

מוח ומתמטיקה: תובנות לאנשי חינוך לגיל הרך

ד"ר אורית אלגאוי-הרשור

מרצה במכללת אחוה, מכללת אפרתה ומכון מופ"ת.
מומחית לנירופדגוגיה, הקשרים בין מדעי המוח לחינוך.
מחברת הספר "נירופדגוגיה: כשמוח וחינוך נפגשים"
(2023), הוצאת מופ"ת.



ד"ר פירחה חמו

מרצה במכללת אפרתה. עוסקת בחינוך מתמטי בגן,
בבית הספר היסודי ובחטיבת הביניים.



מוח ומתמטיקה: תובנות לאנשי חינוך לגיל הרך

אורית אלגאוי-הרשלר ופירחה חמו

תקציר

מאמר זה מציע ידע נויורופדגוגי תוכני בסיסי על מתמטיקה בגיל הרך כדי לסייע לאנשי חינוך להיות צרכנים מושכלים של מחקרי מוח בתחום זה, ולפתח יכולת ליישם כראוי את ממצאי המחקרים בשדה החינוך. במאמר מוצגים שבעה עקרונות נויורופדגוגיים הנוגעים להתפתחות היכולת המתמטית במוח בגיל הרך, מלווים בתובנות העשויות להשפיע על העשייה בגן הילדים ובדוגמאות מעשיות. אנשי חינוך באקדמיה עשויים אף הם להפיק תועלת מסקירה זו לקורסים העוסקים במתמטיקה בגיל הרך, ולהשתמש בה לעשיית מחקרים בתחום.

מילות מפתח: מוח; נויורופדגוגיה; חינוך לגיל הרך; מתמטיקה; ENC.

מבוא

כדי ללמוד ממדעי המוח למעשה ההוראה נדרש תרגום של הממצאים באופן שעשוי לסייע לאנשי חינוך להיות צרכנים מושכלים שלהם. למרות התפתחות הנוירופדגוגיה, חסר ידע נויורופדגוגי תוכני, למשל מה מורי מתמטיקה צריכים לדעת על התפתחות המוח בהקשר של המקצוע שלהם. בפרט חסר ידע רלוונטי לאנשי חינוך לגיל הרך.

מטרת הסקירה המוצגת במאמר זה אינה רק לתאר מה מדעי המוח אומרים על התפתחות המתמטיקה במוח בגיל הרך, אלא לעמוד על מה שעשוי להיות שימושי לאנשי חינוך לגיל הרך. מהספרות המחקרית אנו למדים כי מתמטיקה לא יושבת במקום אחד במוח אלא ברשת רחבה של אזורים. מתוכם בחרנו במאמר זה רשתות תפקודיות שהתובנות עליהן די כלליות ומבוססות כדי שהגננת תוכל ללמוד ולזכור אותן, ומנגד די ספציפיות כדי שישפיעו על התובנה הפדגוגית שלה ועל היכולת לחשוב על פעילויות מתמטיות מתאימות בגן.

רקע תאורטי

נוירופדגוגיה היא תחום חדש יחסית העומד בנקודת ההשקה בין מדעי המוח לפסיכולוגיה ולחינוך כדי להעמיק את הידע של מורים על תהליכים מוחיים שעשויים להיות רלוונטיים לחינוך, ומתוך כך לסייע לשיפור הלמידה וההוראה. לפי דובינסקי ועמיתיה (Dubinsky et al., 2022), התרומה הבסיסית ממדעי המוח להבנת האופן

שלמידה מתנהלת במוח נטועה בתוך אחד משבעת רכיבי ידע-מורה של שולמן – ידע על תלמידים, מבחינת התפקוד הביולוגי ומה שקורה בתוך המוח שלהם. פיתוח מקצועי הנשען על מדעי המוח באמצעות מתן הסברים פיזיולוגיים לתופעות פסיכולוגיות רלוונטיות לחינוך, עשוי לספק עקרונות שמורים יכולים ללמוד וליישם כדי להבחין בין בחירות פדגוגיות מגוונות, לתכנן שיעורים ולקבל החלטות בזמן אמת בכיתה. בפרט הוא עשוי להשפיע על המורים לבחור פרקטיקות פדגוגיות ממוקדות תלמיד והתפתחותו ולפתח כישורים של מסוגלות עצמית, מוטיבציה, ויסות עצמי ואחריות על הישגי התלמידים.

ההעברה ממדעי המוח לחינוך אינה ישירה, ומורים עשויים להתקשות לעשות אותה בעצמם. בפרט, לחלק גדול מהמורים חסר ידע במקצועות ה-STEM, ובעיקר ביולוגיה ונוירוביולוגיה, כדי להבין את הממצאים עצמם. אתגרים וסוגיות אחרות מגוונות עומדים בפני מומחים שמקבלים על עצמם לסייע במלאכת התרגום, ולעיתים עליהם להתמודד עם נויורומיתוסים שהתפתחו בהעדר תיווך ראוי. הרדימן ועמיתיה (Hardiman et al., 2012) מונות אתגרים וסוגיות אחרות העומדים לפתחם של מורים, חוקרי מוח, מו"לים ותקשורת פופולרית, קובעי מדיניות חינוכית ומורי מורים, ומדגישים כי יש לשים לב לאופן שממצאי מחקר רלוונטיים ממדעי המוח מועברים לקהילה החינוכית, ומנגד לאופן שהמחנכים מבטיחים שממצאי המחקר מיושמים בשדה החינוך בדרך אובייקטיבית וראויה.

בשנים האחרונות נפתחו בארץ ובעולם תוכניות להתמחויות, השתלמויות ולתואר שני בתחום הנוירופדגוגיה. צ'אנג ועמיתיה (Chang et al., 2021) בדקו כיצד מורים רואים ומשלבים רעיונות ממדעי המוח בתוך פרקטיקות ההוראה שלהם באמצעות סדרה של מושגים ממדעי המוח הרלוונטיים לחינוך (ENC – Educational Neuroscience Concepts) שהוצגו להם בקורס לתואר שני. שנה לאחר הקורס העידו המורים כי ה-ENC שרכשו בקורס משמשים בשבילם עקרונות מארגנים לפדגוגיה שלהם.

בייחוד הבנת מושגים ממדעי המוח הקשורים לצמיחת המוח במהלך הילדות וההתבגרות וליכולת שלו להשתנות לאחר למידה וניסיון (הפלסטיות הסינפטית) תרמה



(Frey & Fisher, 2010) בנושא קריאה. המחקרים מציעים במאמרם "קריאה ומוח: מה מחנכים בגיל הרך צריכים לדעת" חמישה נושאים ממחקר המוח הראויים לתשומת לב המחנכים: 1. קריאה אינה מולדת – מה שמאשר את האופי המורכב של קריאה, לעומת דיבור או הקשבה; 2. לימוד שפה משנה את המוח מבחינה פיזית – מה שמעודד המלצה לחשוף את הילדים להתנסויות ישירות ועקיפות וחוויות קריאה רבות; 3. חזרתיות מביאה לידי אוטומטיות – מה שמניע להמלצה על חזרתיות, ובכלל זה בתחום המודעות הפונולוגית שתורמת לאוטומטיות ומנבאת הישגי קריאה בהמשך; 4. מידע חזותי ממלא תפקיד חשוב בלמידה – מה שמעודד המלצה לשלב מידע חזותי עם הטקסט; 5. מודלינג – הוראה מכוונת באמצעות מודלינג של מורים, הדגמה וחשיבה בקול רם – מה שמכיר בחשיבות הקריאה לילדים ומעודד אותה.

במאמר הנוכחי נבקש לתרום לאנשי חינוך לגיל הרך ידע נוסף בדגויות מתמטיקה. נפרט שבעה מושגים נוספים (ENC) על התפתחות ההבנה המתמטית בגיל הרך, ועל כל ENC נפרט מסקנות פדגוגיות מתאימות.

