור לרפלקציה, לבקרה עצמית ולנטייה פרודוקטיבית כלפי מתמטיקה

קידוד לצורך זיהוי יחידות משמעות מקומיות נעשה מתוך גמישות ופרשנות. מהלך עבודה אחד היה יכול להשתייך ליותר מקטגוריית ניתוח אחת, למשל כשהבינה המלאכותית התבקשה להבהיר הבהרה מושגית היה צורך גם לבחור אסטרטגיית פתרון מתאימה, לבקש הצדקה מתמטית או לבקר את תשובת הבינה. לכן הקטגוריות לא נחשבו קטגוריות בלעדיות, אלא עדשות משלימות לניתוח אותו מהלך עבודה. מאחר שבמטלה עצמה היו הנחיות מפורשות לשאול שאלות הבנה, הנמקה ובדיקה, לא נבדק בניתוח אם עצם קיומה של שאלה מעיד על עומק ההתמודדות המתמטית. במקום זאת נבחנו איכות



השאלה ותפקידה במהלך העבודה: מידת הייחודיות המתמטית שלה, הקשר שלה לתשובת הבינה המלאכותית, האם היא בדקה תקפות של מהלך מתמטי והאם היא תרמה להמשך הפתרון או לרפלקציה. נוסף על כך נעשתה הבחנה בין שאלות שבחנו את תקפותו של מהלך מתמטי ובין שאלות שבחנו את השימוש בבינה המלאכותית עצמה, כגון התאמת התשובה לבעיה המקורית, שלמות ההסבר או אמינות הפלט.

לצד הניתוח האיכותני נעשתה בדיקה תיאורית של שכיחות הדפוסים העיקריים שזוהו בקידוד. בבדיקה נספרו סטודנטיות שהופיע אצלן כל דפוס, לאחר סינון של מופעים טכניים או כלליים שלא ביטאו יחידת משמעות אנליטית ברורה. מטרת הספירה לא הייתה ללמוד מבחינה סטטיסטית, אלא להגביר את שקיפות הניתוח, לזהות דפוסים חוזרים ולהבחין בין דפוסים עיקריים ובין מקרים מדגימים או מקרי גבול. תוצאות הבדיקה התיאורית מוצגות בטבלה 2 בפרק הממצאים.

אמינות הניתוח

אמינות הניתוח חוזקה באמצעות קידוד והשוואה בין שתי החוקרות. תחילה קראה כל חוקרת את כלל 48 מהלכי העבודה וזיהתה בעצמה יחידות משמעות הקשורות לכשירות מתמטית ולאוריינות בינה מלאכותית על פי קטגוריות הניתוח. לאחר מכן הושוּוּ הקידודים, ובפעמים שהתגלו הבדלים בפרשנות נעשה דיון משותף לצד חזרה אל הציטוט המקורי, אל רכיבי מהלך העבודה ואל סקירת הספרות. הדיון התמקד בשאלות, כגון האם יחידת משמעות מסוימת מבטאת בדיקת תקפות מתמטית או בקרה על השימוש בבינה המלאכותית, והאם מדובר בדפוס חוזר או במקרה גבול. הקטגוריות עודכנו לאחר הדיונים, והקידוד הסופי גובש בהסכמה פרשנית.

שיקולים אתיים

המחקר נעשה על פי נוהלי האתיקה המקובלים במוסד. השימוש בתוצרים הלימודיים לצורכי מחקר נעשה לאחר קבלת הסכמה מן המשתתפות, ולאחר שהובהר להן כי הסכמה או אי-הסכמה לשימוש בתוצרים לא תשפיע על ציונן בקורס. הניתוח המחקרי נעשה לאחר סיום תהליך ההערכה הלימודית כדי לצמצם השפעה על יחסי מרצה-סטודנטית.

ממצאים

הניתוח נשען על 48 מהלכי עבודה של 16 סטודנטיות בנושא שלוש בעיות בהנדסת המרחב. מהממצאים עולה כי בנושא שנחקר, ההנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית תמכו בדרכי התמודדות שכללו בירור מושגי, בקשת הנמקה ובדיקת תקפות, ולא רק כיוונו את הסטודנטיות לשאול שאלות. מבנה המטלה – נקודת מוצא עצמאית, דיאלוג עם הבינה המלאכותית, פתרון סופי ורפלקציה – אפשר לזהות פרקטיקות של כשירות מתמטית לצד פרקטיקות של אוריינות בינה מלאכותית. עם זה הדפוסים לא הופיעו באותה שכיחות: מקצתם חזרו אצל כמה סטודנטיות ובכמה שאלות, ואחרים היו מקרים ממוקדים או מקרי גבול המחדדים את משמעות השימוש הביקורתי בבינה המלאכותית.

הממצאים מאורגנים בקטגוריות הניתוח שהוצגו בפרק המתודולוגיה: נקודת מוצא עצמאית ובעלות על מהלך הפתרון, הבהרה מושגית, בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי, הנמקה ובדיקת תקפות מתמטית, אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית ושינוי במהלך העבודה ורפלקציה. קטגוריות אלו אינן מוצגות ממצאים נפרדים, אלא משמשות עדשות לניתוח הדפוסים שעלו מהנתונים.

בפרק זה יוצגו תחילה הדפוסים העיקריים שעלו בניתוח, בצירוף היקף הופעתם בקרב המשתתפות. לאחר מכן יידונו בהרחבה שני ממצאים עיקריים: זיהוי הנחות גאומטריות סמויות בשאלה על זווית בין ישר למישור, ובעיקר בשאלת בסיס הפירמידה; ומעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית בשאלה על מרחק בין ישרים מצטלבים. לבסוף יוצג מקרה משלים, המחדד את אוריינות הבינה המלאכותית באמצעות בחינה ביקורתית של מידת ההתאמה של הקלט והפלט לבעיה המתמטית המקורית.

טבלה 2: הממצאים העיקריים, קטגוריות הניתוח והקשר לכשירות מתמטית ולאוריינות בינה מלאכותית

