

שופכים אור על אוריינות מתמטית

מה משתנה במעבר מהוראת מתמטיקה לפיתוח אוריינות מתמטית?

פרופ' אנה ספרד

פרופסור אמריטה לחינוך מתמטי באוניברסיטת חיפה. היא חוקרת התפתחות של שיח מתמטי בחיי פרט ולאורך היסטוריה.





שופכים אור על אוריינות מתמטית

מה משתנה במעבר מהוראת מתמטיקה לפיתוח אוריינות מתמטית?

אנה ספרד

תקציר

אוריינות בכלל ואוריינות מתמטית (אורמ"ת, בקצרה) בפרט נחשבות היום ל"מיומנויות של מאה ה-21", הנחוצות לכל מי שחי בעולם עטור טכנולוגיה ובמציאות משתנה בלי הרף. ממצאי מחקרים שנעשו בעשורים האחרונים במקומות רבים על פני הגלובוס הראו בעקביות כי אורמ"ת אינה תוצאה אוטומטית של למידה בית ספרית: גם אלה שלמדו שיח זה אינם נוטים להיעזר בו במצבי חיים. עובדה זו מובילה לשאלות שבהן עוסק מאמר זה: אם נסכים כי אורמ"ת היא שילוב של שתי יכולות, יכולת להשתתף בשיח מתמטי ויכולת ליישם שיח זה בפעילויות חיים, מדוע אין די ביכולת הראשונה כדי לפתח את השנייה? מה עוצר בוגרי בתי ספר מליישם שיח מתמטי בחיי יום-יום? לבסוף מה הדרכים שבהן אפשר להתגבר על המכשולים ולקדם מתוך כך את התפתחותה של אורמ"ת? התשובות לשאלות אלה המוצעות במאמר זה מסתמכות על תאוריה שלפיה כל מהלכינו – כל שאנו עושים במיומנות סבירה במצבי חיים מגוונים – בנוי מרוטינות שפיתחנו במרוצת הזמן. הדברים מקבלים משנה תוקף מממצאים חדשים של מדעי המוח על בחירות של דרכי פעולה שאנו עושים בעומדנו לפני מטלות מגוונות. המאמר מסתיים במספר עצות מעשיות למורים השואפים לפתח אורמ"ת אצל תלמידיהם.

מילות מפתח: אוריינות מתמטית; שיח; רוטינה; סימולציה; ממוצבות.

הקדמה

המונח 'אוריינות מתמטית' או בראשי תיבות **אורמ"ת**, נמצא היום בפי כול. חשיבותו של הנושא אינה מוטלת בספק: אנו רואים בפיתוחה של אורמ"ת את צו השעה. עם זאת, מורכבותה ודחיפותה של סוגיה זו מעולם לא היו ברורים לנו כמו במגפה העולמית האחרונה. נוכחנו אז לדעת כי אורמ"ת עשויה להיות לא פחות ולא יותר, אלא עניין של חיים ומוות.

על כך עמדתי מקרוב כבר בימים הראשונים להתפשטותה של קורונה, כאשר האזנתי בעל כורחי לשיחה שהתקיימה במספרה תל אביבית בזמן שהמתנתי לתורי. היה זה בבוקרו של היום שבו בשעות הערב הונהג הסגר הראשון.

עם כניסת לקוח חדש, הספרית פנתה אליו והושיטה לו מסכה. "תוכל, בבקשה, לעטות את המסכה? זה לטובת שנינו," היא אמרה. פנייה זו גרמה לחילופי דברים קולניים למדי בינה ובין הלקוח.

[1]	הלקוח:	מה? המסכה? למה? בגלל השפעת הזאת?
[2]	הספרית:	טוב, אומרים שזה לא פשוט כמו שפעת. זה מתפשט הרבה יותר מהר. טוענים ש-2% מהנדבקים ימותו.
[3]	הלקוח:	שטויות. מה הסיכוי שלי למות? אפס. מאכילים אותנו פייק ניז ומנסים להשליט טרור ופחד.

כאן התערבה לקוחה שעד כה הקשיבה בשקט.

[4]	הלקוחה:	אבל 2% זה בכל זאת הרבה יותר מבשפעת. ההתפשטות היא מעריכית וכל מערכת הבריאות עלולה לקרוס.
[5]	הלקוח:	זאת דעתך. יש לי זכות לדעה משלי!

בסיום השיחה הלקוח נשאר עם פנים חשופות ואני – עם תחושת אי-נוחות ועם שאלות רבות. הכרתי את האיש וידעתי שהוא בעל השכלה אקדמית. "איפה האוריינות המתמטית שלו?", תהיתי. הטריד אותי שבעל תעודת בגרות מלאה, ואף למעלה מזה, נשמע כאילו לא למד מתמטיקה מעולם. למעשה היה נראה כאילו הוא זלזל במחקר מדעי כולו. הסוגיה של הידע המתמטי שהיה לו לכאורה אך נעלם דווקא כשהיה נחוץ ביותר, לא עזבה אותי ימים רבים ועודדה חשיבה מחדש על נושא האורמ"ת. מאמר זה מוקדש לרעיונות שהחלו לנבט במספרה. את הצגתם אקדים בסקירת הנסיבות שהעלו את האוריינויות לסוגיהן לחזית השיח החינוכי והציבורי.

מהיכן הרעיון של אורמ"ת?

לכאורה יש היום קונצנזוס על משמעות המונח 'אוריינות' בכלל ו'אוריינות מתמטית' בפרט. יש מקום להניח שהרוב יסכימו כי להיות אורייני בתחום המתמטיקה פירושו להיות מוכן ומזומן להשתמש בשיח מתמטי בכל מצב שבו שימוש כזה עשוי לעזור. על כן אורמ"ת משקפת את שימושיותה של המתמטיקה במשימות חיים: בקנייה ומכירה, בקביעת לוחות זמנים,



והוא הוצג "מתאים ללומדים המתכוונים להמשיך ללימודים גבוהים נטולי תכנים מתמטיים משמעותיים, ואף לכאלה המעוניינים בלימודים מקצועיים או המתכוונים ולצאת לעבודה מייד עם סיום בית הספר" (Venkatakrishnan & Graven, 2006, p. 14; ראו גם (Vithal & Bishop, 2006). גם באנגליה הופעלו מסלולים כאלה והם נקראו "מתמטיקה פונקציונלית". ואולם התוכנית האנגלית נגנזה לאחר שנים מספר (ויש שיגידו כי עברה טרנספורמציה), כשהתברר שהיא אינה מובילה לתוצאות הצפויות. גם התוכניות הדרום-אפריקאיות לא נחלו הצלחה רבה (Graven et al., 2023). המחקרים הראו שוב ושוב כי פיתוח אוריינות מתמטית הוא אתגר חינוכי תובעני וכי תוכניות לימודים קיימות אינן מצליחות להתמודד עימו (גל, 2012). בעשורים האחרונים, בזכות מבחני ה-PISA הבינ-לאומיים שבוחנים אוריינות מתמטית של בני חמש-עשרה (Schleicher, 2019) חדרו עובדות אלה לתודעת הכלל.

ובכך האוריינות שינתה את פניה: לא עוד לימודי אורמ"ת כגרסה 'לייט' של המתמטיקה הבית ספרית המסורתית; לא עוד ההתמקדות באוריינות כתרופת פלא לתלמיד המתקשה; ומעל לכול, לא מדובר עוד באורמ"ת כיכולת המתגבשת מעצמה עם התפתחות מומחיות בשיח על עצמים מתמטיים מופשטים, כגון מספרים, פונקציות או נגזרות. בד בבד עם הגעתנו לכל התובנות האלה, גברה גם ההכרה בנחיצותה של אורמ"ת לכלל התלמידים. היום המילה 'אוריינות' מופיעה מלווה בתארים מגוונים – 'אוריינות לשונית', 'דיגיטלית', 'מתמטית', 'מדעית', 'פיננסית', 'תרבותית' ועוד. בתוך כך גם אורמ"ת זכתה להגדרה מוסכמת, פחות או יותר, לפיה הכוונה היא לצירוף של שתי יכולות: "היכולת של היחיד לחשוב במונחים מתמטיים" והיכולת "לנסח, לנצל ולפרש מתמטיקה כדי לפתור מגוון של בעיות בעולם הממשי" (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2003). כמו כל האוריינויות האחרות, אורמ"ת מופיעה בין במפורש בין במרומז כפריט קבע ברשימות של 'מיומנויות למאה ה-21' המתפרסמות במסמכי מדיניות חינוכית למיניהם (פרץ, 2020; Fadel, 2008) מאז תחילתו של המילניום השלישי. מדובר במיומנויות שלדעת הכותבים הן הכרחיות כדי שנוכל להתמודד מחר עם מצבים שאיננו מסוגלים לחזותם היום. יכולת זו היא תנאי להישרדותנו בעולם של שינוי בלתי פוסק, המאיץ בהתמדה. זהו הרי עולם של התפתחויות טכנולוגיות העולות על הדמיון ושל התחממות הגלובלית שייתכן שאי אפשר לעוצרה.