יכולות מתמטיות מערבות אזורים רבים ברחבי המוח

היכן ממוקמת היכולת המתמטית במוח האנושי, וכיצד היא מתפתחת בגיל הרך? מחקרים עדכניים מראים כי יכולות מתמטיות מערבות אזורים רבים במוח כולו (Vogel & De Smedt, 2021). חשיבה מתמטית לסוגיה תלויה בתפקוד ובפעילות של כל אזור לחוד, ובחיבוריות ובתקשורת בין האזורים למיניהם (Micheloyannis et al., 2005). רוב האזורים המעורבים בחשיבה מתמטית הם לא ייחודיים למתמטיקה בלבד. לדוגמה, ילד שמתמודד עם השאלה כמה זה שלוש ועוד שניים, ומנסה לחשב את התשובה בעזרת האצבעות, מפעיל גם אזורים מתמטיים היודעים לזהות את הכמויות 2 ו-3, וגם אזורים מוטוריים כלליים השולטים בתנועת האצבעות. באיור 1 אפשר לראות חלק מהאזורים המעורבים בחשיבה מתמטית. הצבע הכחול מראה ייחודיות למתמטיקה, והצבע הכתום מראה מעורבות ביכולות כלליות. כך לדוגמה אזור ה-IPS הממוקם באונה הפריאטלית, נחשב לבסיס של התפיסה הכמותית (Dehaene, 1992). לעומתו, אזורים אחרים כלליים יותר המעורבים בחשיבה מתמטית הם אזורים שאחראים על הסבת הקשב (DLPFC, VLPFC) או על זיכרון העבודה (היכולת להחזיק מידע בזיכרון לזמן קצר, ולעבד אותו. בין השאר אזור HC).

לשינויים בהשקפת מורים על היכולת של תלמידיהם להרחיב את היכולות הקוגניטיביות, החברתיות והרגשיות שלהם ועל התפקיד שלהם כמורים לספק הזדמנויות לעשות כן. המורים מבינים גם שהתלמידים משתנים ומתקדמים בהשפעת חוויות מגוונות שהמורים מספקים להם לאורך זמן ולא מייד (Schwartz et al., 2019).

סקירת תוכניות התערבות וגישות חינוכיות הניזונות ממדעי המוח שעשה האוורד-ג'ונס (2014/2019; Howard-Jones, 2014) בחנה עד כמה תובנות מגוונות מתחום מדעי המוח וחקר התודעה משפיעות או קרובות להשפיע על הפרקטיקה בכיתה. בסקירה זוהו 18 תחומי מחקר במדעי המוח, שהממצאים שהתגלו בהם השפיעו בהצלחה על החינוך או עשויים להשפיע עליו בעתיד – אם תושקע עוד עבודה בהתאמתם. בתחומי מחקר שעסקו במתמטיקה נמצא למשל כי בנושא חרדת מתמטיקה יש מידע רב על השפעותיה של העקה (סטריס) על הלמידה, המאפשר פיתוח תאוריות מתאימות בנושא. בעקבות המידע על השפעות עקה נבנו כלי התערבות, אך רק אחד מהם נוסה בכיתה. לעומת החרדה ממתמטיקה, בנושא המוכר והחשוב של קישור בין ייצוגים סימבוליים לייצוגים לא סימבוליים של מספר לא נמצאו במחקרים על ילדים צעירים מסקנות על סוגי הייצוג החשובים ביותר שיש לכוון אליהם, אומנם מתוך מחקרים אחרים ברור שדווקא החיבורים העצביים בין הייצוגים למיניהם הם הכרחיים (Emerson & Carlton, 2012), ונדרש מחקר נוסף כדי להבין איך ליצור קשרים אלו ולראות את השפעותיהם בתוך הכיתה. תחום מחקר שעליו אין עדיין די ראיות ממדעי המוח הוא ההשפעה של יכולת רוטציה מנטלית על הישגים מתמטיים. כלומר יש לענות על שאלות מדעיות נוספות או להשקיע עבודה נוספת בפיתוח רעיון זה לפני שיהיה אפשר ליישמו בכיתה.

לפני יותר מ-20 שנה הציג קלמנטס (Clements, 2001) שלושה מסרים עיקריים שעלו ממדעי המוח, הקשורים לגיל הרך. לפי המסר הראשון, מוחם של ילדים בגיל הרך מתפתח במידה ניכרת – מה שמראה כי תקופה זו רגישה וחשובה במיוחד לפיתוח המוח. המסר השני קשור להשפעה שיש להתנסויות ולמידה בגיל הרך על מבנה המוח וארגונו, והשלישי רואה בפעילויות עשירות בגיל הגן תרומה גדולה להגדלת המוח של ילדים מאשר למידה של מיומנויות פשוטות.

מעטות הפעמים שנעשה בהן תרגום ממדעי המוח לאנשי חינוך לגיל הרך, מתוך שימת לב לידע נוסף בדגויות בתחום דעת מסוים. אחד מהם הוא המחקר של פריי ופישר



דנה ומרים משחקות במרכז הבובות בגן. הן הציבו כיסאות מסביב לשולחן, ועל כל כיסא הן הושיבו בובה. "הנה", אומרת מרים, "צלחת בשבילך, וצלחת בשבילך, וצלחת בשבילך." היא נותנת לכל בובה צלחת, בזמן שדנה מניחה ליד כל צלחת כף.

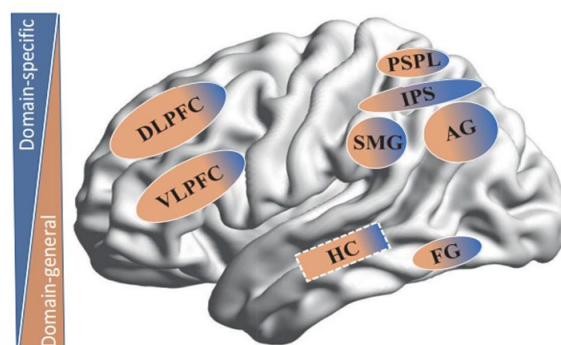
מכיוון שהלמידה המתמטית לא מתנהלת רק באזורי שפה או מתמטיקה, משחק אינטואיטיבי זה מאפשר לילדים לפתח תובנות מתמטיות חשובות, כגון מנייה בכמויות קטנות והתאמה חד-חד-ערכית (כל בובה מקבלת כיסא אחד, צלחת אחת וכף אחת) – גם אם לא נשיים את המושגים האלה במפורש. בפרט, החשיבה המתמטית של דנה ומרים מתפתחת מתוך שימוש בחושים שלהן.

החוקרת ג'ו בוואלר (Boaler, 2015) ממליצה לפתח את החשיבה המתמטית באמצעות משחקים המזמנים שימוש בחושים ואזורי מוח מגוונים, ולהיעזר בכלים ועזרים המאפשרים המחשה וויזואליזציה של עקרונות מתמטיים. לדוגמה, באתר שלה YouCubed היא מציעה את המשחק הזה: הגננת מושיבה קבוצה קטנה של ילדים מסביב לשולחן ושואלת אותם מה נמצא מתחת לשולחן. כשהילדים עונים "רגליים" היא מבקשת מהם לרקוע ברגליים כדי לשמוע אותן. אחר כך היא מבקשת מהם לגלות כמה רגליים יש מתחת לשולחן מבלי להסתכל. לרשות הילדים עומדים אמצעי המחשה (עפרונות, פקקים של בקבוקים) ואמצעי תיעוד (נייר, טושים). הגננת מבקשת מהילדים להסביר את תשובתם.

בדוגמה הזו יש הפעלה של חושים רבים, ובהם יכולת ויזואליזציה בהחזיה, דמיון, שמיעה, תחושות בגוף (פרופריוספציה) ומישוש של אמצעי ההמחשה. נוסף על כך יש כאן חשיבה מסדר גבוה, מנייה ומנייה בזוגות, ייצוג מנטלי של עצמים במרחב ופעולה על ייצוג זה והפעלת יכולת בקרה ודחיית סיפוקים – לא להציץ מתחת לשולחן לפני הזמן.

הבסיס של היכולות המתמטיות הוא מולד

מהספרות המחקרית על המוח עולה שילדים נולדים עם יכולות מתמטיות מסוימות. למשל חוקרים מצאו שלתינוקות יש את היכולת להבחין בין כמויות קטנות. החוקרת ורוניקה איזרד ועמיתיה (Izard et al., 2009) השמיעו לתינוקות בני יומם סדרות של צלילים, כשכל סדרה כוללת מספר אחר של צלילים. מייד לאחר השמעת סדרת הצלילים הראו החוקרים לתינוקות קלף שיש עליו צורות. הממצאים הראו שהתינוקות התבוננו זמן ארוך יותר בקלף שמספר הצורות שעליו מתאים למספר



איור 1: אזורי המוח של הרשת האריתמטית (Vogel & De Smedt, 2021, p. 5)

בסקירת רחבת היקף על התפתחות המתמטיקה עד גיל 6, פירטה החוקרת טוקהומה-אספיוסה (Tokuhamo-Espinoza, 2015) את הרשתות החשובות ליכולות מתמטיות מגוונות: רשתות כלליות כמו רשתות האחראיות על השמיעה, הראייה, מישוש וגרפומטוריקה, רשתות המעורבות בהיבטים רגשיים וחברתיים של הלמידה, רשתות המעורבות בתפקודי חשיבה גבוהים כגון זיכרון, קשב או תפקודים ניהוליים ורשתות ייחודיות ליכולות מתמטיות, כמו תפיסת כמות או הכרת רצף המספרים. הבנה מתמטית מתפתחת לאחר שיתוף פעולה בין היכולות המגוונות האלה, שכל אחת ממקמת באזורים ואף ברשתות למיניהן ברחבי המוח.

