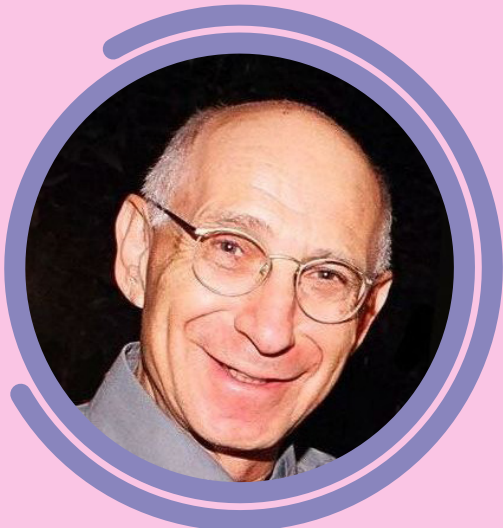


המלצה על ספרן של אילנה לבנברג ודורית פטקין "גיאומטריה פנים רבות לה: מן המחקר אל המעשה בהוראת הגיאומטריה"



פרופ' שלמה וינר

פרופסור אמריטוס להוראת מדעים של האוניברסיטה העברית ואוניברסיטת בן-גוריון בנגב, באר-שבע

שלמה וינר

כשאני מתבקש לחוות דעה על ספר נתון אני קודם כול שואל את עצמי מיהו קהל הקוראים הפוטנציאלי של הספר. באשר לספרן של פרופ' אילנה לבנברג ופרופ' דורית פטקין: "גיאומטריה פנים רבות לה: מן המחקר אל המעשה בהוראת הגיאומטריה" – התשובה ברורה. הספר מיועד לכל מורי המתמטיקה, וכן לכל מי שמכשיר מורים למתמטיקה בחטיבת הביניים ובחטיבה העליונה.

בספר זה שערנו לבנברג ופטקין מופיעים מאמרים אלה:

1. מאמרה של צביה מרקוביץ "צוהר לגיאומטריה בגיל הרך" (עמ' 19-50).

מאמר זה מיועד לגננות. לא מעט מפעילותן הוא הכרת צורות גיאומטריות, בעיקר משולשים וריבועים. המאמר מספק תגובות של ילדים לפעילויות עם הגננות. אחד הדברים החשובים לכל מורה וכאן לגננת הוא להבין איך עובד הראש של הילדים. התגובות שמובאות במאמר הן חומר מאלף.

2. מאמרה של צביה מרקוביץ ודורית פטקין "יחס ואמונות כלפי גיאומטריה וידע תוכן לגבי צורות וגופים בקרב גננות" (עמ' 51-78).

מאמר זה מיועד בעיקר למכשירי גננות במכללות לחינוך ובפרט לאלה האחראים לצד המתמטי של הכשרתן. עיקרון חשוב בהוראה הוא לדעת את נקודת ההתחלה של התלמיד. אחד הפסיכולוגים העיקריים של ההוראה והלמידה, אוזובל, אמר שאם היה צריך לתמצת את כל תורתו למשפט אחד ("כל התורה על רגל אחת", כמאמר חז"ל) היה אומר: "ברר את מצב הידע של תלמידך והחל ללמד אותו משם".

מאמרה של מרקוביץ ופטקין מספק למכשירי הגננות מידע מאלף על מצב הידע המוקדם של הגננות בנקודת ההתחלה של הכשרתן. מתברר כי כמעט בכל נושא שאנו נחשפים אליו יש לנו דעות מוקדמות (להבדיל מדעות קדומות). אין אחד שהוא בבחינת "לוח חלק" (Tabula rasa).

3. מאמרה של ניצה כהן "לראות במחשבה": שילוב אנליטי-ויזואלי בביצוע פעילויות בגופים (עמ' 81-113).

זהו מאמר מחקרי המבוסס על עבודת הדוקטור של כהן (2007). בעבודה זו חקרה כהן יכולות של תלמידים המתמחים בהוראת

הסתמכות על אינטואיציות. ממצאיה של פרוסק מעניינים ומאלפים.

8. מאמרה של שולה וייסמן "שאלות נכון/לא נכון בגיאומטריה ככלי לחשיפת ההבנה של הלומדים" (עמ' 227-238).