בבניית גשרים, בשליחת חלליות לירח, בקריאת גרפים המתפרסמים בעיתונים, בהבנת תוצאות של בדיקות רפואיות, בהכנת מאכלים לפי מתכונים שבספרי בישול, בקבלת החלטה אם להצטייד במטרייה על פי תחזית מזג אוויר וכיוצא באלה. ואולם כפי שאפשר ללמוד מההיסטוריה הקצרה של המונח אוריינות, השימוש בו עבר תהפוכות המעידות על כך שטרם הגענו בתחום זה להבנות מספקות.

אף על פי שמתמטיקה נלמדת בבית ספר מאז ומתמיד, השיח על אורמ"ת הוא חדש יחסית. אומנם שימושיותה של מתמטיקה היא הסיבה המוצהרת להכללתה בלימודי הליבה, אולם הפיתוח של יכולות היישום לא נחשב עד לפני כמה עשורים לטעון פעולות חינוכיות מיוחדות. אדרבה, נדמה היה שאנו פועלים ברוח הסיסמה "הבה נדאג למתמטיקה ויישומיה ידאגו לעצמם".

גישה זו לא הוכיחה את עצמה. ההתפקחות הגדולה הגיעה במחצית השנייה של המאה הקודמת עם גל של מחקרים שבחנו את התמודדותם של בוגרי תיכון עם בעיות יום-יומיות ומקצועיות הכרוכות במספרים (Lave, 1988; Cole, 1996; Scribner, 1997). מחקרים אלה, שרובם נעשו בעשורים האחרונים של המאה הקודמת, הראו בעקביות כי בעלי השכלה תיכונית מלאה אינם לרוב נוטים להיעזר במתמטיקה במצבי חיים, וזה נכון גם כשמדובר בבעיות שקשה לפתור בלעדיה. בשל כך ההימנעות של לקוח המספרה מלחשוב על סוגיית המסכה במונחים מתמטיים אינה מפתיעה. זה היה בסך הכול ביטוי ספציפי של תופעה נפוצה. ממצאים אלה ורבים דומים אחרים הם האחראים לכך שהמונח 'אוריינות מתמטית' הגיע אל קדמת הבמה. כאן חשובה במיוחד התגלית המחקרית שלפיה גם אנשים ללא השכלה בית ספרית ובעלי היסטוריה ארוכה של כישלונות במתמטיקה בית ספרית מגיעים לעיתים למיומנויות מרשימה במטלות יום-יומיות הכרוכות בפעולות מתמטיות. כך, למשל, במחקרים שנעשו בברזיל (Nunes et al., 1993; Saxe, 1988) התפעלו החוקרים מזריזותן ודיוקןן של פעולות כספיות שעשו ילדים ברזילאיים בעת שמכרו סחורות למיניהן ברחובות ערים גדולות, והם בעלי השכלה בית ספרית חלקית לכל היותר. החוקרים למדו מכאן שההקשר היום-יומי המוכר הופך תכנים מתמטיים מופשטים למשמעותיים ונגישים יותר למוכרים הצעירים.

תובנה זו הולידה תוכניות לימודים מיוחדות לתלמידים שנחשבו לחלשים במיוחד במתמטיקה, אם לא לחסרי כל סיכוי. כך, למשל, בבתי ספר דרום אפריקאים הונהג בתחילת המאה מסלול לימודים בשם 'אוריינות מתמטית'



פדגוגיים מוכרים? ואם התשובה לשאלה האחרונה היא שלילית, מה האתגרים הייחודיים המקשים על פיתוח האורמ"ת וכיצד אפשר להתמודד עימם? עם סוגיות אלה אתעמת בהמשך, כשאני טוענת כי פיתוח אורמ"ת הוא אכן משימה ייחודית והיא מצריכה בשל כך חשיבה מחדש על המתמטיקה הבית ספרית ועל הוראתה. אפתח בבחינה נוספת של רעיון האורמ"ת ובהידוק הגדרתה.

מהי אורמ"ת? למה אורמ"ת?

אתחיל בדוגמה פשוטה למדי שתעזור לי בהמשך להבהיר את הייחוד של פעולות אורמ"תיות. היא לקוחה מאחד המחקרים שעשיתי עם עמיתיי בקרב בני 18 עם היסטוריה של הישגים נמוכים בלמידת מתמטיקה. באפיזודה 1 המראינת משחקת תפקיד של מוכרת עוגיות, ואילו נערה המצוידת בערמה של מטבעות שאקרא לה מירה היא הקונה.

לסיכום, חשיבותו ודחיפותו של פיתוח האורמ"ת אצל כלל התלמידים ברורות לנו היום יותר מאי פעם. עם זאת, עדיין אנו חסרים תובנות הדרושות לבניית תכניות לימודים מתאימות ופדגוגיות יעילות. במחקר שנעשה בשנים האחרונות בנוכחיה, שבה החינוך לאורמ"ת הפך לחלק מרכזי של לימודי מתמטיקה בכל בתי ספר, נמצא כי גם מורים מובילים אינם מסוגלים להסביר במה נבדל פיתוח אורמ"ת מהוראת מתמטיקה מסורתית (Bolstad, 2020). כיוון שכך, למרות הטיעונים הנחרצים על נחיצותו של החינוך לאורמ"ת, נראה שאיננו ערוכים עוד לפעולה החינוכית הנדרשת. הסוגיה מעוררת שאלות שעוד אין להן מענה: מה הם היעדים הייחודיים שמציבה האורמ"ת בפנינו? גם אם יעדים אלה שונים מבחינה מהותית מיעדים של לימודי המתמטיקה המסורתיים, האם לא היה אפשר להגיע עם קצת מאמץ לאורמ"ת באמצעים

אפיזודה 1: מירה (Sfard, 2005)

	דוברת	נאמר	נעשה
[1]	מראינת:	קנית ממני 3 עוגיות, כל אחת ב־75 אגורות. שלמי בבקשה.	
[2]	מירה:	3 פעמים 75	
[3]		150 ועוד 3 פעמים 25 ... 75	
[4]		150 ועוד 75 ... 225	
[5]		הינה, 2 שקל ו־20 ו־5 אגורות.	מעבירה למראינת שתי מטבעות של שקל אחד ומטבעות של 20 אגורות ושל 5 אגורות.

הפעולות שעשתה מירה הן מוכרות ופשוטות למדי, ויש שיגידו כי לא ברור מדוע פתחתי את העיסוק בנושא מורכב כמו אורמ"ת בדוגמה כה טריוויאלית. מה מיוחד בדרך פעולתה של מירה? האם בכלל היה אפשר להשלים את המשימה היום־יומית המוכרת היטב לכולנו בדרך אחרת? אפיזודה 2 תראה כי אכן יש דרך אחרת. הפעם, המראינת־הקונה היא נערה ששמה הבדוי הוא טלי.

אפיזודה 2: טלי (Sfard, 2005)

	דוברת	נאמר	נעשה
[6]	מראינת:	קנית ממני 3 עוגיות, כל אחת ב־75 אגורות. שלמי בבקשה.	
[5]	טלי:	כל אחת היא 75 אגורות....	מעבירה למראינת בזו אחר זו מטבע של 50 אגורות, שתיים של 10 אגורות ואחת של 5 אגורות.
[6]		והינה לך שקל שבעים וחמש [1.75].	מעבירה מטבע של שקל
[7]		בשקל יש 75 אגורות, אז יש פה 25 יותר.	
[8]		אז הינה לך עוד חצי שקל. וזהו.	מעבירה מטבע של 50 אגורות.



לפנות למתמטיקה גם כשנעשה שימוש מפורש במושג מתמטי מוכר לו, הלוא הוא גידול מעריכי (היגד [4] במסגרת 1).



איור 1: פעולה במטבעות מתווכת מספרים

הדוגמה מאלצת אותי לחזור ולהרהר בסוגיה שרבים רואים אותה כמובנת מאליה: למה כל המהומה הזו על האוריינות המתמטית? מדוע מעניקים לה חשיבות כה רבה? הייתכן שהדרישה לפעולה אוריינית מכבידה דווקא ואין בה צורך? ככלות הכול, מירה וטלי הצליחו באותה מידה, אבל מירה, שלא כטלי, הייתה זקוקה לכמה שנות בית ספר כדי שתוכל לפעול פעולה אוריינית. מבחינה זו, הפעולה של טלי הייתה חסכונית בהרבה. ובכן, אם בכל זאת אנו דוגלים היום בפיתוח האורמ"ת אצל כלל הלומדים, זאת משום שלפעולה מתווכת יש יתרונות מהותיים משלה. ראשית, פעמים רבות הפעולה המתווכת מתגלה זמינה יותר או מדויקת יותר מהפעולות הישירות העומדות לרשותנו. הרי אלה האחרונות אינן זמינות תמיד. במקרים מורכבים יותר הפעולה המתווכת היא תנאי ליכולתנו להתמודד עם הבעיה שלפנינו. כך למשל במשימה הפשוטה של תשלום תמורת עוגיות טלי לא הייתה מוצאת פעולה כזו לולי המטבעות שבידיה אפשרו לה להרכיב את הסכום הנדרש (תחשבו מה היה קורה, לדוגמה, אילו היו לה רק מטבעות של שקל אחד). שנית, שלא כמו הפעולות הישירות שאנו עושים במצבים מוכרים והן מתאימות רק למצבים אלה, ההליכים המתמטיים שהיו יכולים לתווך פעולות אלה הם אוניברסליים והם עשויים לעזור גם במצבים חדשים, כרוכים בעצמים אחרים. ואכן, כפי שהודגם באיור 2, הפעולות המספריות המתווכות פעולות קנייה ומכירה שנעשות במטבעות יכולות לתווך גם פעולות שקילה (חשבו לדוגמה איך אפשר להשתמש בחישוב מספרי שחישה מירה באפיזודה 1 במשימה של מציאת המשקל של שלוש עוגיות שכל אחת מהן שוקלת 57 גרם).