על אף הנאמר לעיל, רשת של כלל האזורים המעורבים בחשיבה מתמטית עשויה לתפקד בנפרד מרשתות סמנטיות אחרות, כמו למשל רשת השפה. במחקר הדמיה fMRI, התבקשו נבדקים לשפוט את האמת של עובדות מתמטיות ("סינוס היא פונקציה מחזורית") או כלליות ("האוטובוסים בעיר לונדון הם אדומים") בזמן שמכשיר ההדמיה סרק את הפעילות המוחית שלהם. התוצאות הראו שבעת שיפוט העובדות המתמטיות, הפעילו הנבדקים אזורים מוחיים מסוימים מאשר בזמן שיפוט עובדות כלליות (Amalric & Deheane, 2018).

מסקנות מעשיות

ראינו כי יכולות מתמטיות מערבות אזורים רבים ברחבי המוח. הקשרים בין האזורים האלה מתפתחים דווקא בגיל הרך, כאשר הפלסטיות המוחית גבוהה במיוחד. לכן חשוב דווקא בגיל הרך ליצור פעילויות מתמטיות עשירות שמפעילות את האזורים המוחיים המגוונים המעורבים במתמטיקה, ובכלל זה לנצל הזדמנויות משגרת הגן שאינן פורמליות בהכרח.

לדוגמה, בזמן הפעילות הזו משגרת הגן מתנהלת למידה מתמטית לא פורמלית:



בשני אזורים במוח הקוף, כשכל צבע מייצג את התגובה של תא עצב בודד על כמות אחרת. כך נראה שהתא המסומן בצבע אדום מגיב דווקא על כמות של פריט יחיד, בעוד התא המסומן בצבע מגיב דווקא על כמות של ארבעה פריטים. התגובה הזו מתנהלת אוטומטית. היא נמצאת אצל תינוקות מלידה וגם אצל חיות רבות.

לפי איור 2 להלן אזור PFC הוא האונה הקדם-מצחית, אזור VIP הוא ventral intraparietal area הממוקם בתוך ה-IPS, הסולקוס האינטראפריטלי. כל קו מסמן פעילות של תא עצב בודד. לדוגמה הקו הצהוב ב-PFC מראה פעילות של תא בודד המגיב על כמות 4 מאשר על כמויות אחרות, ואילו הקו הכחול מראה פעילות של תא שמגיב יותר על כמות של שני פריטים (Viswanathan & Nieder, 2013).

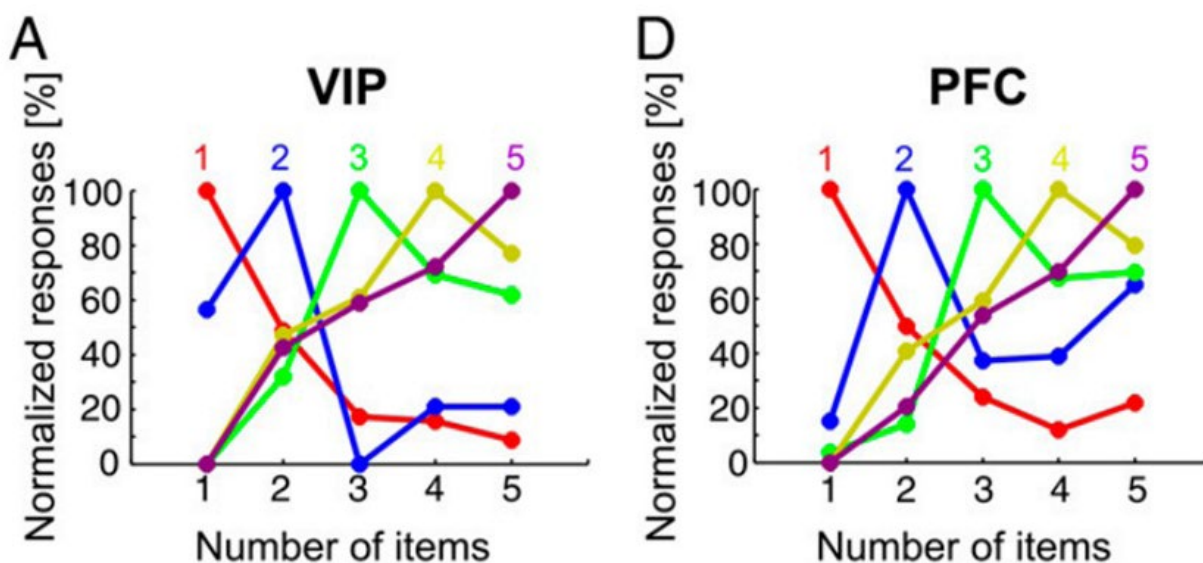
מסקנות מעשיות

למדנו ממחקר המוח שהבסיס של היכולות המתמטיות הוא מולד. כלומר יש תשתית להבנה מתמטית והיא טבעית לילד. ההתמקדות הספונטנית של ילדים בכמויות בחיי היום-יום שלהם מקדמת הבנה כי הניצול של שגרות בגן לצורך שיח וחשיבה מתמטיים אינו מלאכותי לילד, אלא המשך טבעי של הצורך שלו לראות את העולם גם במונחים מתמטיים. אפשר לקדם ולהעצים נטייה להתמקדות ספונטנית בכמויות אפילו בקרב ילדים מאוד צעירים מתוך הפניית תשומת ליבם למספרים ולכמויות בהתנהלות היום-יומית בגן, למשל בזמן האוכל: "קחי שתי פרוסות" וכדומה (שכטר וספקטור-לוי, 2015).

הצלילים ששמעו קודם. לדוגמה, תינוק ששמע סדרה של ארבעה צלילים, התבונן זמן ארוך בקלף שיש עליו ארבע צורות מאשר בקלף שיש עליו עשר צורות. מחקר זה ומחקרים אחרים מראים שתינוקות כבר נולדים עם הבנה בסיסית של כמויות ומספרים, והם אף מצליחים להעביר את המושג הכמותי מחוש אחד (שמיעה) לחוש אחר (ראייה).

הנטייה הטבעית שלנו לזהות מספרים וכמויות בסביבה מתכתבת עם תופעה ידועה מהספרות על ההתפתחות בגיל הרך: ילדים צעירים נוטים לשים לב ולשוחח על כמויות, גם מבלי שמבוגר הנחה אותם לעשות כך. השיח הספונטני על כמויות (SFON – spontaneous focusing on numerosity) מתועד במחקרים רבים בגיל הרך, ונמצא מתאם בינו ליכולות מתמטיות בהמשך (Hannula-Sormunen et al., 2015).