בדרך כלל רצוי לברר את רמת ההבנה של תלמידים באמצעות ריאיון או לפחות באמצעות שאלון שבו הם מתבקשים לנמק את תשובותיהם. אבל ההכרח לא יגונה ולפעמים על החוקר להסתפק בשאלון מהסוג "נכון/לא נכון". מתברר שגם שאלון כזה יכול לספק מידע על תפיסות שגויות של תלמידים. לדוגמה, השאלה הבאה (עמ' 132): "מרוכב שיש לו שלוש זוויות ישרות הוא מלבן." תשובה: "לא נכון, יכול להיות גם ריבוע." מתברר שהתלמיד אינו יודע שריבוע הוא גם מלבן. במילים אחרות, קבוצת כל הריבועים היא קבוצה חלקית של קבוצת כל המלבנים. בעמ' 232-233 מופיעות שמונה שאלות נכון/לא נכון שבאמצעותן אפשר לחשוף תפיסות שגויות של תלמידים ובהמשך (בעמ' 234-236) מופיעות הצעות לטיפול בתפיסות שגויות אלה בעזרת התוכנה "גיאוגברה".

9. מאמרו של שירן חוף ואילנה לבנברג "בין חרדה להערכה: עמדות של מתכשרים להוראה כלפי מקצוע הגיאומטריה" (עמ' 239-264).

מאמר זה דן בבעיית "חרדת המתמטיקה". חוף ולבנברג הציגו לפרחי ההוראה שאלון שאמור לבדוק את עמדות הנבדקים כלפי מקצוע הגיאומטריה. את התשובות הן ניתחו מבחינה כמותית. לדוגמה, על השאלה "אין שום חשיבות לציון שלי בגיאומטריה" כ-30% השיבו שהם מסכימים לטענה זו. יש להביא בחשבון שפעלה כאן גם הרציה החברתית, אף שהשאלונים היו בעילום שם.

10. מאמרם של רות סגל ומשה סטופל "טכנולוגיה ממוחשבת ככלי לגילוי תכונות גיאומטריות מפתיעות של שימור והכללה" (עמ' 267-281).

המאמר מתאר את השימוש בטכנולוגיות ממוחשבות לגילוי משפטים גיאומטריים שונים. הדור הנוכחי של פרחי ההוראה נולד כשידו כבר השלט של המחשב. אני, ששייך לדור הדינזאורים, למדתי גיאומטריה אצל המורה המיתולוגי תוחמן כשספרם של תוחמן וקלעי שימש לנו ספר של בעיות הוכחה ובעיות בנייה. אגב, פסקין ולבנברג השתמשו בספר זה כמודל ספרן "הנדסת המישור" שיצא בשני כרכים. ספר זה עומד לצד ספריו של מורי ורבי תוחמן וזכרוננו לברכה. הספר הזה כבר בלה מזוקן אבל אני שומר עליו כזיכרון נעורים יקר. למותר לציין כי בספרן של פסקין ולבנברג ישנם שרטוטים שלא היה אפשר להפיק בדורם של תוחמן וקלעי משום שהטכנולוגיות שקיימות היום להפקת ספרים לא היו כלל בזמנם של תוחמן וקלעי. המאמר של סגל וסטופל מתאר את השימוש בטכנולוגיה ממוחשבת להכשרת פרחי ההוראה. הספר מציג מספר מטלות חקר בגיאומטריה שהשימוש בטכנולוגיה הממוחשבת מסייע בפתרון.

11. מאמרם של סיניצקי וסטופל "רעיון השימור בגיאומטריה: היסטוריה ארוכת טווח והשלכות עדכניות ללמידה" (עמ' 282-304).

זהו מאמר תאורטי בעיקרו שטוען כי על מספר לא מבוטל של משפטים גיאומטריים אפשר להסתכל מהזווית של שימור, בהם משפט פיתגורס, משפט תאלס, המשפט הטוען כי זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה ולמעשה כל הזוויות ההיקפיות הנשענות על אותו מיתר שוות זו לזו. מובאות דוגמאות אחרות שאפשר להסתכל עליהן מזווית השימור.

12. מאמרו של ליאורה נוטוב ועטרה שריקי "מעבר לאוקלידס:

גיאומטריה לדמיון צורות מרחביות (פירמידה, מנסרה, גליל וחרוט). כהן מבקשת מהנחקרים לבצע מטלות מסוימות שאחדות מהן כבר נזכרות בספרם של פיאז'ה ואינהלדר (Piaget & Inhelder, 1967).