דפוס עיקרי	ביטוי בנתונים	קטגוריות ניתוח עיקריות	קשר לכשירות מתמטית ולאוריינות בינה מלאכותית	היקף הופעה בקרב המשתתפות
בירור הנחת הבסיס וההיטל בשאלת הזווית בין ישר למישור	סטודנטיות עצרו את מהלך הפתרון כדי לברר כיצד שילוב הנתון על שוויון צלעות הבסיס עם היות הפירמידה ישרה מאפשר להצדיק שהבסיס הוא ריבוע, וכן מהו ההיטל המתאים ומדוע הזווית נמדדת לעומתו	נקודת מוצא עצמאית; הבהרה מושגית; הנמקה ובדיקת תקפות מתמטית; בקרה על תשובת הבינה המלאכותית	בדיקת הנחות, קישור בין נתוני השאלה למבנה גאומטרי, וראייה בתשובת הבינה המלאכותית טענה שיש להצדיקה ואינה נחשבת מובנת מאליה	זוהה אצל 6 מתוך 16 סטודנטיות
בירור זווית בין ישרים מצטלבים והצדקת הזווה מקבילה	סטודנטיות שאלו כיצד מוגדרת זווית בין ישרים שאינם נחתכים, מדוע מותר להחליף ישר בישר מקביל, וכיצד יודעים שהזווית שנבנתה אכן מייצגת את הזווית המבוקשת	הבהרה מושגית; בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי; הנמקה ובדיקה של תקפות מתמטית	מעבר מהתבוננות בשרטוט להגדרה מתמטית, בחירת ייצוג מתאים ובדיקת החוקיות של מהלך העזר	זוהה אצל 7 מתוך 16 סטודנטיות
מעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה באמצעות אנך משותף ומינימליות	סטודנטיות זיהו בשרטוט קטע שנראה מתאים למרחק, אך ביקשו להבין מדוע הוא אכן המרחק, האם הוא מאונך לשני הישרים, והאם ייתכן קטע קצר יותר	בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי; הנמקה ובדיקה של תקפות מתמטית; שינוי במהלך העבודה וברפלקציה	מעבר מהתרשמות חזותית להגדרה מתמטית של מרחק בין ישרים מצטלבים, זיהוי אנך משותף ובדיקת מינימליות	זוהה אצל 10 מתוך 16 סטודנטיות
בקרה ביקורתית על תשובת הבינה המלאכותית	סטודנטיות הסתייגו מתשובה מהירה או חלקית, ביקשו נימוק נוסף, תיקנו את הבינה או בדקו האם ההסבר מניח הנחות שלא נאמרו בשאלה	אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית; הנמקה ובדיקה של תקפות מתמטית	בקרה על אמינות הפלט, שלמות ההסבר והתאמתו לבעיה המקורית; שימוש בבינה מלאכותית לצורך משאב לבדיקה ולא סמכות סופית	זוהה אצל 6 מתוך 16 סטודנטיות
הכללה ובדיקה של גבולות תקפות	סטודנטיות שאלו מה היה משתנה בעניין של פירמידה שאינה ישרה, תיבה במקום קובייה, קוביות אחרות, או ישרים אחרים	הנמקה ובדיקה של תקפות מתמטית; בקרה על הנחות; אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית	בדיקת התנאים שבהם הפתרון תקף, והבחנה בין פתרון הנשען על מבנה גאומטרי מסוים ובין פתרון כללי יותר	זוהה אצל 5 מתוך 16 סטודנטיות
שינוי מוצהר בין נקודת המוצא לבין הרפלקציה	סטודנטיות תיארו ברפלקציה שינוי בהבנה, באיכות ההצדקה או בביטחון שלהן; בכמה פעמים ההשערה אוששה ובאחרים הופרכה	שינוי במהלך העבודה וברפלקציה; בקרה עצמית; הטמעת רעיון מן הדיאלוג	מאפשר לזהות לא רק את התשובה הסופית, אלא את המעבר בין השערה ראשונית לניסוח מנומק יותר של הידע המתמטי	זוהה אצל 6 מתוך 16 סטודנטיות
מקרה משלים: התאמה של הבעיה הפנייה לבינה המלאכותית ותשובתה	אצל פרומה שינוי קטן בסימון גרם לבינה המלאכותית לענות על שאלה אחרת מזו שהופיעה בבעיה המקורית	אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית; בקרה על ניסוח הפנייה; בדיקת התאמה לבעיה המקורית	מחדד כי באוריינות בינה מלאכותית אין רק בדיקת הפלט, אלא גם בקרה על הקלט: האם השאלה שנשלחה לבינה אכן מייצגת את הבעיה המתמטית המקורית	מקרה משלים אחד



כפי שעולה מטבלה 2, התפלגות הדפוסים העיקריים בין שלוש הבעיות אינה אחידה, ודפוסים אלה משקפים מוקדים מגוונים של התמודדות מתמטית ושימוש בבינה מלאכותית. הדפוס השכיח ביותר היה המעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית בשאלת המרחק בין ישרים מצטלבים, שזוהה אצל 10 מתוך 16 סטודנטיות. דפוסים אחרים, כגון בירור זווית בין ישרים מצטלבים והצדקת הזווית מקבילה, בירור הנחת הבסיס וההיטל ובקרה ביקורתית על תשובת הבינה, הופיעו אצל כמה מהמשתתפות והעידו על שימוש בבינה מלאכותית לצורך הבהרה, הצדקה ובדיקת תקפות. לפיכך הטבלה אינה מציגה שכיחויות המשמשת בסיס להכללה סטטיסטית, אלא מסייעת להבחין בין דפוסים חוזרים בנתונים ובין מקרה גבול יחיד, המחדד היבט מסוים של אוריינות בינה מלאכותית. כאן הדפוסים המוצגים בטבלה משקפים את הקשר בין כשירות מתמטית – הבנה מושגית, בחירת ייצוג והנמקה – לאוריינות בינה מלאכותית ביקורתית, הכוללת בדיקת הפלט, בדיקת ההנחות ובקרה על התאמת התשובה לבעיה המקורית.

דפוסים רוחביים: נקודת מוצא, שאלות הצדקה ובקרה

ההנחה לנסח נקודת מוצא לפני הפנייה לבינה מלאכותית יצרה בסיס חשוב לניתוח, משום שאפשרה לזהות מה הסטודנטית מביאה אל הבעיה: השערה, אינטואיציה, קושי או איודאות. מתוך כך נשמרה עמדת הסטודנטית בתפקיד פותרת הבעיה, ולא מי שמתחילה את התהליך בקבלת פתרון מוכן.

בשלוש השאלות הופיע דפוס זה בדרכים מגוונות. בשאלה 1 שעסקה בזווית בין ישר למישור, רבות מן הסטודנטיות זיהו בתחילה שהבעיה היא שאלה מוכרת, אך במהלך העבודה עלו שאלות שנגעו למהותם של מונחים ומהלכים שגריים, כגון היטל, זיהוי ההיטל והקשר בין ההיטל לזווית המבוקשת. בשאלה 2 שעסקה בזווית בין ישרים מצטלבים, הקושי הופיע בעיקר בעצם ההגדרה של זווית בין ישרים שאינם נחתכים ואינם נמצאים באותו מישור. בשאלה 3 שעסקה במרחק בין ישרים מצטלבים, כמה סטודנטיות התחילו מהשערה חזותית על הקטע המייצג את המרחק, אך ציינו שעדיין אינן יודעות להצדיק את בחירתן.

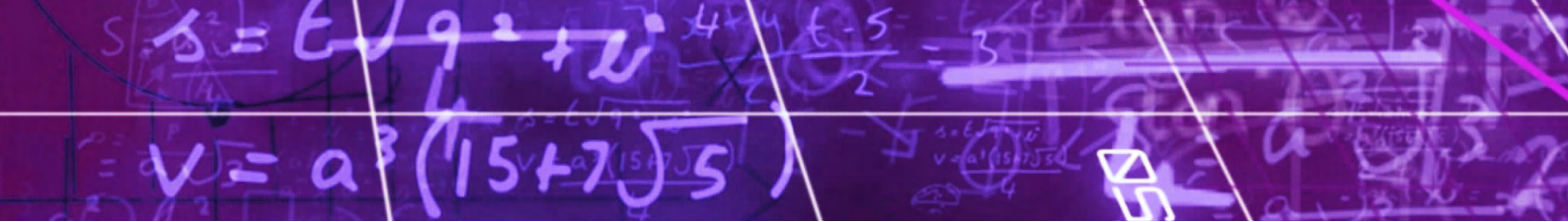
כך, למשל, חוה כתבה על שאלה 3: "במבט ראשוני ההשערה שלי היא שהמרחק הוא כי כביכול הישרים מקבילים, אבל אני לא יודעת בדיוק איך להוכיח את זה". ניסוח זה מלמד על כשירות מתמטית ראשונית: זיהוי כיוון אפשרי לצד ההבנה שאין די באינטואיציה בלי הוכחה.