כיצד המוח של תינוקות יודע להבחין בין כמויות קטנות שונות אלה מאלה? התשובה הגיעה ממחקרים על בעלי חיים, שגם להם יש את היכולת הזו. החוקרים ויסונתן ונידר (Viswanathan & Nieder, 2013) בדקו את הפעילות של תאי עצב בודדים במוחם של קופים, בזמן שהם מתבוננים בתמונות עם כמויות שונות של נקודות. המחקר הראה שתאי עצב מסוימים מגיבים על כמויות מסוימות, כך שיש תאי עצב המגיבים על כמות של 1, 2, 3, 4 או 5 פריטים. דבר זה מתנהל אוטומטית, בלי צורך בחישוב כלשהו, בדומה לקליטה של צבעים וצלילים. באיור 2 אפשר לראות את התגובה של התאים השונים



איור 2: פעילות של תאי עצב בודדים בשני אזורים במוח של קוף, בזמן שהוא צופה בתמונות עם כמויות שונות של פריטים בציר ה-x מספר הפריטים שהקוף רואה, בציר ה-y מדד מנורמל לפעילות התא (Viswanathan & Nieder, 2013, p. 11190)



המערכת המוחית שקולטת כמויות היא קריטית לחשיבה מתמטית

ראינו בסעיף הקודם שהיכולת לקלוט כמויות קטנות היא טבעית ומולדת. יכולת זו מאפשרת לילדים קטנים להבחין בין כמויות של 1, 2, 3, 4 או 5 פריטים, ולראות בכמויות גדולות יותר "מעט" ו"הרבה". היכולות האלה מתחזקות ומתעדנות עם ההתפתחות, ומאפשרות קליטה של כמויות גדולות יותר בדיוק רב יותר. לכן תינוקות בני חצי שנה יכולים להבחין בין קבוצות שהגדלים שלהם עומדים ביחס של 1:2 (לדוגמה בין קבוצה של 6 פריטים לקבוצה של 12 פריטים), ואילו ילדים בני ארבע או חמש כבר יכולים להבחין בין קבוצות שהגדלים שלהם עומדים ביחס של 3:4 (לדוגמה בין קבוצה של 6 פריטים לקבוצה של 8 פריטים – הבחנה קשה יותר מההבחנה בין 6 ל-12 פריטים) (Vogel & De Smedt, 2021).

המערכת המוחית האחראית על יכולות אלה קיבלה את השם 'מערכת אומדן המספרים' (approximate number system – ANS), והיא נחשבת לבסיס היכולת המתמטית כולה. עם הזמן וההתפתחות, מערכת ה-ANS משתפרת ביכולותיה, ומתוך כך היא מקדמת יכולת להבין מספרים ומשמעותם. ואכן, נמצא שהתפתחות ה-ANS קשורה להתפתחות היכולת המתמטית מגיל הרך (Starr et al., 2013) ועד לסטודנטים ומבוגרים (Bugden et al., 2016).

היכן ממוקמת ה-ANS במוח וכיצד אפשר לפתח את המערכת הזו? אומנם יכולות מתמטיות מערבות אזורים רבים ברחבי המוח, אך הבסיס של היכולת הטבעית לתפוס כמויות ולהבין מספרים ממוקם דווקא באזור מסוים במוח האנושי – הסולקוס האינטראפריאטאלי (intraparietal sulcus) הממוקם בצד האחורי של הראש, באונה הקודקודית (ראו IPS באיור 1 לעיל).

התובנה על חשיבות ה-IPS להבנה מתמטית הגיעה דווקא ממחקרים עם אנשים שנפגעו באזור מוחי זה. החוקר סטניסלס דהן (Dehaene, 2011), פורץ דרך בחקר הבנת המתמטיקה במוח, מתאר בספרו חוש המספרים את האירוע של מ', איש בשנות השישים לחייו, שעבר שבץ מוחי קטן באזור ה-IPS. מ' השתקם כמעט לחלוטין, דיבר, קרא, ידע לחשוב וללכת בלי קושי ניכר. בתחום אחד בלבד היה למ' קושי בולט. הוא איבד לחלוטין את היכולת הטבעית להבין מספרים. אף שידע לקרוא מספרים ולומר באיזו ספרה מדובר, לא היו למספרים שום משמעות בעבורו. כך מתאר דהן (Dehaene, 2011) בספרו:

כשנשאל איזה מבין שני מספרים גדול יותר, הוא לא ידע לענות. הוא טען ללא היסוס ש-5 גדול יותר מ-6. כשנשאל מה המספר הממוקם

באמצע בין שני המספרים 3 ו-5, הוא ענה קודם 3, אחר כך 2. האמצע של המספרים 10 ו-20 היה לדעתו 30. לאחר מכן הוא תיקן את תשובתו ל-25, והתנצל באמירת המפתח: "אני לא מצליח לדמיין את המספרים בראש". (עמ' 261)

האזור המוחי הנקרא ה-IPS נחשב כיום לבסיס מערכת אומדן המספרים (ANS), כלומר של היכולת הטבעית של המוח להבין מספרים, גדלים וכמויות. כך לדוגמה מחקר דימות מוחי fMRI הראה שאצל נבדקים בעלי קושי ביכולת ללמוד מתמטיקה (Math learning difficulty) יש פגיעה בפעילות המוחית באזור ה-IPS, לצד שיבושים של הקשרים בין אזור זה לאזורי מוח אחרים האחראים על קשב, זיכרון עבודה, עיבוד ראייתי ומוטיבציה (Tablante et al., 2023). מחקר אחר הראה שאצל ילדים עם דיסקלקוליה התפתחותית, יש פחות פעילות ב-IPS בזמן משימות חישוביות מאשר אצל ילדים מקבוצת ביקורת. מחקרים אחרים הראו שמידת הפעילות ב-IPS בזמן חישובים מתמטיים כמותיים עולה עם היכולת והגיל (Ansari & Dhital, 2006).

מסקנות מעשיות

לפי ואן הרווגן ועמיתותיה (Van Herwegen et al., 2017) יש קשר בין יכולות ה-ANS ליכולות מתמטיות בהמשך. לדבריהן, אפשר לשפר את יכולות ה-ANS באמצעות פעילויות מכוונות בגן הילדים, ובפרט משחקים של אומדן והשוואה ללא מנייה בכל מיני הקשרים ובאמצעות חושים מגוונים. להלן שתי דוגמאות מתוך המחקר שלהן:

1. משחק אומדן כמות "נחש כמה?": במשחק זה מציגים לילדים כל מיני חפצים בכמויות שונות, והילדים מתבקשים לאמוד כמה פריטים יש. למשל: כמה ממתקים יש בקופסה זו, כמה מקשים בלוח המקשים, כמה עלים על העץ, כמה פסטה אני יכולה להחזיק ביד, כמה אנשים יש בחדר וכו'. משחק זה מקדם יכולת אומדן ומאפשר לילדים ללמוד מילות מספר חדשות שהמבוגר נותן באמצעות המשוב שלו.
2. משחק השוואה "נחש בגרב": במשחק זה מחביאים כמויות מסוימות של חרוזים בכל מיני גדלים בשתי גרביים שונות זו מזו. הילד ממשש את שתי הגרביים בכל יד ומנחש איזו גרב מכילה יותר חרוזים או פחות חרוזים.

פתאום מחבר בין היכולת המתמטית הטבעית להבנת מספרים ופעולות

דן ושרון הם בני חמש ומשחקים בגן עם קוביות. דן מטיל את הקובייה שלו, והקובייה

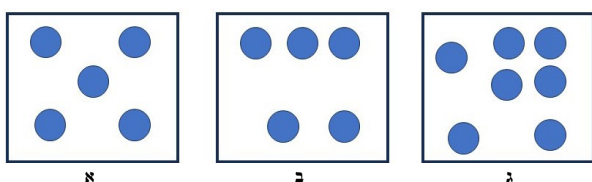


'פתאום תפיסתי' הוא פתאום של כמויות קטנות בבת אחת, המתנהל לרוב לכמויות של עד 5 פריטים. 'פתאום מושגי' מתנהל בכמויות גדולות יותר, כאשר ילד מפתאם כמה כמויות קטנות ומחבר אותן. לדוגמה אפשר לתפוס כמות של 7 פריטים כשתי קבוצות של 3 ו-4, או שלוש קבוצות של 3, 3 ו-1.

פתאום גם חשוב לאסטרטגיה של מניית המשך בתרגילי חיבור. בתחילת ההתפתחות ילדים לרוב משתמשים באסטרטגיית ייצוג ישיר שבה הם מונים כל פריט. לדוגמה ילד שמתבקש לחבר בין 3 ל-4 ימנה 3, ימנה 4, ולבסוף ימנה את כל הקבוצה יחד כדי להגיע לתשובה – 7. בהמשך ההתפתחות ילדים משתמשים במניית המשך: הם מפתאמים את הקבוצה הראשונה, 4, ומשם ממשיכים במנייה: "חמש, שש, שבע!". זהו שלב חשוב בהתפתחות יכולות מתמטיות.