לכאורה אין הבדל בין שני האירועים. בשני המקרים התשלום נעשה בזריזות יחסית ולשביעות רצון המוכרת, ואולם הבדל חשוב מתגלה כשמשווים את העצמים שבהם נעשו הפעולות. באפיזודה 1 השיחה התחילה מאזכור של עוגיות ומטבעות, שהן עצמים מוחשיים מוכרים (ראו היגד [1]). בתשובתה, מירה סיפרה סיפור על מספרים ומספרים בלבד: 3, 75, 150, 25, 225 (ראו היגדים [2], [3] ו-[4]). לסיום, מירה חזרה אל שקלים ואגורות (ראו היגד [5]), ואף אם השתמשה גם כאן בשמות מספרים, הרי שהם שימשו אותה הפעם כתוויות למטבעות בכל מיני גדלים, כלומר שמות של עצמים מוחשיים.

הביצוע של טלי (אפיזודה 2) היה שונה מבחינה זו: המשתתפת דיברה כאן על מטבעות בלבד. ואכן, גם כשהיא ביטאה מילות מספר (ראו [6], [7] ו-[8]), היה נראה כי השימוש בהן היה דומה לזה שמירה עשתה רק בהיגדה האחרון: הן שימשו את טלי לתוויות למטבעות שהיא העבירה בזו אחר זו אל המראינת. ובאמת, כאשר מעמידים את שתי האפיזודות זו לצד זו, רואים בבירור שמירה נמנעה רוב הזמן מפעולה פיזית במטבעות, ואילו מילותיה של טלי היו מלוות מניפולציה במטבעות לאורך כל הדרך. זאת ועוד: מירה סיימה את הביצוע ואמרה את הסכום המדויק שהיא שילמה (2 שקל ו-25 אגורות), ואילו טלי נמנעה מהכרזה זו: כשהיא אמרה "וזהו" כדי לציין שהמשימה הושלמה בהצלחה (ראו היגד [8]), לא עניין אותה לדעת כמה היא שילמה בסך הכול. אפשר לסכם ולומר שהמסלול של מירה נע מעצמים מוחשיים אל עצמים מתמטיים ולעצמים מוחשיים בחזרה. לעומת זאת, טלי נשארה בכל הדרך בשיח על סוג יחיד של עצמים – אותם עצמים שהמשימה הייתה אמורה להיעשות בהם.

כדי לקצר, אומר שהפעולה של מירה הייתה מתווכת שיח מספרי, ואילו הפעולה של טלי הייתה ישירה – נעשתה במישרין באותם עצמים שהיו האובייקט של המשימה, כלומר המטבעות. הדאגרה התלת-שלבית שבאיור 1 ממחישה באופן סכמטי את מהותה של הפעולה המתווכת. פעולה זו מתחילה בשיח מסוים (שלב I; כאן השיח הוא על מטבעות בעלי ערכים שונים זה מזה), ממשיכה בהתאמת עצמיו של שיח זה לעצמים של שיח אחר (שלב II; כאן העצמים המותאמים הם מספרים), ובהם גם נעשית מניפולציה מתאימה לפעולה שיש לעשות בעצמים המקוריים. היא מסתיימת בחזרה אל שיח המקור (שלב III). הפעולה המתווכת שראינו כאן היא זו שאנו נוהגים לכנות 'אורמ"תית', שכן נעשה פה שימוש בשיח מתמטי (שלב II). אם כך, במשימת העוגיות רק מירה מראה אוריינות זו. פעולה אוריינית נעדרה גם מדברי לקוח המספרה, וזאת על אף היותו בוגר תיכון. האיש סירב



יש להניח שברוב הפעמים התשובה היא 'כן'. קרוב לוודאי אף תעשו פעולה כזו בלי לשאול את עצמכם שאלות ובלי להסס. ואכן, ברוב מוחלט של מצבי חיים אנו מתחילים את העשייה בספונטניות, ללא תכנון ובלי להתלבט. כך זה כשבפגישה מקרית עם חברה נפלטות לנו המילים "היי, מה שלומך?" או כשלפני יציאה ממכולת עם סל של מצרכים אנו ניגשים לקופה ושולפים אמצעי תשלום. ככה זה גם כשבכיתה כותבים משוואות על הלוח או כאשר קוראים מאמר ומנסים להבין את הנקרא. בזכות מה כל הידיעה הזו? מניין הנטייה הזאת למהלכים שאינם תוצאה של שיקול דעת מפורש? מה מאפשר בחירות מיידיות של דרך פעולה? רגע של מחשבה והתשובה נראית לנו מובנת מאליה: ניסיון! ואכן, אם ברור לנו מה לעשות כעת, זאת משום ש"בסרט הזה כבר היינו": אף בלי להיות מודעים לכך, אנו נזכרים במשהו שנעשה בעבר, בין שעשינו אותו בעצמנו ובין שעשה אותו מישהו אחר. ואכן, **כשאנו נמצאים במצב שבו אנו חשים מחויבים לפעול, אנו נוטים להיזכר במצב קודם דומה דיו למצב הנוכחי כדי להצדיק עשיית אותן פעולות שנעשו אז.** את המילים "מצב שבו אנו מחויבים לפעול" שבמשפט האחרון אחליף בביטוי '**מצב מטלה**'. בחיי יום-יום אנו נמצאים באיך-ספור מצבי מטלה, כלומר חשים מחויבים לפעול בדרך זו או אחרת כמעט בכל רגע. כן, זה נכון גם באותן פעמים שבהן לכאורה איננו עושים דבר – למשל, כשיושבים בהרצאה או נחים לאחר מאמץ פיזי. כעת אקצר גם את הפסקה הארוכה "מצב קודם דומה דיו למצב הנוכחי כדי להצדיק עשיית אותן פעולות שנעשו אז", ואעשה זאת בהחלפתה במילה בודדת: '**תקדים**'. המשפט המודגש המופיע לעיל מתקצר כעת להיגד תמציתי שנזכור אותו לאורך כל הדרך: **כשאנו נמצאים במצב מטלה, אנו נוטים לפנות לתקדים.**

לטענה זו, שלפיה כל מה שאנו עושים במיומנות הוא שחזור של פעולות מן העבר, השלכה מיידית: החזרות יוצרות דפוסי פעולה, כלומר סדרות מהלכים קבועות שחוזרות על עצמן במצבים דומים. לדפוסים אלה אנו קוראים **רוטינות**. כפי שמוצג בסכמה שבאיור 3, אפשר לחשוב על רוטינה ככנויה משני רכיבים, מטלה והליך לעשייתה. **המטלה** היא אוסף של אותם היבטי המצבים התקדימיים שאנו רוצים לשחזר כעת. **ההליך** הוא הדרך שבה פעלנו באירועים התקדימיים. חשוב לזכור כי הליך הוא **מרשם** לביצוע, ולא הביצוע עצמו – הוא "התסריט" שלפיו פעלנו בכל הביצועים התקדימיים. ההליך יכול להיות אלגוריתמי, כפי שהוא במקרה של רוטינות לחישובים מספריים; והוא יכול להיות היוריסטי – לא יותר ממתווה פעולה כללי, כמו ברוטינות להוכחת משפטים. חשוב

כל שנאמר כאן מספק מפתח לקושיה נוספת. מדוע המילה 'אוריינות' שעסקה במקור רק במיומנויות שפתיות של קריאה וכתיבה, הורחבה לתחומים אחרים, ובהם מתמטיקה? השימוש במונח 'אוריינות' היה שמור עד לפני זמן לא רב ל**מיומנות בשיח כתוב, המלווה ביכולת ונכונות לתווך מגוון רחב של פעילויות בשיח זה.** הדוגמאות הפשוטות שראינו לעיל הבהירו שגם כשמדובר באוריינות מתמטית, הכוונה היא ליכולת תיווך באמצעות שיח, אלא שהפעם השיח המתווך הוא מתמטי. הצבת המילים 'שיח מתמטי' במקומו של הביטוי 'שיח כתוב' בהגדרת האוריינות השפתית מקדמת אותנו אל הגדרה של אוריינות מתמטית: **אוריינות מתמטית היא מיומנות בשיח מתמטי, המלווה ביכולת ונכונות לתווך בשיח זה מגוון רחב של פעילויות.** הגדרה 'דיסקורסיבית' זו שתשמש אותי בהמשך, ממחישה ביתר שאת מדוע אין לראות באורמ"ת 'מתמטיקה קלה' או 'מתמטיקה למתקשים'. אדרבה, פיתוחה הוא משימה תובענית יותר מזו של פיתוח שליטה בשיח מתמטי עצמו, שהרי מומחיות בשיח היא רק חלק מאורמ"ת.