גם שאלות ההמשך שהופנו לבינה מלאכותית מלמדות על מעבר מקבלת תשובה לבחינת תנאי התקפות של המהלך. בשאלה 1, למשל, גיטה שאלה: "מדוע הזווית בין הישר למישור היא דווקא הזווית עם ההיטל?" נעה כתבה: "עדיין לא הבנתי למה OC הוא ההיטל". שירה ניסחה את השאלה בדיוק רב: "למה ההיטל של המקצוע SC על בסיס הפירמידה הוא דווקא הקטע OC ? מהי ההצדקה הגאומטרית של זה בתוך פירמידה ישרה?" בשאלה 2 הופיע דפוס דומה בנושא ההזווית המקבילה של ישרים מצטלבים. טלי שאלה: "אבל למה מותר בכלל לעשות הזווית מקבילה?" וגיטה שאלה: "למה הזווית מקבילה לא משנה את הזווית?".

שאלות אלה אינן מכוונות רק לתוצאה הסופית, אלא לתנאים המאפשרים את הפתרון: מהו ההיטל המתאים, מדוע מותר להשתמש בישר מקביל וכיצד יודעים שמהלך מסוים אכן שומר על משמעות השאלה המקורית. לפיכך ההנחות לשימוש בבינה מלאכותית כיוונו את הסטודנטיות לעבור מנוהל לבירור מושגי, מעשיית מהלך לבדיקת תקפותו ומהסתמכות על ייצוג חזותי לדרישה להנמקה.

זיהוי הנחה גאומטרית סמויה: האם בסיס הפירמידה הוא ריבוע?

אחד הממצאים הבולטים בניתוח שאלה 1 נוגע לאופן שהסטודנטיות בחנו את הנתון "פירמידה מרובעת ישרה שצלע הבסיס שלה שווה ל- a ". בחלק מן העבודות הופיע מעבר ישיר לחישוב הזווית: הסטודנטיות קיבלו כמובן מאליו שהבסיס הוא ריבוע, בחרו את המשולש המתאים והמשיכו לפתרון טריגונומטרי. ואולם אצל כמה מהסטודנטיות הופיעה עצירה מהותית דווקא בנקודה זו. הן זיהו כי הפתרון המקובל נשען על הנחה שיש לברר אותה: האם מן הנתונים אכן נובע שבסיס הפירמידה הוא ריבוע? עצירה זו בולטת בייחוד בעבודתה של יסכה, שכתבה: "נתקעתי בשאלה: האם בסיס הפירמידה הוא ריבוע?" בהמשך הסבירה כי כדי לפתור את השאלה עליה לדעת האם בסיס הפירמידה הוא ריבוע, ולכן פנתה לבינה מלאכותית בשאלה ממוקדת וביקשה שלא לפתור את כל השאלה, אלא לבחון רק נקודה זו. הדוגמה ממחישה כי השימוש בבינה מלאכותית לא החליף את מהלך הפתרון, אלא שימש לבירור נקודת קושי שהסטודנטית עצמה זיהתה. בהמשך הפתרון שילבה הסטודנטית את בירור צורת הבסיס במהלך החישוב, באופן המעיד כי הדיאלוג עם הבינה מלאכותית לא נשאר חיצוני לפתרון, אלא שימש לביסוס אחד התנאים שנשען עליהם הפתרון. לכן השאלה "האם הבסיס הוא ריבוע?" אינה שאלה צדדית או טכנית, אלא בדיקת תקפות של דרך הפתרון כולה.



ממצא זה מעיד על מעבר מן השאלה "איך מחשבים את הזווית?" אל השאלה "על אילו הנחות גאומטריות החישוב נשען?". הקושי העיקרי כאן אינו נעוץ בחישוב הטריגונומטרי עצמו, אלא בזיהוי התנאים שמאפשרים אותו: צורת הבסיס, ההיטל והמשולש המתאים. הסטודנטיות שעצרו בנקודה זו לא הסתפקו בהפעלת הליך מוכר, אלא בחנו את תנאי האפשרות שלה. מתוך כך מיושמות הבנה מושגית, בחירת ייצוג מתאים והנמקה בעניין תקפות המהלך.

עוד היבט של הממצא נוגע לאופן שהסטודנטיות בחנו את התשובות של הבינה המלאכותית. יש שהבינה המלאכותית ענתה בביטחון שהבסיס הוא ריבוע, ולעיתים ביססה זאת על ניסוח כללי כגון "פירמידה מרובעת ישרה". ואולם כמה מהסטודנטיות לא ראו בקביעה זו סמכות סופית. למשל רחל ציינה כי יש לבדוק מחדש את תשובת הבינה המלאכותית משום שהבינה המלאכותית הניחה אוטומטית כי מן הנתון "פירמידה מרובעת ישרה" נובע שהבסיס הוא ריבוע, אך טענה זו דרשה הסבר מעמיק יותר.

לפיכך ניכר שילוב של כשירות מתמטית עם אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית: מצד אחד הסטודנטיות בדקו הנחות גאומטריות וקישרו בין נתוני השאלה לייצוג המרחבי; מצד אחר הן ראו בתשובת הבינה המלאכותית טענה שיש לבדוק אותה ולא סמכות סופית. במונחי קטגוריות הניתוח, ממצא זה מבטא שילוב של נקודת מוצא עצמאית ובעלות על מהלך הפתרון, הבהרה מושגית, הנמקה ובדיקת תקפות ואוריינות בינה מלאכותית ביקורתית. מתוך כך הוא מדגים כיצד שימוש מודרך בבינה מלאכותית עשוי להפוך נקודת איזודאות מתמטית להזדמנות לבירור, להנמקה ולבקרה.

מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית: מרחק בין ישרים מצטלבים

עוד ממצא עיקרי עלה בניתוח ההתמודדות עם שאלה 3, שעסקה במרחק בין ישרים מצטלבים. בשל המבנה הסימטרי והמוכר של הקובייה, כמה מהסטודנטיות זיהו בשרטוט קטע שנראה מתאים לתפקיד המרחק, אך עדיין לא ידעו להצדיק מדוע הוא אכן המרחק. מתוך כך נחשף הפער בין אינטואיציה חזותית ובין הצדקה מתמטית פורמלית. פער זה תואם את הספרות על חשיבה מרחבית בגאומטריה, המדגישה כי פתרון בעיות בהנדסת המרחב מחייב שילוב של ויזואליזציה עם פירוש של ייצוג דו־ממדי ועם ניתוח פורמלי של היחסים הגאומטריים בגוף התלת־ממדי (Battista, 2007; Fujita et al., 2020).