מסקנות מעשיות

יש משחקים רבים לתרגול פתאום בגיל הרך, כמו משחקים המשתמשים בכרטיסים עם נקודות בדפוסים מגוונים. הגננת מראה כל כרטיס למשך זמן קצר (מקובל פחות משתי שניות) כדי שהילדים לא ימנו, ומבקשת מהם לומר כמה נקודות או פריטים היו על הכרטיס. משחקי התאמה כמו דומינו או משחקים עם קוביות משחק מפתחים אף הם את יכולת הפתאום, אך יש לדאוג לכך שהדפוס לא יהיה זהה בכל פעם, כדי לא לחבר אצל הילדים דפוס מסוים עם כמות מסוימת (ראו איור 3א ו-3ב). מומלץ גם לתרגל פתאום מושגי, כלומר פתאום של כמויות יותר גדולות מ-5 (ראו איור 3ג).



איור 3: דוגמאות לכרטיסי פתאום

יש עדויות לקיומו של ציר מספרים מנטלי

עדויות מחקריות מגוונות מחברות בין אזור ה-IPS ומערכת ה-ANS למושג תאורטי הנקרא 'ציר המספרים המנטלי'. זהו ציר מספרים דמיוני המארגן את המספרים לפי גודל, ומארגן משמאל לימין ומהקטן לגדול. בתופעה מעניינת הנקראת SNARC (spatial-numerical association of response codes) אפשר לראות העברה של יחסים במרחב ליחסים בין מספרים. במחקר של דהן ועמיתיו (Dehaene et al., 1993) התבקשו אנשים להשוות במהירות בין מספרים, ולהקיש את תשובתם על מחשב. באחת הפעמים הנבדקים התבקשו

נוחתת על ה-5. מבלי למנות את הנקודות, דן צועק "חמש! ניצחתי!"

כפי שראינו למעלה, ילדים צעירים מאוד וחיות מסוימות יכולים להבחין באופן טבעי בין כמויות קטנות, גם בלי למנות אותם. היכולת לקלוט ולשיים כמויות ללא צורך במנייה נקראת 'פתאום' (subitizing), ויש עדויות רבות לקשר בין היכולת הזו בגיל צעיר להתפתחות של יכולות מתמטיות בהמשך (Özdem & Olkun, 2021; Wästerlid, 2020), אם כי יש מחקרים ששוללים קשר כזה (Anobile et al., 2019).

יכולת הפתאום שונה מהיכולת של מערכת ה-ANS, מכיוון שמערכת ה-ANS יודעת להבחין גם בין כמויות גדולות יותר, ואילו פתאום עוסקת בכמויות עד חמש. מחקרים התנהגותיים ומחקרי מוח מראים שמדובר בשתי מערכות ויכולות אחרות, עם חפיפה מסוימת בין האזורים המעורבים בכל יכולת (Cutini et al., 2014; Decarli et al., 2020).

פתאום גם שונה בתכלית מפעולת המנייה. היא מתנהלת במהירות וב"פתאומיות" בלי כל צורך במנייה, ורק לכמויות קטנות. גם כאן מחקרי מוח ומחקרים התנהגותיים מראים שמדובר ככל הנראה בשתי יכולות שונות זו מזו. כך לדוגמה אין חפיפה בין הפגיעות המוחיות המשבשות את יכולת המנייה ובין פגיעות המשבשות את יכולת הפתאום (Demeyere et al., 2012).

מדוע פתאום חשוב להתפתחות מתמטית? ראשית, באמצעות הפתאום ילדים צעירים יכולים להבין את הקשר בין יחידות לכמות הכוללת, ומתוך כך הם מתחילים להבין את הרעיון של קרדינליות שלפיו המספר האחרון והגדול ביותר בתהליך המנייה מראה על גודל הקבוצה (Clements et al., 2019). הבנת עקרון הקרדינליות נחשבת לשלב מכריע בהתפתחות המתמטית של ילדים צעירים – היא מגלמת את הרעיון שאפשר לכוונת כמות כלשהי של פריטים במילה בודדת שמסמלת את מספר הפריטים בקבוצה. ילד שמפתאם את הכמות "ארבע" ואת הכמות "שלוש" מתחיל להבין שלמילים אלו יש משמעות כמותית, ומתוך כך מחבר ישירות בין שם המספר לכמות. מתוך כך מתפתחת ההבנה שאפשר לכוונת חמש נקודות במילה "חמש" או בספרה "5", צעד חשוב בהתפתחות ההבנה של מערכת הספרות (Merkley & Ansari, 2016).

שנית, פתאום משמש תפקיד חשוב בהבנת פעולות מתמטיות, כמו חיבור וחיסור. קלמנטס ועמיתיו (Clements et al., 2019) מבחינים בין שני סוגי פתאום.



איור 4: דוגמאות למשחקי מיון וסידור משיטת מונטסורי

בימין: מיון לפי גודל (MattThePuppetGuy, 2010); באמצע: מיון לפי גודל ותכולה (Syrikova, 2020); בשמאל: מיון צבעים מבהיר לכהה (Zhuraveleva, 2015)

מוחי fMRI הראו שאזורי מוח שונים, בהם אזור ה-IPS, מופעלים במשימות השוואתיות לא רק של כמות, אלא גם במשימות המערבות השוואות בין מדדים כמו גודל ובהירות (Pinel et al., 2004; Sokolowski et al., 2017). עד היום אין הסכמה מדעית בנידון אך חשוב לציין שיש כבר חומרים ומשחקים רבים המפתחים אצל ילדי גיל הרך את יכולת המיון וההשוואה על פי מדדים אחרים מכמויות ומספרים. כך, לדוגמה, חומרי מונטסורי כוללים תרגילים רבים שבהם ילדים מתבקשים למיין ולהשוות על פי גובה הצליל, גודל, צבע וכדומה (ראו איור 4).

מסקנות מעשיות

מהספרות עולה שחשוב לאפשר לילדים בגיל הרך למקם את ציר המספרים המנטלי באופן מרחבי, לדוגמה במשחקי קלאס, מיקום מספרים על ציר, המחשה של ציר המספרים על ידי חוט, חיבור וחיסור בעת הליכה קדימה ואחורה על ישר המספרים ועוד. נוסף על כך ייתכן שמשחקי מיון וסידור לפי גודל, חוזק, צליל, כהות של צבע ומדדים אחרים יכולים לשפר את ציר המספרים המנטלי וה-ANS.

מספרים מקודדים במוח בשלוש דרכים: כמות, מספר ושם המספר

מערכת ה-ANS שמזוהה עם ציר המספרים המנטלי, נותנת בתחילת ההתפתחות המתמטית רק הערכה גסה לכמויות, בייחוד כאשר הן גדולות משלוש או ארבע. עם הזמן וההתפתחות המתמטית, נוצרים חיבורים בין מערכת ה-ANS המוחשית לשתי מערכות חשובות אחרות שהן מופשטות. המערכת הראשונה נמצאת באזור הראייה, והיא מייצגת מספרים בעזרת ספרות – אצל רוב העולם המערבי אלו הן הספרות הערביות 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ו-0 והשילובים שלהן. מערכת זו כוללת ככל הנראה סימנים מתמטיים כמו + או <.

להגיב על כל המשימות ביד שמאל, ובפעם אחרת ביד ימין. החוקרים מצאו שהנבדקים הגיבו יחסית מהר יותר על מספרים קטנים ביד שמאל, ועל מספרים גדולים ביד ימין. מכך החוקרים למדו שהמספרים מאורגנים בדמיון משמאל לימין, כאשר המספרים הקטנים יותר נמצאים בצד שמאל והמספרים הגדולים יותר בצד ימין.

ציר המספרים המנטלי מתכתב עם המושג המתמטי החשוב של אורדינליות, התובנה שלמספרים שונים יש מקום סידורי המסמל את גודלם. נוסף על כך ציר מספרים יכול לסייע בחישובי חיבור וחיסור באמצעות 'הליכה' ימינה או שמאלה על הציר. ואכן, מחקרים מראים שתרגול של משחקים המסתמכים על הרעיון של ציר המספרים המנטלי בגיל הרך, חיזק אצל הילדים יכולות מתמטיות בסיסיות לעומת קבוצת ביקורת שתרגלה משחקים מתמטיים שלא היו מבוססים על רעיון זה (Lin, 2022).

אומנם יש עדויות שדוברי עברית למשל מארגנים את ציר המספרים בכיוון הפוך, לפי כיוון הקריאה, אך האופי המרחבי של ציר המספרים המנטלי ברור ממחקרים רבים (Tam et al., 2019). מחקרים מראים בין השאר שמשחקים המדגישים את האופי המרחבי של ציר המספרים, לדוגמה משחקים של הליכה או קפיצה על ציר מספרים, משפרים יכולות מתמטיות אצל ילדים עם מערכת ניוורטיפוסית (Sella et al., 2016) ואצל ילדים עם דיסקלקוליה התפתחותית (Kucian et al., 2011).