איור 2: הליך מתמטי אחד יכול לתווך פעולות בעצמים מוחשיים מגוונים

בעזרתה של ההגדרה הדיסקורסיבית אוכל להתעמק כעת באתגרים ייחודיים בפניהם עומדים מורים שמלמדים לקראת אורמ"ת. הבנת אתגרים אלה היא תנאי להוראה יעילה של הנושא. כדי שנוכל להגיע להבנה זו, יש לשאול שאלה מקדימה: מה המנגנונים שמאפשרים לנו לפעול כמעט בכל מצב? כיצד אנו מעצבים את דרכי העשייה שלנו?

ממה וכיצד נבנות פעולותינו? רוטינות!

כאשר תעמדו לפני הצורך לבצע מטלה כלשהי – הכנת ארוחה שתשביע את רעבכם, פרדה מאורחים שעוזבים את ביתכם לאחר ערב מהנה, או מתן הסבר לחישוב מתמטי זה או אחר – האם תדעו מה ייחשב **לפעולה מתאימה?**



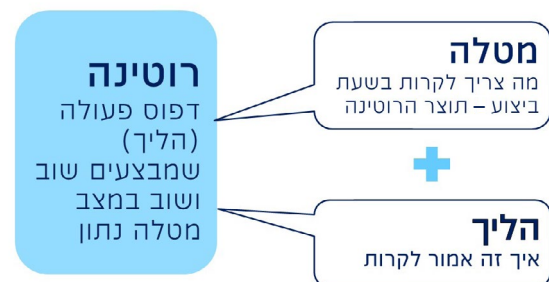
לסיכום, את העובדה שבמצבים רבים אנו מסוגלים לפעול כמעט בלי קבלת החלטות מודעת יש לזקוף לזכותן של הרוטיות שפיתחנו. יש מקום לומר כי **כל למידה כרוכה ברוטיניזציה של פעולותינו**. בזכותה אנו צוברים במהלך חיינו מאגר של רוטיות המאפשרות לנו להתמודד עם אינספור מצבי מטלה. לרוב המצבים שאנו עשויים להימצא בהם בחיי יום-יום יש באמתחתנו יותר מרוטינה אחת, ויש בהן רוטיות ישירות ורוטיות מתווכות. במונח '**רוטינה ישירה**' הכוונה היא לרוטינה שמתבצעת במישורין על העצמים המרכיבים את מצב המטלה (ראו את הרוטינה של טלי באפיוזדה 2). **רוטינה היא מתווכת** אם בהליך שלה יש מעבר מהשיח שהתחלנו בו אל שיח אחר ובחזרה. רוטיות מתווכות היא **אורמ"תית** אם השיח האחר הוא מתמטי, כפי שהיה במקרה של מירה באפיוזדה 1. את הסוגיה העומדת במרכזו של מאמר זה אפשר לנסח כעת כבעיה של בחירת רוטיות: כיצד להבטיח שבוגרי בית ספר ייעזרו בחיים ברוטיות אורמ"תיות? לפני שאדון בשאלה זו, אעיף עוד מבט במחקרים שהראו כי פנייה לרוטיות כאלה אינה מובטחת אפילו אצל בעלי השכלה מתמטית בית ספרית מספקת לכאורה.

בתחרות בין רוטיות ישירות ואורמ"תיות – מי זוכה? ממוצבות

כפי שנרמז כבר קודם, המחקרים הרבים על שימושי השיח המספרי במטלות יום-יומיות הראו בעקביות את העדפתנו לרוטיות ישירות על פני אורמ"תיות, הכרוכות בעשיית מעקפים דרך השיח המתמטי. ההימנעות מחציית גבולות בין שיחים היא כה חזקה, עד כי אנו עלולים להתעלם מפעולות מתווכות גם בפעמים שבהן אין לנו חלופה בדמות פעולה ישירה. מעטות הן התופעות שזכו לאישוש מחקרי רחב וחד-משמעי כמו התופעה הזאת. היא ידועה היום בשם '**ממוצבות**' (situativity) של למידה (או של קוגניציה; Brown et al., 1989). העובדה שאנו פועלים פעולה ממוצבת, פירושה שאנו נמצאים לרוב בקיבעון דיסקורסיבי: אנו נצמדים לשיח שכמו כופה את עצמו עלינו עם המטלה לביצוע, הלא הוא השיח של העצמים המגדירים את המטלה. אנו נאחזים בשיח זה ונמנעים מרוטיות הדורשות יציאה לשיח אחר. סיפוריהם של לקוח המספרה ושל טלי מוכרת העוגיות הם עדויות מיידיות לקיומה של תופעה זו. המקרה הראשון אף מעיד על עוצמת הקיבעון הדיסקורסיבי. יש מקום לומר כי הפחד של סרבן המסכה מהברירה האוריינית היה חזק דיו כדי לגבור על הפחד שלו מהקורונה. ממוצבות של פעולותנו, ובאופן כללי יותר הקיבעון הדיסקורסיבי, הם בלי ספק האויב מספר אחד של אורמ"ת, וכדי להתמודד איתם, עלינו להבין את סיבותיהם. לשם כך כדאי לבחון

גם לזכור שאי אפשר לצפות ברוטיות צפייה ישירה. כל שאנו יכולים לראות אלה הם **ביצועי** רוטיות, וכדי להסיק את הרוטינה שמשמשת אותנו בפעולה זו עלינו לצפות בביצועים רבים שלה ככל האפשר במצבי מטלה מגוונים (אך שיכולים, כמובן, להיחשב לשקולים כי הם מגדירים אותה מטלה).

בסוף חשוב לציין כי לרוטיות **מבנה פרקטלי**, שכן רכיבי רוטיות הם לרוב רוטיות בפני עצמם. מבחינה זו אפשר להשוות רוטיות לקופסה שיש בה קופסאות קטנות יותר, ובתוכן קופסאות זעירות עוד יותר וכך הלאה. תהליך פירוק של רוטיות גדולה לקטנות יותר הוא בדרך כלל חלק מכל ביצוע של רוטיות זו. הפירוקים מסתיימים כשמגיעים לרוטיות 'אטומיות', כאלה שאי אפשר לחלקן יותר והן מתבצעות אוטומטית במהלך אחד בודד. כך, לדוגמה, הרוטינה של מירה לתשלום במטבעות מורכבת משלוש תת-רוטיות: (1) רוטיות ההעתקה של קבוצות מטבעות למספרים; (2) רוטיות לחישוב מספרי מתאים; (3) רוטיות להעתקת מספרים לקבוצות של מטבעות. תת-רוטינה (2), שהיא רוטיות בפני עצמה, מכילה בתוכה רוטיות כפל וחבור, שגם אותן אפשר לפרק לרכיבים קטנים יותר. אם את שולטת בחשבון, רוטיות חישוביות אטומיות הן חיבורים של מספרים חד-ספרתיים ופעולות כפל שבלוח הכפל. הרוטינה הגדולה לתשלום יכולה בתורה להפוך לחלק של רוטיות גדולה עוד יותר – למשל זו של קנייה במכולת. כך אפשר להגיע לרוטיות מורכבות מאוד, דורשות זמן רב לביצוע. זמן זה עשוי להימדד בימים או אף בחודשים ושנים. מכאן נובע גם כי מאגר רוטיות שלנו יכול לגדול למעשה ללא הגבלה. הגידול חל, לדוגמה, כשאנו מרכיבים בדרך חדשה כמה מהרוטיות שפיתחנו בעבר ויוצרים רוטיות חדשות. המסקנה החשובה ביותר מכל שנאמר כאן היא **שרוטיות הן אבני בניין לכל הפעילות שלנו**, ואנו משתמשים בהן אפילו בביצוע מטלות שלא התנסינו בהן בעבר. המטלות החדשות ידרשו בסך הכול הרכבה חדשה של רוטיות קיימות.



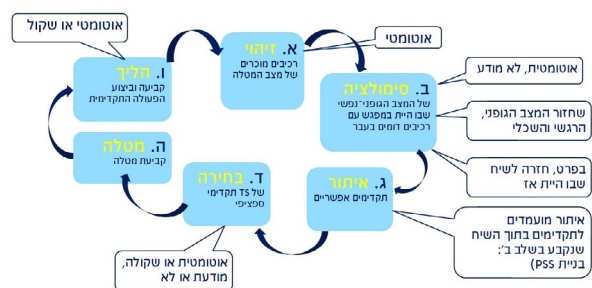
איור 3: רוטיות



בלתי מודעת? ואם כן, מה קובע את ההעדפות המוסתרות לעין? בניסיון לענות על שאלות אלה אציג בסעיף הבא תסריט אפשרי לתהליכי גיוס רוטינות.

מה מאפשר גיוס של רוטינה? סימולציה!