כך, למשל, כתבה חוה: "במבט ראשוני ההשערה שלי היא שהמרחק הוא a כי כביכול הישרים מקבילים, אבל אני לא יודעת בדיוק איך להוכיח את זה". ניסוח זה מלמד על כשירות מתמטית ראשונית: זיהוי כיוון אפשרי לפתרון לצד ההכרה שאין די באינטואיציה בלי הוכחה. כאן נקודת המוצא העצמאית חשפה את תחילת הדרישה הקוגניטיבית של המשימה: המעבר מן השאלה "איזה קטע נראה מתאים?" אל השאלה "מדוע קטע זה אכן מייצג את המרחק?".

הדיאלוג עם בינה מלאכותית שימש בפעמים אלה לבירור התנאי המתמטי הנדרש. לא די לבחור קטע שנראה מתאים בשרטוט, אלא יש להראות שהוא מאונך לשני הישרים ולכן הוא האנך המשותף. אצל שירה הדבר הופיע בניסוח הכללי: "כדי למצוא מרחק בין שני ישרים צריך למצוא ישר שאנך לשניהם". כלומר השימוש בבינה מלאכותית סייע להעביר את מוקד ההתמודדות מן הזיהוי החזותי אל בדיקת תנאים מתמטיים.

ממצא זה מדגים כי הקושי העיקרי בשאלה לא היה חישובי, אלא מושגי והצדקתי. עצם ההגעה לתשובה a לא בהכרח מבטא פתרון מלא, אלא הפתרון נעשה מתמטי רק כאשר הסטודנטית מסוגלת להסביר מדוע הקטע שנבחר מאונך לשני הישרים ומדוע מכאן נובע שהוא מייצג את המרחק ביניהם. מתוך כך ניכרת כשירות אסטרטגית של בחירת קטע מתאים וייצוג הסיטואציה המרחבית וחשיבה אדפטיבית, כלומר הצדקת תקפות הבחירה.

בד בבד כמה מהסטודנטיות הפעילו בקרה על התשובות שקיבלו מן הבינה המלאכותית. גיטה שאלה: "זו נשמעת תשובה פשוטה מדי. למה זה באמת המרחק?" ובהמשך הוסיפה: "אם אנך משותף נראה לי ברור בשרטוט, האם מספיק לומר את זה?" פרידה כתבה: "קשה לי לדמיין האם קיים קו 'אלכסוני' יותר שיהיה קצר יותר מהצלע a ". שאלות אלה מראות כי הסטודנטיות לא הסתפקו בקבלת התשובה, אלא ביקשו לבדוק את תקפותה בהגדרה ובדרישת המינימליות.

הרפלקציות חזקו ממצא זה והראו כי אצל כמה מהסטודנטיות התנהל שינוי במהלך העבודה. אצל שלומית הופיע שינוי מסוג אחד – הפרכת השערה ראשונית: "ההשערה שלי לגמרי הופרכה". אצל יסכה הופיע שינוי מסוג אחר: ההשערה הראשונית אוששה, אך השתנתה איכות ההצדקה. היא תיארה שנקודת המוצא שלה "אינטואיטיבית וללא כלל ברור", ולאחר הדיאלוג כתבה ש"הפעם הבנתי למה זה כך ומהו הכלל". כלומר השינוי לא בהכרח היה בתשובה הסופית, אלא במעמד המתמטי שלה: מהשערה חזותית לא מנומקת אל טענה הנשענת על כלל והצדקה.

לכן בשאלה 3 לא ניכרה רק הגעה לתשובה נכונה, אלא מעבר מאינטואיציה מרחבית אל הנמקה מתמטית מבוקרת. הסטודנטיות למדו כי בבעיות בהנדסת המרחב אי אפשר להסתפק במה שנראה נכון בשרטוט, גם כאשר השרטוט משכנע



מאוד; יש לזהות את התנאים המגדירים את האובייקט המתמטי ולבדוק שהקטע שנבחר אכן מקיים אותם.

לפיכך ממצא זה מדגים את תרומת ההנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית: נקודת המוצא העצמאית אפשרה לזהות את האינטואיציה הראשונית; שאלות ההבנה, ההצדקה והבדיקה כיוונו לבירור התנאים המתמטיים; והרפלקציה אפשרה לראות האם היה שינוי בהבנה. כאן תרומת הבינה המלאכותית לא הייתה שסיפקה את התשובה, אלא שכתוך מבנה מונחה היא שימשה מרחב לבירור, להנמקה ולבקרה. במונחי קטגוריות הניתוח, ממצא זה מדגים בעיקר בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי מתאים, הנמקה ובדיקת תקפות ושינוי בהבנה וברפלקציה.

לצד שני הממצאים העיקריים שתוארו לעיל, עלה מן הנתונים עוד עניין המדגים היבט אחר של אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית: לא רק בדיקת נכונות התשובה, אלא בדיקת התאמתה לשאלה שנשאלה ולבעיה המתמטית המקורית.

אוריינות בינה מלאכותית המשמשת לבדיקת התאמה של הבעיה, הפנייה והתשובה

ממצא שלישי, ממוקד אך בעל חשיבות אנליטית, עוסק באוריינות בינה מלאכותית המתבטאת ביכולת לבחון את ההתאמה בין דרישות הבעיה המתמטית, דרך ניסוח הפנייה לבינה המלאכותית ואיכות התשובה שהתקבלה ממנה. אף שממצא זה נשען על בעיה יחידה, הוא חושף ממד חשוב של שימוש ביקורתי בבינה מלאכותית: הצורך לבדוק לא רק את נכונות הפלט, אלא גם את התאמתו לשאלה שנדרשה להיפתר.

הבעיה הופיעה בעבודתה של פרומה בשאלה 2. בנקודת המוצא העצמאית שלה זיהתה פרומה קושי מתמטי ממשי: הישרים AC ו-A'B' אינם נחתכים, הם נמצאים "בקומות שונות" ואינם מקבילים זה לזה, ולכן יש לברר כיצד אפשר להגדיר ולמצוא את הזווית ביניהם. אולם כאשר ניסחה את שאלתה לבינה מלאכותית, היא כתבה בטעות את הישר B'A' במקום A'B'. תשובתה של הבינה המלאכותית הייתה כי הישרים נחתכים משום שיש להם נקודה משותפת A. כלומר הבינה המלאכותית סיפקה תשובה מנומקת ומשכנעת לשאלה שקיבלה אך לא לשאלה המתמטית המקורית. בשל תשובה זו כתבה פרומה ברפלקציה כי "ההשערה שלי הייתה לא נכונה", והסבירה כי הבינה ששני הישרים יוצאים מאותה נקודה ולכן הם יוצרים זווית של משולש. דוגמה זה מדגימה כי לא די ברפלקציה על שינוי בהבנה כשהיא לעצמה כדי להעיד על למידה מתמטית תקפה, אלא יש לבחון את הקשר של נקודת המוצא, ניסוח השאלה לבינה מלאכותית, תשובת הבינה המלאכותית והרפלקציה הסופית. כאן השינוי שדווח ברפלקציה נבע ככל הנראה מטעות בניסוח הפנייה לבינה מלאכותית, ולא מבירור תקף של הבעיה המקורית.