כהן דנה בשאלה (עמ' 132) האם ההתנסות של תלמידיה במטלות שהיא הציבה להם תרמה להתפתחות היכולת שלהם לבצע סיבוב מנטלי. תשובתה של כהן לשאלה זו אינה חד-משמעית. המחקר שלה לא כלל מעקב. בכל זאת היא מציינת שבמבחן שהתקיים בסוף הסמסטר הראשון, הישגי התלמידים היו נמוכים עד נמוכים מאוד. לעומת זאת, במבחן שנתיקן בסוף הסמסטר השני אחוזי ההצלחה היו מרשימים.

4. מאמרו של דורית פסקין, עטרה שריקי ורותי בראקי "פיתוח כישורים מרחביים באמצעות אימון ביצירת דימוי מנטלי של גופי סיבוב" (עמ' 114-135).

יש דמיון רב בין מאמר זה למאמרה של ניצה כהן לעיל ולכן לא אלאה את הקורא בתיאור.

5. מאמרה של דורית פסקין "שאלון ואן הילה מורחב ככלי למיפוי ידע והבנה בגיאומטריה של המישור והמרחב" (עמ' 139-165).

במאמר זה פסקין סוקרת את תאוריית ואן הילה, תאוריה של בני זוג הולנדים, פייר ודינה. דינה נפטרה ופייר המשיך בפיתוח התאוריה שלה לאחר מותה. הטענה הבסיסית הייתה שמורי הגיאומטריה מדברים בשפה שתלמידיהם אינם מבינים. בגרסה הראשונה של התאוריה שלהם דיבר הזוג על חמש רמות של חשיבה. לאחר פטירתה של דינה צמצם פייר את מספר הרמות לשלוש, הן משום הקושי לקבוע את רמת החשיבה של התלמידים באמצעות שאלונים והן משום שהרמה החמישית מתאימה למעשה לתלמידי מתמטיקה הלומדים אותה כמקצוע ראשי באוניברסיטאות. זלמן אוסישקין, איש חינוך מתמטי באוניברסיטת שיקגו, פיתח שאלון (1982) שבאמצעותו אפשר לקבוע את רמתו של נבדק במדרג הרמות של ואן הילה. פסקין ולבנברג הסתמכו על שאלון הזה ובנו בעבורו גרסה בעברית. יש מקום לומר שפסקין היא "הגברת הראשונה" של תאוריית ואן הילה במחזורינו. בעמ' 147 ישנה דוגמה לשאלה אחת מתוך השאלון של פסקין ולבנברג. השאלון במלואו מוצג בספר בעמ' 154-165 (אני נהגתי לעבור עליו עם תלמידותיי במכללת "אחוה" בעת לימודיהן לתואר שני בחינוך מתמטי בבית הספר היסודי).

6. מאמרה של אילנה לבנברג "שני מורים – שאלה אחת בגיאומטריה" (עמ' 166-195).

במאמר זה מציגה לבנברג מחקר שבו עקבה אחרי שני מורים (ליתר דיוק מורה ומורה) בשיעור גיאומטריה שבו הם מציגים לתלמידיהם שאלה אחת המופיעה בעמ' 197. לבנברג מנתחת את האינטראקציה בכיתה מתוך התמקדות בשלושה סוגי שיח שמתקיימים בדרך כלל בכיתות: א. מונולוג של המורה; ב. דיאלוג מורה – תלמיד; ג. רב-שיח. כמוכן, רצוי שבכל כיתה יבואו לידי ביטוי שלושת סוגי השיח. למרבית הצער, ישנם מורים שמסתפקים במונולוג שלהם כמורים.

7. מאמרה של נעמי פרוסק "השפעת עיצוב המטלות וסביבת הלמידה על המעבר מהצדקות אינטואיטיביות ויזואליות לשימוש בטיעונים לוגיים דדוקטיביים" (עמ' 196-226).

במאמר זה פרוסק מציגה מחקר שאוכלוסייתו הייתה צמדים של פרחי הוראה שהשתתפו בקורס "גיאומטריה בסביבה ממוחשבת". פרוסק מנתחת את השיח של צמדי הנבדקים ודנה בשאלה באיזו מידה הוא מסתמך על ידע לוגי-דדוקטיבי לעומת

June 21-25, 2020

We are honored to invite you to attend the
**8th International Conference
on Computer Algebra and
Dynamical Geometry in
Mathematics Education**

CADGME 2020

at the
Jerusalem College of Technology, Israel

The conference is an opportunity
for interested academics from around
the globe to present research
and developments, exchange ideas
and nurture collaboration on
Computer Algebra Systems,
Dynamical Geometry Systems,
and other digital tools.