תשובה מעניינת לשאלה למה וכיצד מתנהל הגיוס התת-מודע של רוטינות מגיעה מתאוריה חדשנית במדעי המוח המסבירה את התהליכים הפנימיים האחראים לכלל פעילותינו. אסתמך בעיקר על עבודתו של חוקר מוח לאורנס ברסלאו, אבי הגרסה הייחודית של תאוריה זו שכינה אותה 'תורת הסימולציה הממוצבת'. לפי ברסלאו (Barsalou, 2009), כל מצב שאנו נקלעים אליו ומזהים בו עצמים, אמירות ואנשים מוכרים גורם לנו לשחזר אוטומטית את המצב הגופני, הרגשי והשכלי שהיינו בו בעבר בנוכחות אלמנטים דומים. וזה אומר בין השאר כי הסימולציה אחראית גם לשיח שנאמץ כדי לחשוב בו על מצב המטלה הנוכחי. לרוב יהיה זה השיח שפיתחנו בעבר במפגשים עם עצמים, אמירות ואנשים דומים לאלה שאנו עומדים כעת לפניהם.



איור 4: מפ"ם – מחזור הפעולה הרוטינית (גיוס רוטינה וביצועה)

כדי להסביר את תפקידה של הסימולציה בגיוס של רוטינות, איעזר באיור 4 המציג באופן סכמתי תהליך בחירה וביצוע של רוטינה. סכמה זו קיבלה לאחרונה תמיכה מרעיון 'מחזור הפעולה הממוצבת', SAC (situated action cycle) ובעברית מפ"ם, שפותח במסגרת תורת הסימולציה הממוצבת (Barsalou, 2020). כמו ה־SAC, תהליך בחירת הרוטינה הוא שרשרת של התרחשויות פנימיות ברובן המוצגות באיור 4. שרשרת זו חוזרת על עצמה שוב ושוב כשאנו מבצעים מטלות מורכבות. הסימולציה היא ההתרחשות המפעילה את השרשרת ויש לה השפעה מכרעת על הפעולה שנבחר.

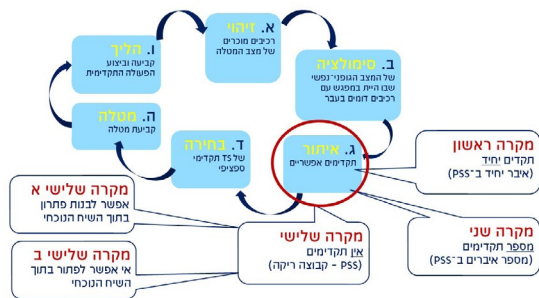
והנה ביתר פירוט השתלשלות העניינים במהלך סבב אחד של מפ"ם – גיוס וביצוע של רוטינה מסוימת. **בשלב א**, עם כניסתנו למצב מטלה מסוים, אנו מזהים אוטומטית עצמים, היגדים ואנשים מוכרים. העצמים יכולים להיות

שוב ובפירוט רב את ממצאי המחקרים שזיהו את התופעות לראשונה והביאו אותן לתודעת הכלל.

החוקרת האמריקאית ג'יין לייב (Lave, 1988), שהוזכרה כבר לעיל, התלוותה לקבוצה של בוגרי בית ספר בכל מיני גילים בזמן שעשו קניות בסופרמרקטים. המשתתפים נצפו כשהם מבצעים פעולות כגון מציאת התמורה טובה ביותר לכספם או בחירת מזון שמתאים לצרכיהם. בכל אלה גילו המשתתפים מיומנות מרשימה. עם זאת, כשהחוקרת בחנה את הדרך שבאמצעותה הם קיבלו את מבוקשם, היא מצאה שהקונים, בדומה לטלי מאפיזודה 2, לא השתמשו במתמטיקה בית ספרית, אלא פעלו במגוון שיטות ישירות שפיתחו בעצמם. לייב (Lave, 1988) דאגה גם לאשש שהמשתתפים היו בעלי יכולות מתמטיות מפותחות דיין כדי לאפשר פעולות אורמ"תיות. מבחן המורכב משאלות מתמטיות רלוונטיות שהיא עשתה בבתיהם של המשתתפים, הושגו הישגים מרשימים קצת פחות מאלה שנצפו בזכות פעולות הקנייה הישיר, אך עדיין סבירים בהחלט. כל זה העיד על העדפה ברורה של המשתתפים לרוטינות ישירות על פני מתווכות. ממצאים דומים הגיעו ממחקרים שנעשו בקרב בעלי מלאכה למיניהם. כך למשל חוקרת אמריקאית אחרת, סילביה סקריבנר (Scribner, 1997), מצאה כי פועלים שעבדו במחסני חלב ושתפקידם היה להכין משלוחים לפי הזמנות שהתקבלו ממכולות וסופרמרקטים עקפו בעקביות את המתמטיקה שלמדו בבית הספר ובנו את הכמיות הדרושות באמצעות מניפולציות ישירות במכלים ומארזים בגדלים מגוונים. העובדה שגם בעלי שליטה טובה בשיח מתמטי בית ספרי בוחרים להשקיע את מרצם בפיתוח רוטינות ישירות שיאפשרו להם לעקוף שיח זה מעידה על עוצמת המחסומים הסמויים המרחיקים מחשבה על חציית גבולות בין שיחים. ממצא זה עורר הרבה דיונים בקרב החוקרים. ההעדפה לרוטינות ישירות תוצרת עצמית אינה מובנת מאליה, שהרי אפשר ליישם את הרוטינות הישירות רק בעצמים מסוג מסוים והן לא יעזרו לנו במצבים שמערבים עצמים אחרים. כך לדוגמה אדם מיומן בפעולות ישירות במטבעות ושטרות של כסף לא יוכל להשתמש ברוטינות אלה לחישובי משקל, אורך או גובה. מהיכן באה ההעדפה זו? מה יוצר אותה? נראה כעת שהמפתח לשאלה זו הוא באופן שאנו מגייסים רוטינות בעת הצורך. פעולת הגיוס כרוכה בפנייה לתקדימים וכפי שנאמר קודם, פנייה כזו היא לרוב תת-מודעת, כלומר מתבצעת בתקשורת פנימית בין חלקים שונים של גופנו. כשיש לנו יכולת להגיב על מצב מטלה בעזרת רוטינות מגוונות שרק חלק מהן אורמ"תיות, כיצד תיעשה הבחירה? האם גם היא תהיה



כדי להבהיר נקודה זו, נבחן לעומק שלב ד במפ"ם (ראו איור 4), שבו אנו בוחרים תקדים מתוך מרחב החיפוש שנקבע בשלב ג לאחר הסימולציה (שלב ב). נבחין בין כמה מקרים לפי מספר התקדימים שמתוכם תבצע הבחירה בשלב ד. מקרים אלה מפורטים באיור 5.



איור 5: המקרים השונים של מהלך מחזור הפעולה הממוצעת לפי מספר תקדימים שנקבעו בשלב ג

במקרה הראשון הסימולציה משאירה אותנו עם תקדים יחיד (ראו איור 5), לכן גם עם רוטינה אפשרית יחידה. על מקרה זה כבר דיברנו: בהיעדר חלופות, שלב ד לא יתבצע למעשה – או יתבצע בריק – ואת הברירה היחידה נפעיל אוטומטית.

המקרה השני שבו נצליח לפעול בלי קושי הוא זה שבו הסימולציה קידמה אותנו אל מספר תקדימים (ראו איור 5), ולכן גם מספר הליכים אפשריים. כדי לפעול, נצטרך הפעם לבחור בחירה שקולה, מודעת. נשים לב כי זה עשוי לקרות גם כאשר כל ההליכים התקדימיים נועדו לביצוע אותה מטלה. כדי להסביר זאת אשתמש במטפורה. כל הרוטינות שנועדו ליישום בסוג מסוים של עצמים – נגיד במספרים – מקושרות בדרך זו או אחרת זו לזו ויוצרות רשת המזכירה רחובות של עיר (ראו שרטוט I באיור 6). על כך רמזתי כבר כשטענתי שכל רוטינה יכולה להיות חלק של רוטינה אחרת. הסוגיה חזרה בסעיף האחרון כשדיברתי על מחזורי סימולציה. מחזור כזה הוא עשייה של רוטינה, והוא מוביל למצב מטלה חדש ולהפעלה של רוטינה נוספת. וכפי שמוצג בשרטוט II באיור 6, אם עשיית רוטינה A תורמת להיווצרות מצב מטלה המקדם לרוטינה B, כי אז רוטינות A ו-B מקושרות זו לזו ויוצרות רוטינה חדשה, גדולה יותר. בצורה זו נוצרת רשת שלמה של רוטינות המקוננות זו בתוך זו. בתוך הרשת, כמו בעיר, אפשר לנוע ממקום למקום בדרכים שונות.