אירוע זה מרחיב את הבנתה של אוריינות בינה מלאכותית מתמטית, ומדגיש כי היא אינה מצטמצמת לזיהוי טעויות בתשובת הכלי. כאן הבעיה אינה שהבינה המלאכותית "טעתה" במובן הפשוט, אלא שהיא סיפקה פתרון לשאלה אחרת מזו שהייתה אמורה להישאל. לפיכך באוריינות בינה מלאכותית מתמטית אין רק ביקורת על הפלט, אלא גם בקרה על ניסוח הקלט, בחינת ההתאמה בין התשובה לבעיה המקורית והבנה מושכלת של האופן שהסטודנטית מפרשת את התשובה ומשלבת אותה במהלך הפתרון. במונחי קטגוריות הניתוח, האירוע מדגים אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית, בקרה על ניסוח הפנייה, בדיקת התאמה לבעיה המקורית ושימור אחריותה של הסטודנטית למהלך הפתרון.

סיכום הממצאים

לסיכום, מהממצאים עולה כי השימוש המודרך בבינה מלאכותית באירוע לעיל תמך בהתמודדות של הסטודנטיות עם הבעיות בשלוש דרכים עיקריות. ראשית, הדרישה לנקודת מוצא עצמאית אפשרה לזהות את האינטואיציה הראשונית של הסטודנטיות, את הקושי או ההשערה שנכנסו עימה לתהליך ולעקוב אחר התפתחות הבנתן בעבודה. שנית, ההנחיות לשאלות הבנה, הצדקה ובדיקה זימנו פרקטיקות של כשירות מתמטית, ובהן בירור מושגי, בחירת ייצוג, הנמקה ובדיקת תקפות. שלישית, העבודה עם בינה מלאכותית זימנה פרקטיקות של אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית, כגון ניסוח שאלות ממוקדות, בקשת נימוק, הסתייגות מתשובות חלקיות ובדיקת התאמת התשובה לשאלה המתמטית המקורית.

כאן תרומת המטלה אינה נעוצה בטענה שהבינה מלאכותית סיפקה פתרונות, אלא בטענה שההנחיות יצרו תנאים שבהם הסטודנטיות השתמשו בה לצורך בירור, הנמקה ובקרה. שני הממצאים העיקריים – זיהוי ההנחה הגאומטרית בשאלת הפירמידה והמעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית בשאלת המרחק בין ישרים מצטלבים – מדגימים כי אוריינות בינה מלאכותית בלמידת מתמטיקה נשענת על כשירות מתמטית, ולפעמים אף מחדדת את הצורך בה. מהממצא השלישי שעסק בהתאמה של הבעיה, הפנייה לבינה מלאכותית והתשובה, עולה כי שימוש ביקורתי בבינה מלאכותית מחייב לא רק לבדוק את הפלט, אלא גם לבקר את ניסוח הקלט ולהתאים את הדיאלוג עם הכלי לבעיה המקורית.

דיון

במחקר זה נבדק כיצד הנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית מעצבות את דרכי ההתמודדות של סטודנטיות להוראת מתמטיקה עם בעיות בהנדסת המרחב בעלות דרישה קוגניטיבית גבוהה. מתוך כך נבחנו שני היבטים המשלימים זה את זה: האופן שהסטודנטיות השתמשו בבינה מלאכותית בעת פתרון הבעיות והפרקטיקות של כשירות מתמטית ואוריינות בינה מלאכותית שניכרו בתוצרי העבודה וברפלקציות. ממצאי המחקר עולה כי כאן תרומתה של בינה מלאכותית ללמידה מתמטית אינה נעוצה בעצם זמינותו של הכלי או ביכולתו לספק תשובות, אלא באופן שהשימוש בו מאורגן פדגוגית. כאשר הפנייה לבינה מלאכותית נעשית לאחר ניסיון עצמאי ראשוני, מתוך קושי מוגדר, בקשת הבהרה, דרישה לנימוק או בדיקת תקפות, היא עשויה לתמוך בהתמודדות מתמטית פעילה במקום להחליף אותה. התמודדות זו מיושמת בקטגוריות הניתוח העיקריות: שימור העמדה הפעילה של הסטודנטית בתפקיד פותרת הבעיה, הבהרה מושגית, בחירת אסטרטגיה וייצוג מרחבי, הנמקה ובדיקת תקפות, אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית ושינוי בהבנה.

ממצא זה חוזר אל המתח שהוצג במבוא בין הבינה מלאכותית המשמשת משאב מהותי ללמידה ובין החשש שהיא תרוקן מתוכן תהליכים של פתרון עצמאי. ממצאי המחקר עולה כי מתח זה אינו מוכרע בעצם השימוש בבינה מלאכותית, אלא באופי האינטראקציה עימה. אותו כלי עצמו יכול לשמש מקור לפתרון מוכן, אך גם מרחב לבירור מושגי, לבדיקת הנחות, לבחינת ייצוגים ולהעמקת ההנמקה.

שימוש מודרך בבינה מלאכותית ושימור הדרישה הקוגניטיבית של המשימה

מהממצאים עולה כי כאן ההנחיות לשימוש מודרך בבינה מלאכותית סייעו לשמר היבטים של הדרישה הקוגניטיבית של המשימות. טענה זו נשענת לא רק על דוגמאות איכותניות, אלא גם על הבדיקה התיאורית של הדפוסים העיקריים שהוצגה בטבלה 2. כך, למשל, בירור זווית בין ישרים מצטלבים והצדקת הזווה מקבילה זוהו אצל 7 מתוך 16 סטודנטיות, מעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית זוהו אצל 10 מתוך 16 סטודנטיות, ובקרה ביקורתית על תשובת הבינה המלאכותית זוהתה אצל 6 מתוך 16 סטודנטיות. נתונים אלה אינם מיועדים להכללה סטטיסטית, אך הם מחזקים את הטענה כי הדוגמאות שנדונו אינן מבודדות בלבד, אלא חלק מן הדפוסים חוזרים בנתונים. ממצא זה עולה בקנה אחד עם מסגרת משימות מתמטיות, שלפיה רמת הדרישה הקוגניטיבית של משימה אינה נקבעת רק על פי נוסח המשימה, אלא גם על פי דרך יישומה בפועל ועל פי סוג הפעילות המתמטית שהלומדים מפעילים במהלכה (Stein et al., 1996). במטלה שנחקרה, שלוש הבעיות יכלו להפוך לתרגילים טכניים אילו הסטודנטיות היו מבקשות מן הבינה המלאכותית פתרון מלא ומאמצות אותו בלי עיבוד נוסף. אולם המבנה הפדגוגי של המטלה – נקודת מוצא עצמאית, דיאלוג מונחה, פתרון סופי ורפלקציה – יצר תנאים שבהם הסטודנטיות נדרשו להישאר פעילות בתהליך הפתרון. הדבר בלט בפעמים שהסטודנטיות לא הסתפקו בשאלה "מה התשובה?", אלא ניסחו שאלות כגון "מדוע?", "איך יודעים?", "האם מותר?", או "איך אפשר לבדוק?". שאלות אלה משקפות את קטגוריות ההנמקה ובדיקת התקפות, ההבהרה המושגית ונקודת המוצא העצמאית ובעלות על מהלך הפתרון, משום שהן מעבירות את מוקד העבודה מהפעלה של נוהל אל בחינת תנאי התקפות שלו. לפיכך בשאלה על הזווית בין המקצוע הצדדי למישור הבסיס, הקושי לא היה רק לחשב זווית באמצעות טריגונומטריה, אלא לברר מהו ההיטל, איזה משולש מתאים לחישוב, והאם אפשר ללמוד מן הנתונים שהבסיס הוא ריבוע. בשאלה על מרחק בין ישרים מצטלבים, האתגר לא היה רק לזהות את הקטע המתאים בשרטוט, אלא להצדיק שהוא מאונך לשני הישרים ולכן מייצג את המרחק ביניהם. כאן השימוש המודרך בבינה מלאכותית דווקא הוריד את רמת הדרישה הקוגניטיבית של המשימה, ולפעמים הוא חשף אותה. הדוגמה של בירור מהי צורת בסיס הפירמידה ממחישה זאת היטב: נתון שנראה לכאורה שגרת הפך לנושא של חקירה מתמטית. הסטודנטיות שזיהו את ההנחה הסמויה לא הסתפקו בהפעלת דרך פתרון מוכרת, אלא בדקו על אילו תנאים היא נשענת.