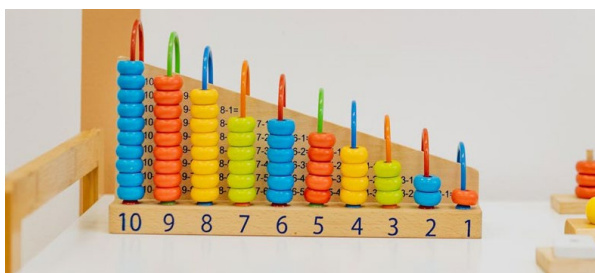
בספרות המחקרית יש הסכמה רחבה שלאזור ה-IPS יש תפקיד עיקרי במערכת ה-ANS ובציר המספרים המנטלי, ויש שגורסים שציר המספרים וה-ANS הם למעשה אותה מערכת. אומנם מתנהל דיון על האופי של מערכות אלו. האם הן אכן ייחודיות למספרים, או שמא הן מייצגות גם רצפים אחרים של ממדים נמדדים, כגון גובה או חוזק של צלילים, גודל של חפצים שונים, משכי זמן, כהות של צבעים, רכות של חומרים ועוד. אכן, מחקרי דימות



בין האזורים האלה, בזמן שהילדים צפו בחופשיות בסרטים שכללו נושאים מתמטיים. נמצא קשר בין מידת הקישוריות של האזורים ליכולת מתמטית כללית שנבחנה במבחן סטנדרטי (Emerson & Carlton, 2012). מחקרים עדכניים מראים ממצאים דומים (Lynn et al., 2022). במחקרם של צ'אנג ועמיתיה (Chang et al., 2022) נמצא כי תרגול החיבורים בין המערכת הכמותית המוחשית למערכות המופשטות של המספרים ומילות המספר, משפר יכולות מתמטיות אצל ילדים בגיל בית הספר היסודי, כשיכולת השיפור הייתה תלויה בחיבוריות המוחית בין ההיפוקמפוס – האזור המעורב בלמידה של דברים חדשים – לאזור ה-IPS החשוב להבנה מתמטית.

מסקנות מעשיות

מהתובנות על מודל הקוד המשולש אנו למדים כי חשוב ליצור חיבורים בין שלוש המערכות: ה-ANS, מערכת שמות המספר השפתית ומערכת הספרות הראייתית. וזאת דווקא בגיל צעיר כאשר המוח מתפתח ומייצר את הרשתות הבסיסיות שישרתו אותנו בהמשך הדרך. למעשה רצוי שייצוגי המספר בגן יכללו את שלושת הרכיבים, הספרה, הכמות ומילת המספר, בעניינים מגוונים. איור 6 מראה דוגמה נהדרת לחיבור בין הייצוג המוחשי לייצוג הסימבולי. אפשר לעודד ילדים למנות את החרוזים בקול רם ומתוך כך להתחבר גם למערכת המילולית.



איור 6: חיבור בין כמות לייצוג הסימבולי של המספר (Nilov, 2021)

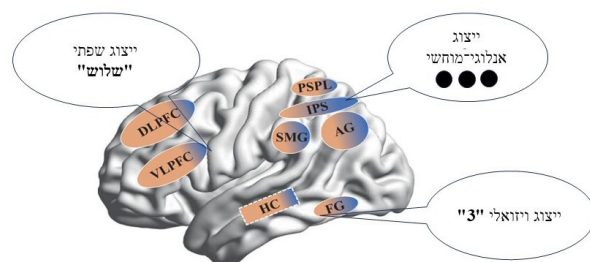
לחוש המישוש ולשימוש באצבעות יש קשר להבנה מתמטית

"כמה פרחים יש בתמונה?" שואלת הגננת. דנה חושבת לרגע, ואז מרימה יד אחת עם ארבע אצבעות ויד שנייה עם שלוש אצבעות. היא חושבת לרגע, מתבוננת באצבעות שלה, ואז אומרת "שבע!"

המושג finger gnosis, בתרגום מילולי "ידע על האצבעות", עוסק ביכולת להבחין בין אצבעות. לדוגמה, בבדיקה ידועה לקיום יכולת ההבחנה הזו, החוקר נוגע באצבעות של נבדק, מבלי שהנבדק רואה זאת ועליו

המערכת השנייה נמצאת באזורי השפה ומייצגת כמויות בעזרת מילים, כמו 'חמש' או 'שמונה', וגם היא ככל הנראה כוללת ייצוגים שפתיים של פעולות מתמטיות כמו המילים 'פחות' או 'כפול'.

שיתוף הפעולה בין שתי המערכות האלה דורש מעבר מייצוג לייצוג, והוא קריטי להבנת המספר. מודל שלוש המערכות נחשב כיום למודל המקובל של ייצוג כמויות במוח האנושי, וקיבל את השם 'מודל הקוד המשולש' (triple code model) (Dehaene, 1992). איור 5 מראה את המיקומים המועדפים של שלושת הייצוגים במוח.



איור 5: שלושת ייצוגי המספר ומיקומם המועדף במוח הייצוג האנלוגי-מוחשי מזהה עם מערכת אומדן המספרים (ANS) (Vogel & De Smedt, 2021, p. 5)

לפי מודל הקוד המשולש יש שלושה ייצוגים אפשריים לחיבור של 2 ו-3. ייצוג אחד חזותי וסמלי, כלומר באמצעות המספרים וסימן החיבור (2+3). הייצוג השני הוא מילולי ('שתיים ועוד שלוש'), ואילו הייצוג השלישי הוא מוחשי באמצעות דמיון הכמויות, ציור או ייצוג עם חפצים. שלושת הייצוגים האלה מאפשרים לפתור את התרגיל בשתי דרכים שעל כל אחת מהן אחראית מערכת מוחית אחרת: מערכת ה-ANS וציר המספרים המנטלי מאפשרים לפתור את התרגיל פתרון מוחשי, ואילו בדרך השנייה התרגיל מיוצג מילולית, ומתאפשרת שליפה של עובדות מתמטיות מהזיכרון. חשוב לציין שבדרך השנייה אין למעשה התמקדות במשמעות המספרים. במודל הקוד המשולש, ההנחה היא ששליפה זו מהזיכרון מתנהלת בעיקר בעובדות מתמטיות מוכרות ונלמדות, כמו לוח הכפל או תרגילי חיבור פשוטים (Dehaene, 1992).

יש עדויות ממדעי המוח שהחזק והיעילות של הקשרים בין מערכות תפיסת הכמות ומערכת זיהוי המספרים מנבאים יכולות מתמטיות. מחקר fMRI בדק ילדים בני 4 עד 11 בכמה תנאים: התאמה בין מספרים לכמויות, התאמה של פרצופים לשמות, התאמה בין מילים והתאמה בין צורות. השוואה בין התנאים אפשרה לחוקרים לזהות במדויק את אזורי המוח שהיו מעורבים בהתאמה של מספר לכמות, אך לא היו מעורבים במשימות ההתאמה האחרות. בהמשך בדקו החוקרים את מידת הקישוריות



חשיבה, קריאה, תפיסה מתמטית והתנהגויות מגוונות. קשרים עצביים מתחזקים לאחר חוויות, תרגול וניסיון עם הסביבה, ותהליך זה מסתמך על הנוכחות של גירויים וחוויות מתאימים בכל שלב של ההתפתחות. הבנה של מערכות המוח העומדות בבסיס ההתפתחות של ההבנה המתמטית יכולה לתרום לאנשי חינוך לגיל הרך להבנתם הפדגוגית, להשקפתם על היכולת של תלמידיהם להרחיב את היכולות הקוגניטיביות, החברתיות והרגשיות שלהם, ועל התפקיד שלהם לספק הזדמנויות לעשות כן (Schwartz et al., 2019).