בשולי דברים אלה כדאי להעיר כי לכל שנאמר כאן יש הקבלה ברורה בתאוריות חדשות שמסבירות את פעולת המוח. רשתות של רוטינות שהוצגו כאן מזכירות רשתות של נוירונים, ודרך היווצרותן של רוטינות מורכבות אינה שונה מזו של היווצרות סינפסות חדשות – החוליות

מוחשיים כמו מטבעות, או מופשטים, כגון מספרים.¹ הזיהוי מוליך מייד **לשלב ב**, הלא הוא הסימולציה של המצב הגופני, הרגשי והשכלי שהיינו בו במפגשינו הקודמים עם לפחות חלק מהאלמנטים האלה. כמעט בו בזמן מתרחש גם **שלב ג** שבו נקבע המרחב של אירועי העבר הרלוונטיים המאופיינים בנוכחות הרכיבים שזיהינו בשלב א. זהו המרחב שבו נחפש אחר תקדים שמתאים למצב מטלה נוכחי. המרחב המצומצם מוגדר בעיקר בשיח שבו אנו רגילים לחשוב על כל שאנו רואים ושומעים כעת. הצמצום הוא זה שיהפוך את החיפוש אחר תקדים שיקרה **בשלב ד** לבר ביצוע. שהרי בלי להגביל את מרחב החיפוש, היינו צריכים לסרוק את כל האירועים שנוכחנו בהם בעבר, וזוהי משימה בלתי אפשרית בעליל. בחירת תקדים מתוך המרחב המצומצם יכולה להתבצע אוטומטית או באופן שקול, כמודע או בלא מודע. אנו פועלים ללא היסוס ובלא מודע לפחות באותן פעמים שבהן מרחב החיפוש שנוצר בשלב ג השאיר אותנו עם מועמד יחיד. מועמד זה משמש כעת ברירת מחדל ומייתר למעשה את הצורך בפעולת הבחירה. מצוידים בתקדים, אנו יכולים כעת **בשלב ה** לפרש את מצב המטלה, כלומר לגזור ממנו את המטלה שלפנינו ואף להתקדם **לשלב ו**, שבו נקבע ונעשה הליך המתאים למטלה זו. ההליך יכול להיות מורכב ולהוביל אותנו דרך מספר תת-מצבים שכל אחד מהם מעמיד אותנו לפני תת-מטלה משלו ודורש סבב משלו של השלבים א-ו. גם תת-מטלות אלה עשויות להיות מורכבות ולדרוש תת-הליכים משלהן. המטלה המקורית תושלם כאשר בקינן זה של תת-מטלות ותת-הליכים נגיע אל רוטינות אוטומיות. וכשיבוצעו כל אלה, ייסגר המעגל ויושלם ביצועה של המטלה המקורית. המהלך כולו ישאיר אותנו במצב מטלה חדש, שלאחריו יבוא גם המהלך הבא, הלא הוא סבב חדש של הפעולות א עד ו.

בסעיף הבא אתמקד בשאלה הפוכה לזו שדנו בה בסעיף זה והתשובה עליה תענה גם על הסוגיה שנשאלה קודם: מהו מקורה של ההימנעות שלנו משימוש ברוטינות אורמ"תיות?

מה עוצר גיוס של רוטינה אורמ"תית? הסימולציה!

את סוגיית המנגנונים הסמויים שמאחורי הקיבוען הדיסקורסיבי ותופעת הממוצבות הנובעת ממנה אפשר לתרגם כעת לשאלה על טבען ומקורן של תופעות אלה.

1. רוב הרוטינות שבמאגרים שלנו התחילו את חייהן כההליכים פיזיים בעצמים מוחשיים. ככול שהרוטינות התפתחו והתמסדו, כן העצמים המוחשיים הוחלפו בעצמים מופשטים המכלילים את העצמים המקוריים. בד בבד עם ההפשטה, גדלה הרוטינה ויישומיה התרחבו בהדרגה.



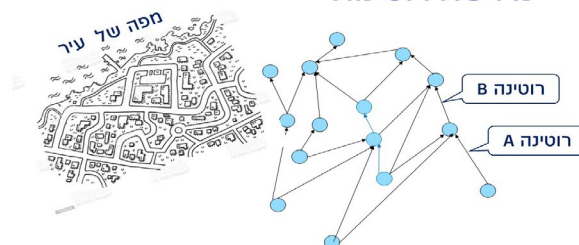
אל הפעולה המתווכת היינו צריכים להרחיב במודע את מרחב החיפוש, כלומר לעשות פעולה שדורשת מאמץ נוסף. ובאמת לא קל לצאת מהשיח שהסימולציה הכניסה אותנו אליו. לאחר שנכנסת לשיח זה, הוא מהווה את המדיום שבו נעשית כל חשיבתך, ובפרפרזה על דברי הפילוסוף לודוויג וויטגנשטיין על השפה, "גבולותיו של שיח הם גבולות עולמי" (Wittgenstein, 1999/1921, p. 56). ובמילים אחרות, השיח שלך הוא האמצעי של חשיבתך ולכן אין לך ברירה אלא להשתמש בשיח זה גם כשאת מנסה לנטוש אותו! זוהי משימה דומה לניסיון להניע את גופך קדימה במשיכת המגפיים שעל רגלייך. המאמץ שדורשת פעולה בלתי אפשרית זו כה גדול, עד כי תעדיפי לעיתים להמציא הליך ישיר וייחודי למצב מטלה נתון. אך גם כאשר הניסיון הקודם שלך כולל פעולה מתווכת והיא נכללת בשל כך במרחב החיפוש שנוצר בשלב ג, העדיפות תינתן לפעולה הישירה, החוסכת מעקף דיסקורסיבי. הפעולה הישירה תהפוך עם הזמן לברירת מחדל שתבחר אוטומטית במצב מטלה נתון.

וכעת המקרה השלישי הממתין לליבון: מרחב החיפוש שהגעת אליו בשלב ג בזכות הסימולציה אינו מציע לך שום תקדים למצב המטלה הנוכחי (ראו איור 5). ובשפה מטפורית, אומנם הסימולציה שלחה אותך לעיר מסוימת, אך לא איתרת שם את מה שאת מחפשת. אי לכך בשלב ד אין לך ממה לבחור. האנושות כולה מצאה את עצמה במצב כזה עם פרוץ המגפה העולמית. המגפה מיקמה את כולנו ב'עיר של מחלות ומגפות', כלומר בשיח שלא מצאנו בו תקדים למצב מטלה שנקלענו אליו עם הופעת הווירוס החדש. ואכן, כל שהיה ידוע עד כה בנושא מגפות עולמיות ווירוסים למיניהם לא סיפק רוטינות להתמודדות. היה זה מקרה מובהק של מצב ללא תקדים. וכשאינן תקדים ואין רוטינה, האם יש בכלל מה לעשות? כפי שאנו יודעים היום, כמעט שלוש שנים אחרי תחילת המגפה העולמית, יש ויש. בהיעדר תקדים מיידי אנו נאלצים להיות יצירתיים. כך זה גם כשאנו מוצאים את עצמנו בתוך עיר שאיננו מכירים די הצורך. את המסלול שטרם טיילנו בו נצטרך לבנות בעצמנו. כשנחשוב על המשימה לעומק נבין כי גם כאן נזדקק לרוטינות קיימות. על דרך מטפורה, מסלול ההליכה החדש יעבור לאורך רחובות קיימים. החידוש יתבטא בכך שנרכיב את הרוטינות מחדש. על כן פרדוקסלי ככל שזה יישמע, שימוש ברוטינות אינו סותר יצירתיות. אדרבה, רוטינות הן החומרים שנבנים מהם פתרונות יצירתיים.

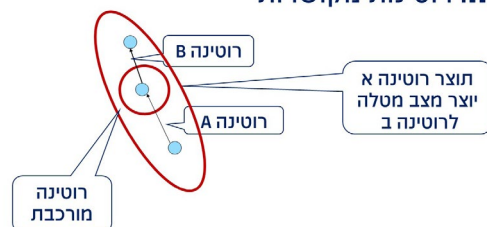
ובאשר ליצירת מסלול הליכה חדש, הרי שיש כאן שתי אפשרויות. פעמים רבות תצליחי לפתור את הבעיה בלי לצאת מן השיח (העיר) שבו מצאת את עצמך לאחר

שמקשרות בין נוירונים שהיו עד כה נפרדים לגמרי. התחברות כזו פותחת במוח מעברים שזמינותם גדלה ככל שמרבים להשתמש בהם. כך לפחות אנו לומדים מהחוק הידוע שקבע בשנת 1949 דונלד הב (Donal Hebb) ואף נקרא על שמו 'חוק הב': "היורים יחדיו, נקשרים יחדיו" (באנגלית האמירה נשמעת קליטה עוד יותר: fire together, wire together). תופעה זו – היכולת של המוח להשתנות ולהתעצב מחדש (או במילים פשוטות, העובדה שהפעילות שלנו מפסלת במוח) – אוששה במחקרים רבים והיא ידועה היום בשם **הפלסטיות של המוח**.² בשל קיום תופעה דומה בעולם של העשייה האנושית הנראית לעין – הניסיון אורג רשתות של רוטינות כפי שהוא אורג פיזית רשתות נוירונים – יש אולי מקום לדבר גם על **הפלסטיות של מערכת הרוטינות שלנו**.