אוריינות בינה מלאכותית הנשענת על כשירות מתמטית

ממצאי המחקר עולה כי שימוש מודרך בבינה מלאכותית יכול לזמן ביטויים מגוונים של כשירות מתמטית. לפיכך מוצעת הרחבה יישומית של תפיסת הכשירות המתמטית של המועצה הלאומית למחקר (National Research Council, 2001) משום שהם מראים כיצד רכיבי הכשירות עשויים להתבטא גם באינטראקציה עם מערכת בינה מלאכותית, ולא רק בפתרון עצמאי בלי כלי דיגיטלי. עם זה אין הכוונה לטעון כי אוריינות בינה מלאכותית היא רכיב של הכשירות המתמטית בכלליות. מהממצאים עולה כי בפתרון בעיות בהנדסת המרחב באמצעות שימוש מודרך בבינה מלאכותית, אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית נשענה על רכיבים של כשירות מתמטית. קשר זה בלט בייחוד בשלושה רכיבים: הבנה מושגית, כשירות אסטרטגית וחשיבה אדפטיבית. היכולת להעריך את תשובת הכלי, לבדוק את התאמתה לנתוני הבעיה ולדרוש נימוק תקף הייתה כרוכה בהבנת המושגים המתמטיים, בבחירת ייצוג או אסטרטגיית פתרון מתאימה ובבחינת תקפות המהלך.



הבנה מושגית הופיעה כאשר הסטודנטיות ביקשו לברר מושגים, כגון היטל, זווית בין ישר למישור, זווית בין ישרים מצטלבים או מרחק בין ישרים מצטלבים; כשירות אסטרטגית ניכרת בבחירת ייצוג מתאים, בבחירת המשולש שבו תחושב הזווית, בהעברת ישר מקביל לצורך חישוב זווית בין ישרים מצטלבים או בחיפוש אחר אנך משותף. כמו כן חשיבה אדפטיבית הופיעה בבקשות להצדקה, בבדיקת תקפות של מהלך, בערעור על תשובת הבינה המלאכותית ובניסיון לברר האם פתרון מסוים נכון תמיד או רק באירוע נתון. לעומת זאת שטף פרוצדורלי שימש בעיקר רכיב משלים כאשר הסטודנטיות יישמו חישובים טריגונומטריים או גאומטריים לאחר בירור הייצוג המתאים. נטייה פרודוקטיבית ממומשת בעקיפין, בנכונות להתעכב על קושי, להטיל ספק בתשובה ראשונית ולחזור אל ההגדרה או אל הנתונים במקום להסתפק בפתרון מוכן. הבחנה זו מחדדת כי במחקר זה אוריינות בינה מלאכותית מתמטית נשענה בראש ובראשונה על שיקול דעת מושגי, אסטרטגי והצדקתי, ולא על מיומנות טכנית של הפעלת הכלי בלבד.

עם זה תרומה זו לא הופיעה בכל אינטראקצייה באותה מידה. האינטראקצייה תמכה בכשירות מתמטית בעיקר כאשר הסטודנטיות היו אחראיות לפתרון: כאשר הן פנו לבינה מלאכותית מתוך נקודת מוצא משלהן, הן ביקשו הסבר ולא רק תשובה, או בדקו את תקפות הפלט שקיבלו. לעומת זאת בפעמים שקיבלו את תשובת הבינה מלאכותית בלי בירור נוסף, התרומה המתמטית של הדיאלוג הייתה מוגבלת יותר. מכאן שהשאלה אינה האם בינה מלאכותית "מפתח כשירות מתמטית" בכלליות, אלא באילו תנאים פדגוגיים הוא עשוי לתמוך בה.

אחד הממצאים החשובים במחקר הוא שאוריינות הבינה המלאכותית שמיושמת בתוצרים לא הייתה אוריינות טכנית בלבד. הסטודנטיות לא נדרשו רק לדעת כיצד לנסח פנייה לבינה מלאכותית, אלא כיצד להעריך את תשובותיה בעניין מתמטי. ממצא זה עולה בקנה אחד עם ההגדרה של אוריינות בינה מלאכותית שהיא היכולת להבין, להעריך ולתקשר עם מערכות בינה מלאכותית במידה ביקורתית ואחראית (Long & Magerko, 2020), אך נוסף עליה ממד מתמטי מפורש: בעת פתרון בעיות, הערכת תשובת הבינה המלאכותית מחייבת בדיקה של תקפות מתמטית, התאמה לנתונים ונימוק לוגי.

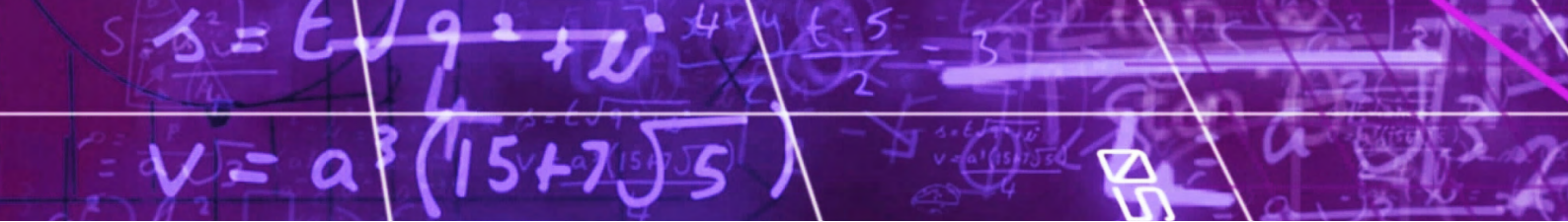
הדוגמה של בסיס הפירמידה מדגימה קשר הדוק בין אוריינות בינה מלאכותית לכשירות מתמטית. כאשר הבינה מלאכותית קובעת שהבסיס הוא ריבוע, הסטודנטית צריכה לשאול האם הטענה נובעת מהנתונים, האם ההסבר נשען על הגדרה מדויקת של פירמידה ישרה, והאם ייתכנו אירועים אחרים. שאלות אלה הן בעת ובעונה אחת שאלות של חשיבה מתמטית ושל אוריינות בינה מלאכותית. לכן שימוש ביקורתי בבינה מלאכותית אינו מחליף את הכשירות המתמטית אלא נשען עליה.