STEAM Education will be a central topic
of the conference.

Co-chairs:

**Thierry (Noah) Dana-Picard, JCT, IL,
Sara Hershkovitz, CET, IL**

Program Committee:

Miriam Amit, Ben Gurion University, IL
Yaniv Bitton, Center for Educational Technology, IL
Kristof Fenyvesi, University of Jyväskylä, SU
Zsolt Lavicza, Johannes Kepler University, AT
Ilias Kotsireas, Wilfrid Laurier University, CA
Csaba Sárvári, Pécs University, HU
Yaacov Koletker, JCT, IL

Invited speakers (partial list)

Miriam Amit and Shlomi Dolev, Ben Gurion University, IL
Gershon Elber, Technion, Haifa, IL
Zoltán Kovács, The Private University College of education
of the Diocese of Linz, Linz, AT
Attila Szabo, Stockholm University, SE

Info: www.cadgme2020.jct.ac.il
email: cadgme2020@jct.ac.il

פרקטלים כמקור לפעילויות חקר בגיאומטריה" (עמ' 351-305).

מאמר זה עוסק בפרקטלים. את המונח הזה הציע המתמטיקאי מנדלברוט ב-1983. זהו מונח חדש יחסית. מנדלברוט התבונן בצורות למיניהן בטבע, כמו עלים של צמחים מסוימים, חופי בריטניה ועוד. רצוי שמי שמכשיר את עצמו להוראת גיאומטריה יכיר את המושג הזה אבל שליטה בו דורשת רמה גבוהה של ידע מתמטי שהיא בדרך כלל אינה בהישג ידם של תלמידי גיאומטריה וגם לא תמיד בהישג ידם של מורי הגיאומטריה. יעידו על כך החישובים המסובכים המוצגים במאמר הזה. אבל אם נתעלם מחישובים אלה נוכל ליהנות ממספר לא מבוטל של שרטוטים של פרקטלים (עמ' 306, 318, 331, 334, 337, 338).

13. מאמרם של ח'ירייה מסאורה, איגור ורנר ודאוד בשותי "אתנו-מתמטיקה וחינוך לרב-תרבותיות: ניתוח אורנמנטים גיאומטריים ובנייתם" (עמ' 355-366).

במאמר זה המחברים מציגים קורס שהם פיתחו בטכניון המיועד לפרחי הוראה, וכן למורי מתמטיקה בעת תוכניות השתלמות והעשרה. בעמ' 360 מוצג קישוט שנבנה במהלך הקורס.

14. מאמרו של אלי אפלבוים "מקילוף קלמנטנה לעיבוד תמונה: איך להמיר את הפחד מגיאומטריה בהכרה בחשיבותה וביופייה" (עמ' 367-388).

השאלה שמעסיקה את המחבר היא האם הגיאומטריה יכולה לתרום לתחום החדשני של עיבוד תמונה. תשובתו של אפלבוים חיובית. הוא מספר על התפתחות הגיאומטריות הלא-אוקלידיות של גאוס ורימן. המחבר מזכיר שימושים של עיבוד תמונה ברפואה (תמונות MRI). כמו כן הוא מציג פעילות שמתאימה אפילו לתלמידי בית ספר יסודי. הפעילות עוסקת בטיסה מתל-אביב לניו-יורק. אפלבוים מציג לתלמידים איור שבו משרטט נתיב הטיסה מתל-אביב לניו-יורק והוא שואל אותם מדוע לדעתם זהו הנתיב הקצר ביותר בין שתי הערים. הוא נעזר בתפוז כאמצעי המחשה. התלמידים מבינים שהתפוז מייצג את כדור הארץ, זה כמו זה כדורים. זה עוזר להם להבין מדוע באיור שבועמ' 384 הקשת היא המסלול הקצר ביותר בין שתי הערים ולא הקו הישר המחבר ביניהם (באיור מוצגת פריסה של הגלובוס).

רשימת מקורות

לבנברג, א' ופטקין, ד' (2018). **גיאומטריה פנים רבות לה: מן המחקר אל המעשה בהוראת הגיאומטריה**. תל-אביב: מכון מופ"ת.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space* (F. J. Langdon & J. L. Lunzer, Trans.). London: Routledge and K. Paul.