I. רשת רוטינות



II. רוטינות מקושרות



איור 6: כל הרוטינות של שיח נתון מקושרות ביניהן ויוצרות רשת רוטינות דומה למפה של עיר

נחזור כעת לשאלה איך בוחרים מסלול אחד מתוך רבים. ייתכן שאפשר לקבל תשובה מפסיכולוגיה: במצבי בחירה אנו מונחים, לרוב בלא מודע, על ידי העיקרון שהפסיכולוג הישראלי-אמריקאי חתן פרס נובל דניאל כהנמן כינה 'חוק מזעור המאמץ': "כשיש מספר רוטינות אפשריות לביצוע מטלה נתונה, אנו נוטים לבחור בזו שדורשת את המאמץ המינימלי". וזה אומר שתמיד נעדיף את הדרך הקצרה ביותר – את התקדים שיבטיח כי לא נתאמץ יתר על המידה. ובמילים אחרות נבחר, קרוב לוודאי, ברוטינה ישירה, אם יש לנו כזאת, שכן הסימולציה מציעה לנו אותה בשיח שנזרקנו אליו בזכותה, ואילו כדי להגיע

2. להרחבות בנושא רשתות נוירונים והפלסטיות של המוח ובסוגיית הקשרים בין תופעות אלה לרוטינות שאנו מפתחים במהלך החיים ראו ספרה החדש של ד"ר אורית אלגאזי-הרשלר (2023).



והמחסומים האלה עלולים להרתיע ויחד עם הנטייה שלך לחסוך במאמץ הם עשויים לגרום לך להרים ידיים.

כיוון שכך, ההימנעות הנפוצה מפעולה אוריינית אינה מפתיעה עוד. ואומנם, יש לאורמ"ת אויבים רבי-עוצמה. הנטייה המשולבת שלנו לסימולציה ולמזעור המאמץ גורמת לקיבעון דיסקורסיבי ולממוצבות. כשאנו מלקטים יחדיו את שנאמר בשני הסעיפים האחרונים, מתקבלת מסקנה מעניינת: באופן פרדוקסלי, המפתח לחידת המגבלות על דרכי פעולתנו נמצא באותו מקום שבו מצאנו תשובה לשאלה הפוכה, זו של גורם המעניק לנו יכולת לפעול כמעט בכל מצב. גורם זה, התברר, הוא הסימולציה שנעשית בגופינו בעל כורחנו. על כן סימולציה היא חרב פיפיות: היא מכשירה אותנו לפעולה בכל מצב מוכר, אך היא גם עלולה להכשיל אותנו במצבים חדשים. השאלה המתבקשת כעת היא מה לעשות כדי לפתח אורמ"ת אצל תלמידנו? כיצד אפשר להתגבר על אופייה המאתגר של משימה הוראתית זו?

אז מה עושים?

על פי התובנות שהגענו אליהן בזכות ההמשגה הדיסקורסיבית ברור כעת מדוע אורמ"ת אינה תולדה אוטומטית של שליטה בשיח מתמטי ואינה מתפתחת במידה משביעה רצון לאחר הוראה בית ספרית מסורתית. ההעדפה שלנו לפעולות ישירות והאירצון הנובע מכך לפנות לפעולה האורמ"תית הם אינהרנטיים ואינם בני מניעה. כמו כן שיעורי המתמטיקה המסורתיים אינם הסביבה המתאימה להתגברות על הקושי. כיוון שהיכולת שלנו לפעול ברוב מצבי החיים נובעת מהנטייה שלנו לשחזור אוטומטי של מצבים תקדימיים, הסיכוי לכך שבחיי היום-יום נפנה אל רוטינה שנלמדה בבית ספר אינו רב. רוטינה שנלמדה בבית ספר היא זו שנגייס אותה בהיותנו בכיתת לימוד, אך היא אינה בהכרח זו שלפיה נפעל מחוץ לבית הספר. לכאורה היינו יכולים להגביר את הסיכויים לתיווך מתמטי יום-יומי אילו לימדנו מתמטיקה בהקשרים מציאותיים, הדומים למצבי מטלה אותנטיים המזמינים תיווך. ואולם, גם כאן צצות בעיות. ראשית, שום מאמץ לייבא הקשרים מציאותיים לתוך הכיתה לא ישכיה מהתלמידים שהם נמצאים בבית הספר, שבו הם מצופים לפעול למען מטרותיו של המוסד ולפי כלליו. במילים אחרות, המטלה שהלומדים מתמודדים איתה בבית הספר לא תהפוך למטלת חיים 'אותנטית' רק משום שהיא הוצגה כאילו היא כזו. מטלה חשבונית המחופשת לפעולת קנייה בשוק אינה אלא אותה גברת בשינוי אדרת והיא תתנהל בכיתה לפי כללים בית ספריים של פרסים ועונשים ולא כללים של שוק. לכן על אף המאמצים שהשקענו בהמחזה, אין סיכוי רב שהסימולציה הממוצבת

הסימולציה (ראו מקרה שלישי א באיור 5). ואכן, אם את בעיר שהכרת כבר במידה מסוימת, את עשויה למצוא מסלול מספק גם בלי להיעזר בניווט סלולרי. די לך במפה המנטלית של העיר שבנית לעצמך קודם. כדי לומר זאת פחות מטפורית, את יכולה למצוא רוטינה ישירה, כפי שעשו באי הסופרמרקטים שצפתה בהם ג'יין לייב (Lave, 1988) וכמו שעשתה טלי במחקרינו. ישירות פירושה שחסכת לעצמך יציאה משיחך הנוכחי.

עם זאת, יהיו פעמים שבהן השיח שמשמש ברירת מחדל לא יספק לך תשובות (ראו מקרה שלישי ב באיור 5). כאן כדאי שתזכרי בשיחים אחרים המוכרים לך – בערים אחרות שטיילת בהן בעבר. לכל אחד מאיתנו יש עולם שיחים ייחודי ומפה המאפשרת התמצאות בו. כעת את יכולה לחפש מעקף דרך אחת הערים שבעולמך – למשל דרך "עיר המתמטיקה", המאוכלסת בעצמים מתמטיים. אם תמצאי מעקף שכזה, הרי שיש לך רוטינה אורמ"תית. רוטינה מתוכתת כזו הציעה לקוחת המספרה כשהיא ניסתה להסביר את הצורך בעטיית מסיכות במגפה העולמית. על כן רוטינות אורמ"תיות הן הברירה היחידה העשויה להציל אותך במצבים בעייתיים ביותר. למרות זאת, הממוצבות עלולה להכשיל אותך במאמציך גם הפעם. חוק מזעור המאמץ מכה כאן שנית, ובעוצמה. בניית מעקף היא פעולה תובענית הדורשת השקעה רבה. במשימה זו את נתקלת בכל המכשולים שקיימים במקרים הקודמים, אך יש גם קשיים נוספים, והם מטרידים במיוחד. מציאת מעקף תתאפשר רק אם את מסוגלת לנוע בחופשיות בתוך שיחים מתמטיים רבים. נוסף על כך כיצד תבחרי את השיח המתאים וכיצד תבני את ההתאמה היעילה בין העצמים של שיחך הנוכחי לאלה של שיח המעקף? בלשון של מטפורת העיר, את זקוקה כעת למפת כבישים בין-עירוניים (בין-שיחיים) שבאמצעותה תוכלי להגיע מעיר שאת נמצאת בה כעת – נאמר עיר המחלות והמגפות – אל עיר המעקף, כגון זו של פונקציות מעריכיות. בניית דרכים עירוניות ובין-עירוניות תצרוך משאבים רבים, והזמן בראשם. לבסוף גם אם את מתמצאת היטב בערים רבות, תתקשי להחליט באיזו מהן לבחור כדי לבנות מעקף יעיל. תצטרכי לסרוק את כל הערים המוכרות לך, כי הפעם אין גורם שיצמצם את מרחב החיפוש, כפי שעושה סימולציה במקרים אחרים. כמו כן בחירות מסוימות עלולות להיחסם בשל חוק נוסף, שאפשר לקרוא לו 'חוק מקסום התמורה החברתית'. לפי חוק זה, אנו נוטים לבחור במה שמביא פרסים ולהימנע ממה שמסכן אותנו בעונש. בבית הספר, לדוגמה, לשיח מתמטי הנלמד כעת עדיפות על אלה שנלמדו בעבר, שכן התלמידים מאמינים כי השיח הנלמד כעת הוא זה שבו הם נבחנים ברגע זה. כל הקשיים



המודגשת שוב ושוב בספרו הקלסי של פויה היא השימוש באנלוגיה: איתור בעיה מוכרת ופתורה דומה לזו המונחת לפנינו כעת, והתאמת פתרונה הידוע של הבעיה המוכרת לבעיה החדשה. אנלוגיה אינה אלא רוטיונות־על לחיפוש תקדימים. כמובן, כאן תשומת לב מיוחדת צריכה להינתן לאנלוגיות "רחוקות", חוצות שיחים.