הקשר בין אוריינות בינה מלאכותית לכשירות מתמטית התחדד גם אצל פרומה. בנקודת המוצא העצמאית שלה היא זיהתה קושי מתמטי ממשי: הישרים AC ו-AB אינם נחתכים, הם נמצאים "בקומות שונות" ואינם מקבילים זה לזה, ולכן יש לברר כיצד אפשר להגדיר ולמצוא את הזווית ביניהם. אולם כאשר ניסחה את שאלתה לבינה מלאכותית, היא כתבה בטעות את הישר AB במקום AB'. תשובתה של הבינה המלאכותית הייתה כי הישרים נחתכים משום שיש להם נקודה משותפת A. התשובה הייתה מנומקת ומשכנעת בעניין השאלה שנוסחה בפועל, אך לא בעניין הבעיה המקורית.

אירוע זה מדהדה את האזהרה מפני דיאלוג שנראה מתמטי על פני השטח אך אינו מבטיח הבנה מושגית אמיתית (Gíslason, 2026), אך מוסיף עליו עוד ממד: לא רק איכות הפלט דורשת בדיקה, אלא גם התאמת הקלט לבעיה המקורית. אצל פרומה הבינה המלאכותית לא "טעתה" במובן הפשוט, אלא היא ענתה על שאלה אחרת שהייתה אמורה להישאל. לכן אוריינות בינה מלאכותית מתמטית אינה מסתכמת בזיהוי טעות גלויה בתשובת הכלי, אלא יש בה בקרה על כל שרשרת העבודה: ניסוח השאלה, התאמת התשובה לבעיה המקורית, פרשנות הפלט ושילובו בפתרון העצמאי. כאן היא אינה נחשבת מיומנות טכנית נפרדת מן הפעילות המתמטית, אלא ביטוי עכשווי של כשירות מתמטית בסביבה שהלומדת פועלת בה עם מערכת המסוגלת לייצר תשובות משכנעות אך לא תמיד תקפות.

בין פתרון מוכן לחשיבה עצמאית: חשיבות העיצוב הפדגוגי

הממצאים מאפשרים לחזק את התרומה העיקרית של המחקר לספרות הקיימת. בסקירת הספרות הוצג החשש כי שימוש בבינה מלאכותית עלול להביא לידי הסתמכות יתר, קבלת פתרונות מוכנים והחלשת מעורבות הלומדים; לצד זה הוצג כי בינה מלאכותית יכולה לשמש משאב ללמידה, למשוב ולהעמקה. במחקר זה מוצע כי אין לראות בשתי הדרכים האלה תכונות קבועות של הכלי, אלא תוצרים של עיצוב פדגוגי. ממצא זה מתחבר להבחנה של סטויאנוב ועמיתיו (Stojanov et al., 2024) בין שימוש בבינה מלאכותית לצורך למידה פראקטיבית, בדיקה והעמקה ובין שימוש בה לצורך האצלת משימות וקבלת תוצרים מוכנים. לפיכך כאשר הסטודנטית פונה לבינה מלאכותית בלי נקודת מוצא ובלי אחריות על המשך הפתרון, הכלי עלול לשמש תחליף לחשיבה. אולם כאשר הפנייה אליו נעשית לאחר ניסיון עצמאי ומתוך דרישה מפורשת להסבר, בדיקה, השוואה או ביקורת, הוא עשוי להפוך למרחב שבו החשיבה העצמאית מתחדדת. כאן הממצא העיקרי אינו שבינה מלאכותית "עוזרת" או "מזיקה", אלא שהשפעתה תלויה באופן שהיא משולבת במבנה המשימה.



הנחיות המטלה מילאו כאן תפקיד מכריע. הדרישה לנסח נקודת מוצא לפני הפנייה לבינה מלאכותית מנעה לפעמים התחלה של התהליך מפתרון מוכן. הדרישה לנהל דיאלוג שהיו בו שאלות הבנה, הנמקה, בדיקה וביקורת, עודדה את הסטודנטיות לראות בתשובות של הבינה המלאכותית חומר לעיבוד ולא תוצר סופי. הדרישה לנסח פתרון סופי עצמאי ורפלקציה אפשרה לבחון האם רעיונות שעלו בדיאלוג הפכו לחלק מן ההבנה של הסטודנטית או נשארו העתקה חיצונית.

תרומה להכשרת מורות למתמטיקה

למחקר יש משמעות מיוחדת בעניין של הכשרת מורות למתמטיקה. המשתתפות במחקר אינן רק לומדות מתמטיקה, אלא מורות לעתיד שיידרשו להתמודד בכיתותיהן עם תלמידים המשתמשים בבינה מלאכותית. לכן ההתנסות שלהן אינה רק התנסות של לומדות בכלי חדש, אלא גם הזדמנות לפתח גישה פדגוגית כלפי שימוש אחראי בו.

מהממצאים עולה כי התנסות מודרכת בבינה מלאכותית עשויה לסייע למורות לעתיד להבין את ההבדל בין שימוש המחליף חשיבה ובין שימוש התומך בה. כאשר סטודנטית חווה בעצמה מצב שבו תשובת בינה מלאכותית נראית משכנעת אך דורשת בדיקה, או מצב שבו שאלה טובה לבינה מלאכותית מביאה לידי הבנה עמוקה יותר של מושג, היא רוכשת לא רק ידע מתמטי אלא גם רגישות פדגוגית כלפי תפקיד הכלי בתהליך הלמידה.

מכאן עולות שלוש מסקנות יישומיות להכשרת מורות למתמטיקה. ראשית, יש ללמד מורות לעתיד כיצד לבנות משימות שבהן הפנייה לבינה מלאכותית אינה נקודת הפתיחה של הפתרון, אלא שלב המגיע לאחר ניסוח השערה, קושי או ניסיון עצמאי ראשוני. שנית, יש לפתח כלים להערכת דיאלוגים עם בינה מלאכותית, שאינם מסתפקים בבדיקת נכונות התשובה הסופית, אלא בוחנים את איכות השאלות, את בקשת ההנמקה, את בדיקת התקפות ואת האופן שרעיונות מן הדיאלוג שולבו בפתרון העצמאי. שלישית, יש ללמד תלמידים לבדוק תשובות של בינה מלאכותית לשאלות מתמטיות באמצעות שאלות ביקורתיות: האם התשובה נוגעת לנתוני הבעיה המקורית? האם ההסבר מנמק את המעבר המתמטי? האם יש הנחות סמויות? והאם אפשר להצדיק את הפתרון בלא הסתמכות על סמכות הכלי בלבד?