במאמר זה הצגנו שבעה עקרונות נזירופדגוגיים הנוגעים להתפתחות היכולת המתמטית במוח בגיל הרך, והראנו תוצאות שימושיות אפשריות. נחזור עליהם בקצרה:

1. יכולות מתמטיות מערבות אזורים רבים ברחבי המוח – ולכן חשוב דווקא בגיל הרך ליצור פעילויות מתמטיות עשירות שמפעילות את האזורים המוחיים המגוונים המעורבים במתמטיקה, ובכלל זה הזדמנויות משגרת הגן שאינן פורמליות בהכרח; 2. הבסיס של היכולות המתמטיות הוא מולד ולכן יש לראות בשיח מתמטי שיח טבעי שבא מהילד והחוויה שלו בעולם, ואפשר לנצל את שגרות הגן לצורך שיח זה; 3. המערכת המוחית שקולטת כמויות היא חשובה לחשיבה מתמטית – וכדאי לתרגל ולפתח אותה באמצעות פעילויות של אומדן והשוואת כמויות; 4. פתאום מחבר בין היכולת המתמטית הטבעית להבנת מספרים ופעולות ולכן מומלץ לעסוק במשחקי פתאום בשגרת הגן; 5. יש עדויות לקיום של ציר מספרים מנטלי המחבר בין מספרים לתפיסת המרחב, ולכן כדאי לזמן פעילויות המארגנות מספרים על ציר מרחבי ולעודד פעילויות מיון לפי גודל, כמות וכדומה; 6. מספרים מקודדים במוח בשלוש דרכים: כמות, מספר ושם המספר, ולכן חשוב לזמן לילדים הזדמנויות רבות לחבר ולתאם בין הייצוגים לסוגיהם; 7. לחוש המישוש ולשימוש באצבעות יש קשר להבנה מתמטית, ולכן חשוב לאפשר לילדים להשתמש באצבעות ולזמן פעילויות עשירות ומולטי־מודליות לעסוק במתמטיקה.

מאמר זה עסק בעיקר בתחום של מושג המספר ולא בתחומים מתמטיים אחרים כמו גאומטריה. מחקרים עתידיים עשויים לתרום להרחבת הידע הנזירופדגוגי תוכני גם על נושאים אלה.

לזהות באיזו אצבע נגע החוקר. מונח עברי ל־finger gnosis יכול להיות 'חוש האצבעות', ואנו נשתמש במונח זה בהמשך.

עדויות רבות מחברות בין חוש האצבעות ליכולות מתמטיות במגוון גילים, מילדים בכיתה א' ועד לסטודנטים באוניברסיטה (Penner-Wilger & Anderson, 2013). מחקר התערבות בגיל הרך אף גילה שתוכנית שפיתחה את חוש האצבעות בקרב ילדי הגן, שיפרה את היכולות המתמטיות שלהם (Gracia-Bafalluy & Noël, 2008). נוסף על כך מחקרי מוח מראים חפיפה מסוימת בין אזורי המוח המעורבים בחשיבה מתמטית ותפיסת כמויות לאזור במוח האחראי לחוש האצבעות (Penner-Wilger & Anderson, 2013). לדוגמה, מחקר fMRI הראה פעילות באזור מוח זה בקרב ילדים בני 8 עד 13 כאשר אלו התבקשו לפתור תרגילים במתמטיקה, גם כשהם לא השתמשו באצבעות כלל (Berteletti & Booth, 2015).

אף שיש בספרות המחקרית דיון רחב על הקשר המדויק בין אזורי המוח האחראים לחשיבה מתמטית לאזור האחראי לחוש האצבעות, יש כיום הסכמה רחבה על חשיבות חוש האצבעות להתפתחות המתמטית בגיל הרך. ואכן, באופן טבעי ילדים רבים משתמשים באצבעות בזמן מנייה ובתרגילי חישוב.

חסקנות מעשיות

בעבר עודדו ילדים לא להשתמש באצבעות, אך כיום על סמך מחקרים התנהגותיים ומחקרי מוח, הגישה המקובלת היא שאין לעצור ילדים מלהשתמש באצבעות כדי להבין מתמטיקה. אדרבה, התנסויות מולטי־מודליות מוקדמות עם אצבעות (המערכות כמה חושים, כמו חוש המישוש, המוטוריקה וראייה) ופיתוח המוטוריקה העדינה עשויים לשמש שער למיומנויות מתמטיות מאוחרות פעילות שבה ילדים מונים חפצים בעת הנחת אצבע אחרת על כל חפץ עשויה לפתח את חוש האצבעות ואת הקשר שלו למתמטיקה.

בפרט, ייצוג המספרים עד 10 בעזרת אצבעות הידיים ופעילויות הרמה בבת אחת של כל האצבעות המייצגות כמות המתאימה למספר מסוים, עשויים לתמוך בחשיבה המתמטית של הילדים ואף לסייע להם להגיע במהירות גבוהה יחסית לתוצאה של חיבור וחסור במספרים קטנים.

סיכום

הגיל הרך הוא תקופה של התפתחות מוחית מוגברת שבה נוצרים רשתות וקשרים עצביים בסיסיים, המשמשים בהמשך ההתפתחות ליצירה של מערכות עצביות מורכבות יותר ויותר, המאפשרות רגשות, למידה,



רשימת מקורות

- Chang, H., Chen, L., Zhang, Y., Xie, Y., de Los Angeles, C., Adair, E., Zanitti, G., Wassermann, D., Rosenberg-Lee, M., & Menon, V. (2022). Foundational number sense training gains are predicted by hippocampal-parietal circuits. *The Journal of Neuroscience*, 42(19), 4000–4015. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.1005-21.2022>
- Chang, Z., Schwartz, M. S., Hinesley, V., & Dubinsky, J. M. (2021). Neuroscience concepts changed teachers' views of pedagogy and students. *Frontiers in Psychology*, 12, Article 685856. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.685856>
- Clements, D. H. (2001). Mathematics in the preschool. *Teaching Children Mathematics*, 7(5), 270–275. <https://doi.org/10.5951/TCM.7.5.0270>
- Clements, D. H., Sarama, J., & MacDonald, B. L. (2019). Subitizing: The neglected quantifier. In A. Norton & M. W. Alibali (Eds.), *Constructing number merging perspectives from psychology and mathematics education* (pp. 13–45). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0_2
- Cutini, S., Scatturin, P., Basso Moro, S., & Zorzi, M. (2014). Are the neural correlates of subitizing and estimation dissociable? An fNIRS investigation. *NeuroImage*, 85 Pt 1, 391–399. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2013.08.027>
- Decarli, G., Paris, E., Tencati, C., Nardelli, C., Vescovi, M., Surian, L., & Piazza, M. (2020). Impaired large numerosity estimation and intact subitizing in developmental dyscalculia. *PLoS one*, 15(12), Article e0244578. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0244578>
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1–2), 1–42. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-N](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-N)
- Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122(3), 371–396. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.122.3.371>
- Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford University Press.
- Demeyere, N., Rotshtein, P., & Humphreys, G. W. (2012). The neuroanatomy of visual enumeration: Differentiating necessary neural correlates for subitizing versus counting in a neuropsychological voxel-based morphometry study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 24(4), 948–964. https://doi.org/10.1162/jocn_a_00188
- האורד-ג'ונס, פ' (2019). מדעי המוח וחינוך: סקירת תוכניות התערבות וגישות חינוכיות הניזונות ממדעי המוח. עיבוד והנגשה (ל' רובינס, מתרגם). האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים, היזמה למחקר יישומי בחינוך. <http://education.academy.ac.il/SystemFiles/23257.pdf> (המקור פורסם ב-2014)
- שכטר, ט' וספקטור-לוי, א' (2015). "ראיתי שני פרפרים": תפיסה ספונטנית של כמות ומאפיינים מתמטיים בסביבה אצל ילדים צעירים. *עלון דעגן*, 8, 72–79.
- Amalric, M., & Dehaene, S. (2018). Cortical circuits for mathematical knowledge: Evidence for a major subdivision within the brain's semantic networks. *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 373(1740), Article 20160515. <https://doi.org/10.1098/rstb.2016.0515>
- Anobile, G., Arrighi, R., & Burr, D. C. (2019). Simultaneous and sequential subitizing are separate systems, and neither predicts math abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, 178, 86–103. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.09.017>
- Ansari, D., & Dhital, B. (2006). Age-related changes in the activation of the intraparietal sulcus during nonsymbolic magnitude processing: An event-related functional magnetic resonance imaging study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 18(11), 1820–1828. <https://doi.org/10.1162/jocn.2006.18.11.1820>
- Barrocas, R., Roesch, S., Gawrilow, C., & Moeller, K. (2020). Putting a finger on numerical development - Reviewing the contributions of kindergarten finger gnosis and fine motor skills to numerical abilities. *Frontiers in Psychology*, 11, Article 1012. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.01012>
- Berteletti, I., & Booth, J. R. (2015). Perceiving fingers in single-digit arithmetic problems. *Frontiers in Psychology*, 6, Article 226. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00226>
- Boaler, J. (2015). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass & Pfeiffer Imprints.
- Bugden, S., DeWind, N. K., & Brannon, E. M. (2016). Using cognitive training studies to unravel the mechanisms by which the approximate number system supports symbolic math ability. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 73–80. <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.05.002>



- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., Gälli, M., Martin, E., & von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, 57(3), 782–795. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2011.01.070>
- Leibovich, T., Katzin, N., Harel, M., & Henik, A. (2017). From "sense of number" to "sense of magnitude": The role of continuous magnitudes in numerical cognition. *Behavioral and Brain Sciences*, 40, Article e164. <https://doi.org/10.1017/S0140525X16000960>
- Lin, C. H. (2022). Developing mental number line games to improve young children's number knowledge and basic arithmetic skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 222, Article 105479. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2022.105479>
- Lourenco, S. F., & Aulet, L. S. (2023). A theory of perceptual number encoding. *Psychological Review*, 130(1), 155–182. <https://doi.org/10.1037/rev0000380>
- Lynn, A., Wilkey, E. D., & Price, G. R. (2022). Predicting children's math skills from task-based and resting-state functional brain connectivity. *Cerebral Cortex*, 32(19), 4204–4214. <https://doi.org/10.1093/cercor/bhab476>
- MattThePuppetGuy. (2010, January 7). *ColoredCylinders2.JPG* [Image]. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:ColoredCylinders2.JPG#/media/File:ColoredCylinders2.JPG>
- Merkley, R., & Ansari, D. (2016). Why numerical symbols count in the development of mathematical skills: Evidence from brain and behavior. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 14–20. <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.04.006>
- Micheloyannis, S., Sakkalis, V., Vourkas, M., Stam, C. J., & Simos, P. G. (2005). Neural networks involved in mathematical thinking: Evidence from linear and non-linear analysis of electroencephalographic activity. *Neuroscience Letters*, 373(3), 212–217. <https://doi.org/10.1016/j.neulet.2004.10.005>
- Nilov, M. (2021, June 12). *Color fulwooden beads with numbers* [Image]. <https://www.pexels.com/photo/colorful-wooden-beads-with-numbers-8923967/>
- Dubinsky, J. M., Roehrig, G., & Varma, S. (2022). A Place for neuroscience in teacher knowledge and education. *Mind, Brain, and Education*, 16(4), 267–276. <https://doi.org/10.1111/mbe.12334>
- Emerson, R. W., & Cantlon, J. F. (2012). Early math achievement and functional connectivity in the fronto-parietal network. *Developmental Cognitive Neuroscience*, 2(Suppl 1), S139–S151. <https://doi.org/10.1016/j.dcn.2011.11.003>
- Frey, N., & Fisher, D. (2010). Reading and the brain: What early childhood educators need to know. *Early Childhood Education Journal*, 38(2), 103–110. <https://doi.org/10.1007/s10643-010-0387-z>
- Gracia-Bafalluy, M., & Noël, M. P. (2008). Does finger training increase young children's numerical performance? *Cortex: A Journal Devoted to the Study of the Nervous System and Behaviour*, 44(4), 368–375. <https://doi.org/10.1016/j.cortex.2007.08.020>
- Hannula-Sormunen, M. M., Lehtinen, E., & Räsänen, P. (2015). Preschool children's spontaneous focusing on numerosity, subitizing, and counting skills as predictors of their mathematical performance seven years later at school. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(2–3), 155–177. <https://doi.org/10.1080/10986065.2015.1016814>
- Hardiman, M., Rinne, L., Gregory, E., & Yarmolinskaya, J. (2012). Neuroethics, neuroeducation, and classroom teaching: Where the brain sciences meet pedagogy. *Neuroethics*, 5, 135–143. <https://doi.org/10.1007/s12152-011-9116-6>
- Howard-Jones, P. (2014). *Neuroscience and education: A review of educational interventions and approaches informed by neuroscience*. Education Endowment Foundation. https://d2tic4wvvoliusb.cloudfront.net/production/documents/guidance/EEF_Lit_Review_NeuroscienceAndEducation.pdf?v=1694075293
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 106(25), 10382–10385. <https://doi.org/10.1073/pnas.0812142106>



- Syrikova, T. (2020, March 14). *Anonymous toddler using white container while developing fine motor skills at home* [Image]. <https://www.pexels.com/photo/anonymous-toddler-using-white-container-while-developing-fine-motor-skills-at-home-3933268/>
- Tablante, J., Krossa, L., Azimi, T., & Chen, L. (2023). Dysfunctions associated with the intraparietal sulcus and a distributed network in individuals with math learning difficulties: An ALE meta-analysis. *Human Brain Mapping, 44*(7), 2726–2740. <https://doi.org/10.1002/hbm.26240>
- Tam, Y. P., Wong, T. T. Y., & Chan, W. W. L. (2019). The relation between spatial skills and mathematical abilities: The mediating role of mental number line representation. *Contemporary Educational Psychology, 56*, 14–24. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2018.10.007>
- Tokuhamma-Espinosa, T. (2015). *One way neuroscience can improve pre-literacy and pre-numeracy skills in young children* [Paper presentation]. International Perspectives on Language, Literacy and Learning, ECER 2015, European Educational Research Association, Berlin, Germany.
- Van Herwegen, J., Costa, H. M., & Passolunghi, M. C. (2017). Improving approximate number sense abilities in preschoolers: PLUS games. *School Psychology Quarterly, 32*(4), 497–508. <https://doi.org/10.1037/spq0000191>
- Viswanathan, P., & Nieder, A. (2013). Neuronal correlates of a visual "sense of number" in primate parietal and prefrontal cortices. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 110*(27), 11187–11192. <https://doi.org/10.1073/pnas.1308141110>
- Vogel, S. E., & De Smedt, B. (2021). Developmental brain dynamics of numerical and arithmetic abilities. *Npj Science of Learning, 6*(22). <https://doi.org/10.1038/s41539-021-00099-3>
- Wästerlid, C. A. (2020). Conceptual subitizing and preschool class children's learning of the part-part-whole relations of number. *Problems of Education in the 21st Century, 78*(6), 1038–1038. <https://doi.org/10.33225/pec/20.78.1038>
- Zhuraveleva, N. (2015, June 29). *Активность ребенка в Монтессори-классе* [Child activity in a Montessori classroom] [Image]. <https://did.li/YADTY>
- Özdem, Ş., & Olkun, S. (2021). Improving mathematics achievement via conceptual subitizing skill training. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 52*(4), 565–579. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1694710>
- Penner-Wilger, M., & Anderson, M. L. (2013). The relation between finger gnosis and mathematical ability: Why redeployment of neural circuits best explains the finding. *Frontiers in psychology, 4*, Article 877. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00877>
- Pinel, P., Piazza, M., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Distributed and overlapping cerebral representations of number, size, and luminance during comparative judgments. *Neuron, 41*(6), 983–993. [https://doi.org/10.1016/s0896-6273\(04\)00107-2](https://doi.org/10.1016/s0896-6273(04)00107-2)
- Revkin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., & Dehaene, S. (2008). Does subitizing reflect numerical estimation? *Psychological Science, 19*(6), 607–614. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2008.02130.x>
- Schwartz, M. S., Hinesley, V., Chang, Z., & Dubinsky, J. M. (2019). Neuroscience knowledge enriches pedagogical choices. *Teaching and Teacher Education, 83*, 87–98. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.04.002>
- Sella, F., Tressoldi, P., Lucangeli, D., & Zorzi, M. (2016). Training numerical skills with the adaptive videogame "The Number Race": A randomized controlled trial on preschoolers. *Trends in Neuroscience and Education, 5*(1), 20–29. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2016.02.002>
- Sokolowski, H. M., Fias, W., Bosah Ononye, C., & Ansari, D. (2017). Are numbers grounded in a general magnitude processing system? A functional neuroimaging meta-analysis. *Neuropsychologia, 105*, 50–69. <https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2017.01.019>
- Soylu, F., Lester Jr, F. K., & Newman, S. D. (2018). You can count on your fingers: The role of fingers in early mathematical development. *Journal of Numerical Cognition, 4*(1), 107–135. <https://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.85>
- Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. *Psychological and Cognitive Sciences, 110*(45), 18116–18120. <https://doi.org/10.1073/pnas.1302751110>