לעת הזאת, כאשר שיטות הוראה לקראת אורמ"ת עדיין נמצאות בשלבי פיתוח מוקדמים, כל שאפשר להציע הוא רשימת יכולות בסיסיות חיוניות למי שמנסה להגיע לאוריינות מתמטית. את המאמר אסיים ברשימה כזו, והיא קרוב לוודאי עדיין חלקית בלבד. בלשון המטפורה של שיח כעיר מדובר כאן בצידוד בסיסי למשוטט בין שיחים. הראשון בין הכלים החיוניים הוא **היכרות טובה עם השיח המתמטי**. הכלי השני הוא **מפת רשת הרוטיונות**, שהיא בבחינת מפת עיר. הכוונה כאן היא להיכרות מעמיקה גם עם הקשרים בין הרוטיונות המתמטיות. הכלי השלישי הוא **מפת הקשרים בין־שיחיים** שהיא בבחינת מפת דרכים בין־עירוניות. הכוונה הפעם לרוטיונות־על למעברים בין שיחים, ובפרט בין שיחים יום־יומיים למיניהם לבין השיח המתמטי. מטבע הדברים, מפה כזו יכולה להיבנות בבית ספר רק חלקית, שכן בזמן הלימודים אי אפשר לטייל בין כל זוג של שיחים. הכלי הרביעי הוא שיטות היחלצות, כלומר **רוטיונות־על לחיפוש אחר מעקפים** – ליצירת מעברים לשיח מתמטי ובחזרה. רוטיונות־על אלה נועדו לאפשר התמודדות עם מצבי המטלה המאתגרים ביותר, הלוא הם אלה שאינם מוכרים לתלמיד. לבסוף הלומדים זקוקים **לחשיבה ביקורתית** שתמתן את השפעת הממוצבות. חשיבה זו נחוצה גם כדי שהתלמידים יוכלו להעריך מראש את איכותו ואת יעילותו של כל מסלול שבו הם ישקלו לנוע.

הוראה בית ספרית של מתמטיקה, כפי שהיא נהוגה זה שנים רבות, מכוונת בעיקר אל הקניית שני הכלים הראשונים, מיומנות ברוטיונות מתמטיות והיכרות עם הקשרים ביניהן. היא אינה מתמקדת די הצורך בפיתוח שלוש הכלים האחרים, ויש האומרים שהיא בולמת את בנייתו של זה האחרון, הלוא הוא החשיבה הביקורתית. הבנת המכשולים האורבים כאן למורה ולתלמיד שהתאפשרה בזכות ההמשגה הדיסקורסיבית של אורמ"ת, עשויה לעזור בחיפוש אחר דרכים להתמודד עם אתגרי השעה האלה.

שתבצע אצל התלמיד בביקורו העתידי בשוק אמיתי תזכיר לו את האירוע הבית ספרי הרלוונטי.

לסיכום, ההתנסות הכיתתית ברוטיונה זו או אחרת, מעצם היותה בית ספרית, אינה מבטיחה שהיא תהיה בשביל התלמידים בעתיד תקדים מועדף במצבי חוץ בית ספריים. יתרה מזו, גם אילו היה טעם להיעזר בהתנסויות במצבי מטלה מאורגנים בצלמן של סיטואציות מן החיים, כיצד היינו ממחזים מצבים עתידיים שאינם ניתנים לחיזוי? יוצא מכאן שהמורה צריכה לוותר על הרעיון של יצירת מאגר מוכן של תקדימים ספציפיים ש"יכסו" את כל המצבים שהתלמידים עשויים להתקל בהם בעתיד. מעתה, משימתה העיקרית והמאתגרת ביותר של המורה תהיה להבטיח שתלמידיה ידעו להתמודד עם מצבים שבהם תהליך גיוס רוטיונה מסובך ביותר: מצבי מטלה בלתי מוכרים להם, שבהם הסימולציה אינה מעלה שום תקדים (מרחב חיפוש תקדימים המתקבל בזכותה נשאר ריק) ולכן גם אינה מכוונת לרוטיונה מתאימה (ראו את המקרה האחרון בסעיף הקודם). זוהי משימה של מי שנאלץ למצוא את דרכו בעיר שהוא לא טייל בה מעולם והוא אינו מצויד בשום אמצעי ניווט.

למעשה נראה כי מורה המנסה לפתח אוריינות מתמטית של תלמידה עומדת לפני דרישה פרדוקסלית: היא אמורה ללמד את התלמיד לפעול במצבים שהיא עצמה אינה מכירה ואף אינה יכולה לדמיין. בשל המטרה המאתגרת הזאת, הבלתי אפשרית לכאורה, הברירה היחידה היא ככל הנראה לעלות לרמת־על: במקום להתמקד בלמידה ישירה של יישומי מתמטיקה ספציפיים יש לכוון אל פיתוח **רוטיונות לבניית רוטיונות חדשות**, ובעיקר כאלה שחוצות גבולות בין שיחים. את הרעיון הזה אפשר ליישם בהוראת **מידול מתמטי**, נושא שבהשראת מבחני PISA נכנס בימים אלה לתוכניות לימודים בכל העולם. מידול מתמטי, ובאנגלית **modeling** (Schukajlow et al., 2018), הוא מלאכת התרת בעיות מתחומים (שיחים) שונים באמצעות בניית רוטיונות מתווכות מתמטיקה. אף על פי שגם כאן הלומדים עוסקים במצבי מטלה ספציפיים, הלמידה העיקרית צריכה כאמור להתרחש ברמת־על: מתוך המקרים הספציפיים הלומד חייב לגזור **רוטיונות־על** להתמודדות עם מצבי מטלה בלתי מוכרים. מה הן הרוטיונות האלה? עדיין מוקדם להציג הצעה מסודרת וממצה. הרעיונות המפורסמים של המתמטיקאי ההונגרי־אמריקאי ג'ורג' פויה לרוטיונות־על האמורות לעזור בהתרת בעיות מתמטיות (Pólya, 1971) הם נקודת מוצא אפשרית לחשיבה שיטתית על הנושא.³ הרוטיונה

3. פויה לא השתמש במונח 'רוטיונה', אך תיאוריו מעידים על התאמתו של שם זה.



- assessments. *ZDM – Mathematics Education*, 55, 1021–1036. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01448-1>
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge University Press.
- Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge University Press.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2003). *The PISA 2003 assessment framework – Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. <https://www.oecd.org/education/school>
- Pólya, G. (1971). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Saxe, G. B. (1988). Candy selling and math learning. *Educational Researcher*, 17(6), 14–21. <https://doi.org/10.3102/0013189X017006014>
- Schleicher, A. (2019). *PISA 2018: Insights and Interpretations*. OECD. <https://www.oecd.org/pisa/PISA%202018%20Insights%20and%20Interpretations%20FINAL%20PDF.pdf>
- Schukajlow, S., Kaiser, G., & Stillman, G. (2018). Empirical research on the teaching and learning of mathematical modeling: A survey on the current state-of-the-art. *ZDM – Mathematics Education*, 50(1–2), 5–18. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0933-5>
- Scribner, S. (1997). Mind in action: A functional approach to thinking. In M. Cole, Y. Engstrom, & O. Vasquez (Eds.), *Mind, culture, and activity: Seminal papers from the laboratory of comparative human cognition* (pp. 354–368). Cambridge University Press.
- רשימת מקורות**
- אלגאוויהרשלר, א' (2023). *נוירופדגוגיה: כשמוח וחינוך נפגשים*. מכון מופ"ת.
- גל, ע' (2012). *אוריינות מתמטית: סקירה מדעית מוגשת לוועדה בנושא: "מה צריכים לדעת העוסקים בהוראת המתמטיקה?"*. האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים. <http://education.academy.ac.il/SystemFiles/23066.pdf>
- פרץ, ח' (2020). *מיומנויות המאה ה-21: סקירת ספרות*. מחלקת מחקר ופיתוח, קרן רש"י. <https://did.li/LZOIC>
- Barsalou, L. W. (2009). Simulation, situated conceptualization, and prediction. *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 364(1521), 1281–1289. <http://dx.doi.org/10.1098/rstb.2008.0319>
- Barsalou, L. W. (2020). Challenges and opportunities for grounding cognition. *Journal of Cognition*, 3(1), Article 31. <https://doi.org/10.5334/joc.116>
- Bolstad, O. H. (2020). *Teaching and learning for mathematical literacy* [Doctoral dissertation, University of Agder]. <https://uia.brage.unit.no/uia-xmlui/handle/11250/2687234>
- Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18(1), 32–42. <https://doi.org/10.3102/0013189X018001032>
- Cole, M. (1996). *Cultural psychology: A once and future discipline*. Belknap Press of Harvard University Press.
- Fadel, C. (2008). *21st century skills: How can you prepare students for the new global economy?* Organisation for Economic Co-operation and Development. <https://www.oecd.org/site/educeri21st/40756908.pdf>
- Graven, M., Venkat, H., & Bowie, L. (2023). Analysing the citizenship agenda in mathematical literacy school exit



- Sfard, A. (2005). What changes when learning goes to school: The communicational version, the case of mathematics. *European Journal of School Psychology*, 3(1), 57–82.
- Venkatakrisnan, H., & Graven, M. (2006). Mathematical literacy in South Africa and functional mathematics in England: A consideration of overlaps and contrasts. *Pythagoras*, 64, 14–28. <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v0i64.95>
- Vithal, R., & Bishop, A. J. (2006). Mathematical literacy: A new literacy or a new mathematics? *Pythagoras*, 64, 2–5. <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v0i64.93>
- Wittgenstein, L. (1999). *Tractatus logico-philosophicus* (C. K. Ogden, Trans.). Dover Publications. (Originally published in 1921)