כאן יש תרומה לדיון רחב יותר בחינוך מתמטי בעידן הבינה המלאכותית. מוצע כי הכשרת מורים אינה יכולה להסתפק באזהרה מפני שימוש לא ראוי בבינה מלאכותית, אך גם אינה יכולה להסתפק בעידוד כללי להשתמש בו. יש צורך לפתח משימות והנחיות שממקמות את הבינה המלאכותית בתוך תהליך פתרון שבו הלומד נשאר אחראי לחשיבה, להנמקה ולבדיקת התקפות.

מגבלות המחקר וכיווני המשך

למחקר זה כמה מגבלות. ראשית, הוא נעשה בקרב קבוצה קטנה יחסית של 16 סטודנטיות להוראת מתמטיקה הלומדות בקורס מסוים בהנדסת המרחב. לכן אין לראות בממצאים הכללה סטטיסטית, אלא תיאור איכותני של דפוסי התמודדות מסוימים במחקר זה. שנית, הנתונים נשענו על תוצרים כתובים שהסטודנטיות הגישו בעת המטלה, ולא על תצפית בזמן אמת במהלך העבודה או על ראיונות עומק לאחריה. לכן הם משקפים את האופן שהמשתתפות בחרו לתעד, לנסח ולהציג את תהליך העבודה שלהן, אך אינם מאפשרים לעקוב במלואו אחר כל תהליכי החשיבה, ההתלבטויות והבחירות שהתנהלו בזמן העבודה.

מגבלה אחרת היא שבמחקר לא הייתה קבוצת השוואה של סטודנטיות שפתרו אותן בעיות בלי בינה מלאכותית או בלי הנחיות לשימוש מודרך. לפיכך אי אפשר לקשר את הדפוסים שזוהו לשימוש בבינה מלאכותית בלבד או להבחין במלואם בין תרומת הכלי לתרומת מבנה המטלה וההנחיות. כמו כן המחקר התמקד באופן שהסטודנטיות השתמשו בתשובות הבינה מלאכותית, ולא בבדיקה שיטתית של איכות תשובות הבינה מלאכותית עצמן. לכן אין בממצאים הערכה כוללת של אמינות הכלי, אלא ניתוח של האופן שהמשתתפות פירשו, בדקו ושילבו את תשובותיו במהלך פתרון הבעיות. נוסף על כך במחקר הייתה התמקדות בשלוש בעיות בהנדסת המרחב, תחום שבו יש חשיבות מיוחדת לייצוגים מרחביים, להבחנה בין אינטואיציה חזותית ובין הצדקה פורמלית, ולבדיקת תקפות של בחירות גאומטריות. מחקרים עתידיים יוכלו לבחון האם דפוסים דומים מופיעים גם בתחומים מתמטיים אחרים, כגון אלגברה, אנליזה או הסתברות, וכן לבדוק כיצד תלמידי בית ספר מתמודדים עם שימוש מודרך בבינה מלאכותית.

כיוון המשך אחר הוא בחינה מפורטת יותר של סוגי ההנחיות. במחקר זה ההנחיות כללו ניסוח נקודת מוצא, שאלות הבנה, בקשת הצדקה, בדיקה, השוואה ורפלקציה. מחקרי המשך יוכלו לבדוק אילו מרכיבים בהנחיות משפיעים בייחוד על שימור הדרישה הקוגניטיבית של המשימה ועל פיתוח אוריינות בינה מלאכותית ביקורתית בעניינים מתמטיים.

סיכום

במחקר זה לומדים כי שימוש בבינה מלאכותית בלמידת מתמטיקה לאו דווקא מחליף חשיבה עצמאית, אך גם אינו מבטיח למידה משמעותית מעצם קיומו. תרומת הבינה המלאכותית תלויה באופן שהיא משולבת בתוך משימה מתמטית ובמידת האחריות שהלומדת שומרת לעצמה בתהליך. כאשר השימוש בבינה מלאכותית מונחה באמצעות דרישות לנקודת מוצא עצמאית, בירור מושגי, בקשת הצדקה, בדיקת תקפות ורפלקציה, הוא עשוי לתמוך בשימור היבטים של הדרישה הקוגניטיבית של המשימה ובהפעלת פרקטיקות של כשירות מתמטית. שני הממצאים העיקריים, זיהוי ההנחה הגאומטרית הסמויה בשאלת הפירמידה והמעבר מאינטואיציה חזותית להצדקה פורמלית בשאלת המרחק בין ישרים מצטלבים, מדגימים כי דווקא בעבודה עם בינה מלאכותית נדרשות פעולות מתמטיות מובהקות: ניסוח מדויק, בדיקת הנחות, דרישת נימוק והכרעה עצמאית בעניין תקפות הפתרון. לפיכך תרומת המחקר היא בהצגת יכולת לעיצוב פדגוגי של שימוש מודרך בבינה מלאכותית, העשוי להפוך את הכלי ממקור לפתרון מוכן למרחב של התמודדות מתמטית פעילה. כאן אוריינות בינה מלאכותית מתמטית נשענת על רכיבים של כשירות מתמטית ומשתלבת בתהליכי פתרון בעיות, בייחוד כאשר הלומדת נדרשת לבדוק הנחות, לדרוש נימוק ולהכריע בעצמה את תקפות הפתרון.

רשימת מקורות

- Almarashdi, H. S., Jarrah, A. M., Abu Khurma, O., & Gningue, S. M. (2024). Unveiling the potential: A systematic review of ChatGPT in transforming mathematics teaching and learning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(12), Article em2555. <https://doi.org/10.29333/ejmste/15739>
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–908). Information Age Publishing
- Freeman, J. (2025). *Student generative AI survey 2025* (HEPI Policy Note 61). Higher Education Policy Institute. <https://www.hepi.ac.uk/reports/student-generative-ai-survey-2025/>
- Fujita, T., Kondo, Y., Kumakura, H., Kunimune, S., & Jones, K. (2020). Spatial reasoning skills about 2D representations of 3D geometrical shapes in grades 4 to 9. *Mathematics Education Research Journal*, 32(2), 235–255. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00335-w>
- Gíslason, I. (2026). Learning about human mathematical dialogue from dialogue with chatbots: Babbling, gargling and funnelling. *The Mathematics Enthusiast*, 23(1), 167–184. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1685>
- Long, D., & Magerko, B. (2020). What is AI literacy? Competencies and design considerations. In *Proceedings of the 2020 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems* (pp. 1–16). Association for Computing Machinery. <https://doi.org/10.1145/3313831.3376727>
- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics* (J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell, Eds.). The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/9822>
- Pepin, B., Buchholtz, N., & Salinas-Hernández, U. (2025). A scoping survey of ChatGPT in mathematics education. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 11, 9–41. <https://doi.org/10.1007/s40751-025-00172-1>
- Picton, I., & Clark, C. (2024). *Teachers' use of generative AI to support literacy in 2024*. National Literacy Trust. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED660537.pdf>
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455–488. <https://doi.org/10.3102/00028312033002455>
- Stojanov, A., Liu, Q., & Koh, J. H. L. (2024). University students' self-reported reliance on ChatGPT for learning: A latent profile analysis. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 6, Article 100243. <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2024.100243>